



Guía didáctica para el gráfico de las funciones seno y coseno para segundo año de bachillerato general unificado mediante GeoGebra

Santiago Riofrío Sarmiento
Cesar Trelles-Zambrano
Adriana Genoveva Samaniego Benavidez

Santiago Riofrío Sarmiento¹

Cesar Trelles-Zambrano²

Adriana Genoveva Samaniego Benavidez³

Resumen

Este trabajo surge con la idea de aplicar una nueva metodología constructivista dentro del aula, relacionando los contenidos educativos con la tecnología, para transformar la clase tradicional en una educación dinámica. El objetivo de la guía didáctica, empleando GeoGebra, es el de diseñar actividades de aprendizaje que permitan a los estudiantes alcanzar los objetivos propuestos por el Ministerio de Educación para las matemáticas de Bachillerato General Unificado. Además la guía didáctica les brinda información a los docentes sobre las nuevas tecnologías para aplicarse en sus planes de clase y, de paso, generar instrumentos de evaluación que permitan verificar el nivel de alcance de los estudiantes.

Palabras clave: Guía didáctica, GeoGebra, Trigonometría, Enseñanza-aprendizaje, TIC.

1 Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física, y Máster en Física y Matemáticas en la Universidad de Granada, España. Actualmente, se encuentra cursando sus estudios de Doctorado en Educación en la Universidad Nacional de Rosario, Argentina. Docente del Instituto Superior Tecnológico del Azuay. Su campo de investigación es la didáctica. santiago.riofrio@tecazuay.edu.ec

2 Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. Magíster en Docencia de las Matemáticas por la Universidad de Cuenca. Profesor investigador en la Universidad de Cuenca y estudiante de Doctorado en la Universidad de Girona, España. cesar.trellesz@ucuenca.edu.ec

3 Recibió su título de Licenciada en educación en Matemáticas y Física en el 2015. Docente de la Unidad Educativa Rosa de Jesús Cordero. asamaniego@ueljc.edu.ec

Didactic guide for the graphic of the sine and cosine functions for the second year of junior high school course by GeoGebra

Abstract

This work was created with the idea of applying a new constructivist methodology within the classroom, relating the educational contents with technology, in order to transform the traditional class to a dynamic education. The goal of the didactic guide using GeoGebra Software is to design learning activities with its use that allows students to achieve the objectives proposed by the Ministry of Education for mathematics of junior high school and thus facilitate their teaching-learning process, besides to provide the teachers information about the new technologies they can provide in their class plans, as well as evaluation instruments that allow to verify the level of reach of the students.

Keywords: Didactic guide, GeoGebra, Trigonometry, Teaching and learning, TIC.

Introducción

En la actualidad, la enseñanza tradicional y memorística ya no tiene un papel fundamental en el aula de clases (Socas, 2007). Se habla de nuevos recursos didácticos como la introducción de las tecnologías de la información y comunicación (TIC); herramientas y medios para comprender la realidad circundante, resolver problemas y manifestar creatividad (Donoso, 2011). La incorporación de las TIC ha tenido gran acogida en las instituciones educativas a nivel mundial en el nuevo proceso de enseñanza-aprendizaje, para lograr con éxito procesos de formación que permitan reforzar la parte teórica con la práctica y con estudiantes encargados de construir su conocimiento fundado en el razonamiento y la deducción.

“Los recursos didácticos son un conjunto de elementos (visuales, tecnológicos físicos, etc.) que facilitan el proceso enseñanza-aprendizaje, y a su vez favorecen que la comunicación entre docente-estudiante sea más efectiva” (Blanco, 2012, pág. 7). Lo anterior contribuye para que los estudiantes logren el dominio de un determinado conocimiento (duradero y no memorístico), pues viabiliza un cambio de actitud a la hora de desarrollarlo.

El recurso didáctico que se va utilizar es GeoGebra que es un software libre de matemáticas que reúne dinámicamente la aritmética, geometría, álgebra y cálculo. Ofrece representaciones diversas en sus gráficas en cualquier perspectiva y dimensión, además es un conjunto sencillo en su función operativa, pero muy potente (Borbón, 2012). Como nuestro objetivo es la trigonometría, GeoGebra nos favorece mucho en el proceso enseñanza-aprendizaje, ya que permite ver el dominio y comportamiento de las funciones trigonométricas variando la amplitud (Santos, 2007).

