

# Desarrollando Simuladores con GeoGebra

## Developing Simulators with GeoGebra

Agostinho Iaquan Ryokiti Homa <sup>4</sup>

### **Resumen**

La conferencia presenta la importancia de los simuladores digitales educativos como objetos de aprendizaje que permiten situaciones problemáticas en entornos virtuales que permiten la experimentación, llevando al estudiante a formar hipótesis, conjeturas y, interactuando con el simulador, la generalización de conceptos. La posibilidad de construcciones en el plano y en el espacio con GeoGebra, permite el desarrollo de objetos de aprendizaje ricos en información visual que ayudan al estudiante en la organización del pensamiento, apoyando la comprensión de los conceptos involucrados, permitiendo la construcción de conocimiento en detrimento de los procesos algorítmicos. Las representaciones dinámicas y la animación son recursos visuales que hacen atractivos los objetos de aprendizaje y GeoGebra es una herramienta útil para el desarrollo de este. Cabe señalar que los simuladores digitales ayudan al proceso de construcción del conocimiento cuando se utilizan correctamente como actividades

---

<sup>4</sup> Doctor en Enseñanza de las Ciencias y Matemáticas por el Programa de Postgrado en Enseñanza de las Ciencias y Matemáticas (PPGECIM) de la Universidad Luterana do Brasil (ULBRA). Profesor del curso de Licenciatura en Matemáticas y de los cursos de Ingeniería da ULBRA. Correo electrónico: iaqchan@hotmail.com; iaqchan@ulbra.br

didácticas dentro de una secuencia didáctica en un contexto educativo organizado por el profesor.

## **Introducción**

Como alternativa a la educación tradicional con sus clases magistrales, las metodologías activas colocan al alumno como protagonista de su aprendizaje, desarrollando la responsabilidad, el gusto por el estudio, la iniciativa y el aprendizaje para aprender. En este contexto, la organización didáctica que brinda situaciones experimentales e investigativas permite al alumno formular conjeturas, verificar y generalizar, llevándolo a dar sentido a los conceptos y contenidos aprendidos.

Al integrar las matemáticas al mundo que lo rodea, el alumno comienza a dar sentido a lo que aprende, siendo el modelado matemático el proceso que combina teoría y práctica para la interpretación de la realidad. Para Bassanezi (2002) la modelización matemática es la transformación de los problemas de la realidad en problemas matemáticos y su solución en el lenguaje del mundo real.

La modelización matemática aporta la racionalidad de la realidad que nos rodea, permite su análisis e interpretación, así como acciones para transformarla. En la educación matemática, la síntesis de la realidad, al formalizarla en un modelo, permite comprenderla de manera más eficiente cuando separa lo relevante de lo que, aunque está presente, dificulta la abstracción de un mayor conocimiento.

## **Simuladores digitales**

Los simuladores se consideran modelos matemáticos que representan la realidad de forma simplificada. Pero más que una mera representación del mundo para los sentidos humanos, los simuladores se caracterizan por la posibilidad de interacción humana con la realidad virtual en la que se inserta el modelo.

Cuando se trata de entornos virtuales para el aprendizaje, existe la simulación digital, la visualización por computadora y los juegos digitales, cada uno con sus propias características particulares. Los juegos digitales en entornos virtuales utilizan escenarios con reglas específicas de interacción, con acciones y reacciones que no necesariamente representan el mundo real, siendo ampliamente

utilizados en juegos de batalla terrestres, marítimos y aéreos, en juegos de fútbol, carreras de autos y motocicletas.