Hoy en día la tecnología debe ir a la par con la educación. Por tal motivo, debemos relacionar el medio no solo físico sino también los ámbitos social y cultural en el proceso de construcción del conocimiento (Godino, 2004).

La utilización de GeoGebra en la demostración y en el desarrollo de ejercicios de la trigonometría es de gran ayuda no solamente para el docente sino también para los estudiantes. Previo al diseño de la guía se encuestó a 70 estudiantes del segundo de bachillerato y a 7 docentes del área de matemáticas del Colegio Fray Vicente Solano, ubicado en la provincia del Azuay. El diseño de las dos encuestas dirigidas a estudiantes y a docentes se elaboró de acuerdo con el problema planteado.

Interpretación de resultados estudiantes

A los estudiantes se les preguntó: *¿Ha escuchado acerca de software educativo para el aprendizaje de matemáticas?* Ante dicha pregunta se obtuvieron opciones y porcentajes expuestos en la Tabla 1.

Tabla 1.

Conocimiento de la existencia de software educativo por parte de los estudiantes

Opciones	Porcentaje
Sí	27%
No	73%

Fuente: Elaboración propia (2015)

Interpretación de resultados docentes

A los docentes se les solicitó señalar con qué opinión estaban de acuerdo o en desacuerdo en relación a algunas afirmaciones. Sus respuestas se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2.

Opiniones de los docentes acerca del uso de TICS en el aula

Afirmación	De acuerdo	Desacuerdo
El uso de herramientas tecnológicas en las diferentes asignaturas despierta un mayor interés en los estudiantes.	85,71%	14,29%
Se necesita de un trabajo duro desde las diferentes asignaturas para utilizar TICS.	42,86%	57,14%
El estudiante muestra mayor motivación y desempeño si se usan las TICS.	71,42%	28,58%
Está interesado en aprender a utilizar TICS en el aula de clase.	100%	0%

Fuente: Elaboración propia (2015)

En la siguiente sección se elaboran guías didácticas basadas en el contenido de trigonometría, desde actividades y diferentes instrumentos de evaluación para demostrar los logros obtenidos (Riofrío y Samaniego, 2015).

Guía didáctica

El objetivo del presente trabajo es proporcionar una guía didáctica que puede ser utilizada por docentes y estudiantes. La misma pretende contribuir al alcance de las destrezas con criterios de desempeño como

“identificar las gráficas correspondientes a cada una de las funciones trigonométricas a partir del análisis de sus características particulares” (Ministerio de Educación, 2016). Para este propósito se hace uso del software GeoGebra versión 4.4.

Gráfica de la función Seno

1. Se toma un sistema de ejes de coordenadas en las abscisas “X” y ordenadas “Y”, con origen en (0,0). Para la construcción de las gráficas de las funciones se aborda la orientación positiva de un ángulo t .

2. Para el centro del círculo trigonométrico se elige la herramienta punto \bullet^A en el eje de las “X” y se señala un punto de coordenadas (-1,0). A continuación, con la misma herramienta \bullet^A se marca un punto en el origen (0,0) que tendrá el nombre de B asignado por el software. Luego se escoge la herramienta circunferencia (centro, punto) con el ícono , y se da clic en el punto A y luego en el punto B. Por defecto, el programa en vista algebraica mostrará la ecuación $(x+1)^2+y^2=1$, que corresponde a la circunferencia trazada.

3. En la opción Entrada, que corresponde a la línea de comandos se ingresa la palabra Ángulo. Se desplegarán varias opciones de las que se seleccionará la que se visualiza en la figura 1.

Figura 1.



Entrada: **Ángulo** [«Punto lateral», «Vértice», «Ángulo de rotación antihorario»]

Figura 1. Opción Entrada

4. Se continúa con la opción deslizador se selecciona el ícono  y se da clic en una parte visible de la ventana gráfica. Automáticamente, se mostrará una ventana con las herramientas de la opción deslizador, se selecciona la opción Ángulo y se asigna la letra α en la ventana de nombre. Se da clic en la opción animación y se escoge creciente. Se finaliza el proceso con el botón Aplica.

Figura 2.



Figura 2. Deslizador

5. De nuevo en la opción Entrada, se cambia <punto lateral> por B, <vértice> por A y <ángulo de rotación anti horaria> por α .

Figura 3.



Figura 3. Opción Entrada modificada

Después del proceso anterior se obtiene la siguiente figura.

Figura 4.

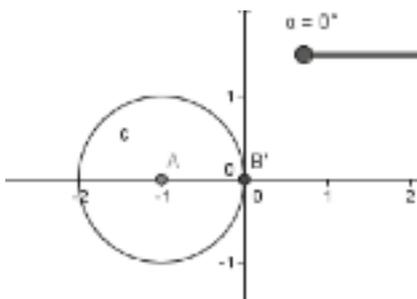


Figura 4. Gráfico obtenido
Fuente: Elaboración propia

Nótese que el nuevo punto es B' . Al incrementar el ángulo α con el deslizador se irán incrementando los valores de manera anti horaria. Las coordenadas de B' son $(\cos(\beta), \sin(\beta))$, debido a que la hipotenusa del triángulo generado es igual a 1 (radio del círculo). Al tomar el valor de $\beta=160^\circ$, las nuevas coordenadas serán $B'=(\cos(160), \sin(160))$, como se indica en la siguiente figura.

Figura 5.

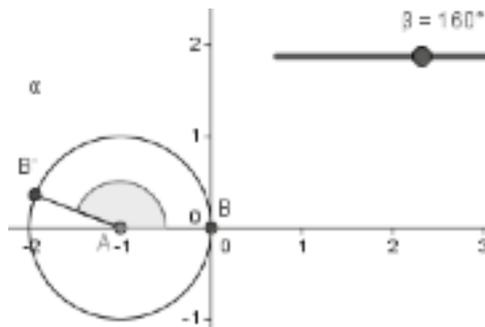


Figura 5. Cuando se mueve el deslizador se mueve el punto B' en el contorno de la circunferencia

6. Para visualizar la medida del ángulo en radianes, hay que situarse en la pestaña de “opciones”, se selecciona “avanzado”, inmediatamente se abrirá una ventana con el nombre de preferencias, seguidamente se cambia la unidad angular a radianes como se indica en la figura 6.

Figura 6.

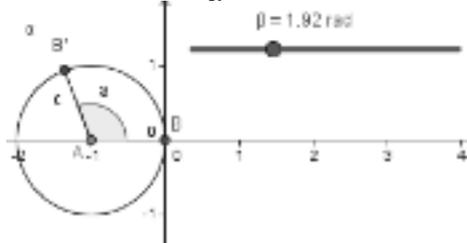


Figura 6. Deslizador con unidad de medida en radianes

7. Finalmente en la línea de comandos de GeoGebra, se escribe $(\infty, y(B'))$, se da clic en la tecla Enter  y aparece el punto “C” en el origen de coordenadas, coincidiendo con el punto “B”, cuyo propósito será el de describir la curva del seno en el intervalo de $0, 2\pi$, al ser manipulado el deslizador. Para visualizar la gráfica en GeoGebra se tienen dos opciones: en la primera, se hace clic derecho sobre el punto “C” y se selecciona  **Radio activado**, luego se hace clic derecho sobre el deslizador y se escoge “Animación Automática” para poder ver la gráfica de la función seno. En la segunda, se selecciona la herramienta  con el nombre de “lugar geométrico”, se da clic en el punto “C” y en el deslizador. Automáticamente se mostrará la gráfica para la función seno en el mismo intervalo.

Figura 7.