Diferenciando los simuladores de los juegos digitales, destaca que sus objetivos son diferentes, el simulador en sí representa un objeto o fenómeno en un entorno virtual sin un objetivo en sí mismo, y los juegos buscan involucrar y retener al jugador en su entorno virtual. Los juegos siempre intentan cumplir con la condición de flujo (Kirriemuir and McFarlane 2004) que tiene como objetivo mantener el interés del jugador en seguir jugando, por curiosidad, atractivo visual y desafíos. Para eso, las acciones, tareas y objetivos intermedios, o de fase, no pueden ser muy fáciles o difíciles, por lo que los objetivos son dinámicos definiéndose según la interacción del jugador. La educación ha visto las características posibles para ser utilizadas en la educación y ha generado investigaciones sobre los juegos en la educación.

Los simuladores digitales se desarrollan para que el hombre haga uso de sus sentidos y los manipule, de modo que en una acción cíclica de observar, interactuar, observar y analizar, comprenda cómo el modelo y el entorno virtual reaccionan a su acción. En educación, esta interacción permite al alumno formar conjeturas y realizar experimentos y luego generalizar conceptos.

La visualización computacional está presente en los simuladores y suele ser la principal fuente de información para comprender las acciones sobre el modelo del entorno virtual, al representar gráficamente el modelo y el entorno virtual en el que se inserta.

Es de destacar que la visualización computacional es una característica funcional del simulador asociada al sentido de la visión y difiere de la visualización. Flores, Wagner y Burato (2012) explican que ver y visualizar son distintos, en los que la capacidad de ver utiliza el sentido de la vista para identificar un objeto y sus características visibles, mientras que visualizar es comprender lo que no se ve, no es aparente, implica la abstracción de conceptos. La visualización integra imágenes mentales, representaciones externas, procesos y habilidades de visualización, y puede definirse como una actividad de razonamiento que se basa en elementos visuales o espaciales para resolver problemas, o para generalizar características y propiedades. (Gutiérrez 1996)

La industria del entretenimiento utiliza simuladores para juegos virtuales. En educación, los simuladores se utilizan para aprender conceptos o procedimientos como simuladores de aviones, autos en autoescuelas, cirugías, porque los errores resultantes de interacciones inapropiadas en entornos virtuales no causan daños reales.

En estas situaciones el foco está en la formación para el manejo de equipos virtuales, desarrollando las habilidades necesarias para el posterior manejo de equipos reales en entornos reales. Estos simuladores son de gran valor, ya que permiten un manejo sin riesgos físicos para el alumno, además de no causar daños a dispositivos o equipos, ya que al estar en un entorno virtual no existe posibilidad de daño físico al hombre o máquina.

Otro objetivo de los simuladores en educación es su uso para el aprendizaje de conceptos mediante la observación y análisis de las características y propiedades de los objetos manipulados en el entorno virtual, llevando al alumno de la simple acción de ver a la visualización. Los desarrollos tecnológicos, las capacidades de procesamiento computacional y la alta resolución de las pantallas de los dispositivos personales, como teléfonos celulares y computadoras portátiles, tienen un impacto positivo en la calidad visual de los simuladores.

Esta misma evolución permitió el desarrollo de herramientas de simulación, que no necesariamente representan un fenómeno o equipo real, pero que utilizan representaciones dinámicas o representaciones múltiples que traen a los ojos del observador, las características y propiedades a estudiar con el objetivo de desarrollar la capacidad de visualizar para comprender, analizar y resolver otras situaciones problemáticas.

En este trabajo, el término simuladores digitales se utiliza para designar equipos simuladores o fenómenos, así como herramientas computacionales para la representación dinámica, ya que el objetivo de este trabajo es acercar el pensamiento computacional a la construcción de objetos de aprendizaje interactivos denominados aquí simuladores digitales.

## **Desarrollo de simuladores digitales educativos**

Los simuladores digitales que utilizan GeoGebra son particularmente útiles en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las disciplinas STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas), al ser un software matemático dinámico, integrando geometría y matemáticas, es una poderosa herramienta para el desarrollo de actividades exploratorias interactivas. en situaciones didácticas en las que el alumno plantea hipótesis y pone a prueba sus conjeturas que le llevan a la generalización y construcción de conceptos.