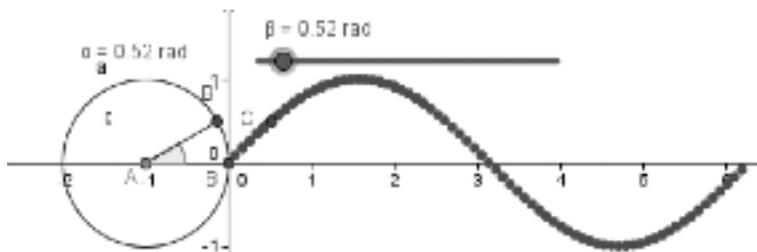


Figura 7. Función seno utilizando la herramienta  **Radio activado**

Gráfica de la función Coseno

1. De la construcción gráfica anterior se realizan todos los pasos. A continuación, se proyecta el punto B' sobre el eje X de las abscisas para lo que se escribe $(x(B'), 0)$ en la línea de comandos, con el fin de crear un nuevo punto C sobre la gráfica. Este segmento de medida AC corresponderá al ángulo α . Después, hay que ubicarse en la línea de comandos e ingresar un nuevo punto $F=C-A$, que aparecerá en el eje X . Nótese que, al mover el deslizador, el punto F se mueve desde el intervalo de $(-1, 1)$ y viceversa.

Figura 8.

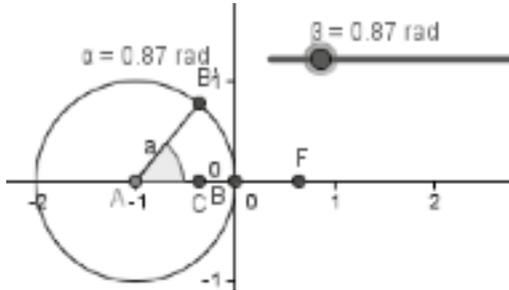


Figura 8. Paso 8

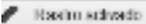
Al considerar el punto de coordenadas “D” con expresión $(0, x(F))$, este se lo visualiza en el eje de las ordenadas. A partir de él se construye “E” con coordenadas $(\alpha, y(D))$. “E” será el responsable de construir la gráfica correspondiente al coseno en el intervalo de $[0, 2\pi]$ al ser manipulado el deslizador. Para poder visualizar la gráfica en GeoGebra se tienen dos opciones: en la primera, se hace clic derecho sobre el punto “E” y se selecciona  , luego se vuelve a hacer clic derecho sobre el deslizador y se selecciona “Animación Automática” para poder ver la gráfica de la función coseno. En la segunda opción, se selecciona la herramienta  con el nombre de “lugar geométrico”, seguido se da clic en el punto “E” y en el deslizador, y automáticamente se mostrará la gráfica para la función coseno en el mismo intervalo.

Figura 9.

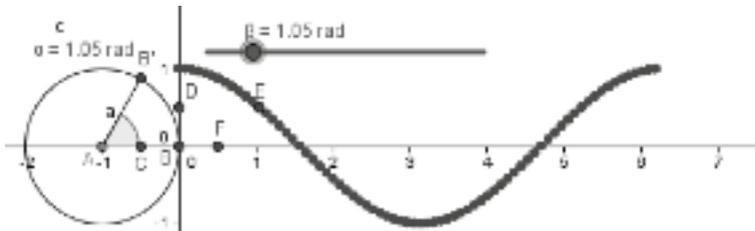


Figura 9. Función coseno utilizando la herramienta  

Instrumento de Evaluación

Como parte de la guía se presenta la siguiente lista de cotejo como un instrumento para la evaluación de los aprendizajes referentes a esta temática. También dicha lista permite evidenciar el nivel de desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño por parte del estudiante (Trelles-Zambrano; Bravo y Barrazueta, 2017). El docente la puede usar cuando propone una tarea individual o grupal. Asimismo puede servir cuando les pide a sus estudiantes que expongan determinado trabajo que ha sido preparado previamente.

Figura 10.

Lista de control para la observación en el proceso de construcción de las funciones trigonométricas por medio de TIC S	
CURSO: Segundo de BGL	ÁREA: Matemáticas
PARALELO: _____	
RECURSO: TIC S (GeoGebra)	FECHA: _____
DESTREZA: Identificar los gráficos correspondientes a cada una de las funciones trigonométricas a partir del análisis de sus características particulares.	
	SI / NO
Manejan bien los estudiantes el computador	
Los estudiantes siguen con facilidad los pasos establecidos en la guía	
Los estudiantes están en otras actividades	
Es motivante para los estudiantes este recurso tecnológico	
Manejan con facilidad comandos y herramientas del software	
Comprenden los estudiantes los procesos de la guía	
Participan activamente en la sesión de clase	
Se ayudan entre sus compañeros si se presentan dificultades	
Identifican el origen de cada función a partir del círculo trigonométrico	
Entienden los estudiantes cada una de las funciones graficadas	
Identifican las características de cada función trigonométrica	
Este recurso tecnológico fomenta el interés y la participación de los estudiantes	
Demuestran haber logrado el aprendizaje	
OBSERVACIONES: _____	

Figura 10. Lista de cotejo
Fuente: Elaboración propia

Consideraciones finales

La enseñanza ha sido tradicionalmente expositiva por parte de los docentes y poco experimental, con resultados de bajo rendimiento en el área de matemáticas. Por ello es necesario que se creen nuevas estrategias didácticas desde recursos tecnológicos con el objetivo de que los estudiantes mejoren su rendimiento académico y consigan un aprendizaje significativo.

Los datos presentados dan muestra de que la mayoría de estudiantes que participaron en el estudio desconocían la existencia de GeoGebra. Los docentes por su parte tienen opiniones favorables respecto a las ventajas del uso de este software educativo.

El presente trabajo guarda coherencia con un enfoque constructivista de la educación, a través del que los estudiantes mediante la experimentación generan sus propios aprendizajes y el docente es quien los guía. Concretamente el contar con una guía didáctica para la construcción de la función seno y coseno, que incluya instrumentos de evaluación específicos contribuye para que los estudiantes analicen las funciones trigonométricas y sus características principales, favoreciendo el alcance de los planteamientos del Ministerio de Educación del Ecuador.

Finalmente, consideramos que implementar el uso de tecnología en la clase de matemáticas ayuda a optimizar tiempo y recursos, pero sobre todo contribuye a una mejor comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes. El uso del software GeoGebra es un recurso tecnológico que complementa la clase, pues el docente deberá planificarla y prepararla para lograr una interacción didáctica con sus estudiantes en la enseñanza de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

- Blanco, I. (Junio de 2012). *Uvadoc*. Recuperado el 08 de Febrero de 2019, de <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/1391/1/TFM-E%201.pdf>
- Borbón, A. (2012). *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*. Obtenido de Instituto tecnológico de Costa Rica: https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Secciones/Temas_de_Geometria/ABorbon_ManualGeoGebraV11N1_2010/2_ABorbon_ManualGeoGebra.pdf
- Conevyt. (Junio de 2012). *Conevyt.org*. Recuperado el 08 de Febrero de 2019, de http://www.conevyt.org.mx/cursos/para_asesor/tics/imagen/lectura.pdf
- Donoso, C. (Noviembre de 2011). *Ministerio de Educación*. Recuperado el 08 de Febrero de 2019, de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/03/SiProfe-BGU-Introduccion.pdf>
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Ministerio de Educación. (2016). *Matemática en el nivel de Bachillerato General Unificado*. Quito: Don Bosco.
- Riofrío., E. & Samaniego, A. (2015). *Guía didáctica para la enseñanza de la Trigonometría para segundo año de bachillerato del Colegio Fray Vicente Solano mediante GeoGebra (Bachelor's thesis)*. Obtenido de <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/23165>
- Santos, T. (2007). *Didáctica-Lectura*. México DF: Iberoamericano.
- Socas, M. (04 de septiembre de 2007). *Clase Virtual*. Recuperado el 5 de Febrero de 2019, de <http://clasevirtual.clavemat.org/file/download/322662>
- Trelles-Zambrano, C., Bravo, F., y Barrazaeta, J. (2017). ¿Cómo evaluar los aprendizajes en matemáticas? *Innova Research Journal*, 35-51. Recuperado el 23 de febrero de 2019 de <http://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/article/view/183>