El desarrollo de objetos educativos en forma de simuladores digitales comienza con la definición de conceptos a aprender o habilidades a desarrollar por los estudiantes y un tema o actividad exploratoria que se utilizará como objeto de aprendizaje.

El acto de ver fenómenos es una forma de ayudar a organizar el pensamiento y apoyar la comprensión de los conceptos involucrados que valoran la construcción del conocimiento en detrimento de los procesos algorítmicos. Por tanto, es necesario definir situaciones problema para la aplicación práctica de contenidos o habilidades matemáticas dentro del objeto de aprendizaje a construir.

Homa (2019) considera importante definir el grado de realidad del simulador digital, estableciendo qué características serán representadas, quitando del simulador variables o características no relevantes al objetivo didáctico establecido, realizando una representación parcial del fenómeno o del objeto simulado. La simplificación del modelo resalta las propiedades y características importantes que el alumno debe observar, reduciendo el análisis de las correlaciones entre su interacción y el comportamiento del objeto simulado.

Entendiendo que las acciones de interactuar y observar son parte del proceso de experimentación, es importante definir qué variables son capaces de interactuar y cuáles son las dependientes u observables. Junto a las variables independientes, también se idealizan los controles o las formas en que se llevarán a cabo las interacciones con las variables. GeoGebra permite la manipulación de objetos geométricos, el control deslizante o la edición de etiquetas, queda a criterio del desarrollador definir qué tipo de control se asociará a cada variable independiente.

Una vez definidas las variables independientes y sus interacciones, comienza la construcción del propio objeto de aprendizaje. Para ilustrar este proceso algorítmico, aquí se presenta la construcción del objeto de aprendizaje para el estudio de la flotabilidad de un objeto colocado en un líquido. Este contenido se presenta en las disciplinas de Física y Matemáticas que presentan los conceptos de densidad específica de materiales y volumen.

Para el estudio de la flotabilidad, se definió el objeto de aprendizaje que presentaría un tanque con líquido en el que se coloca un objeto en forma de cubo, verificando su flotabilidad. Como el objeto cotidiano asociado a la flotabilidad es el bote, que tiene la característica de no ser sólido, sino un caparazón, se creó la posibilidad de transformar el cubo, creando una cavidad en el mismo.

La información de densidad fue diseñada para ser ingresada en forma numérica para que el estudiante pueda usar los valores de densidad de materiales conocidos y proporcionados por el maestro. Con el fin de facilitar la identificación de las relaciones de peso, densidad y flotabilidad, se consideró el uso de una balanza para que el estudiante compare las fuerzas de peso del objeto fuera del líquido y cuando está sumergido.

Para hacer atractivo el objeto de aprendizaje para la realización de las actividades, se definió que estaría animado y requirió la definición de tres comandos: reiniciar, cambiar la posición de la báscula y colocar el objeto en el líquido. La figura 1 muestra el objeto de aprendizaje con un cubo, con un borde 6, con una cavidad y densidad mayor que el líquido.

Después de enumerar las funcionalidades del objeto de aprendizaje, se definieron las variables y la forma de interacción:

- Borde del cubo: control deslizante - valores [1, 8];
- Borde de la base de la cavidad: control deslizante - valores [0, Borde del cubo-0.5], para que el área de la base de la cavidad no sea igual o mayor que el área de la base del cubo;
- Profundidad de la cavidad: control deslizante - valores [0, Borde del cubo-0.5], para que la profundidad de la cavidad no sea igual o mayor que la altura del cubo;
- Densidad del líquido: campo de entrada numérica;
- Densidad de objeto: campo de entrada numérica;

- Aceleración de la gravedad: campo de entrada numérica, de modo que sea posible explorar las fuerzas de peso con otras aceleraciones gravitacionales;
- Comando de reinicio - botón;
- Botón de comando Colocar objeto en el líquido - botón;
- Botón de comando Cambiar posición de equilibrio - botón.

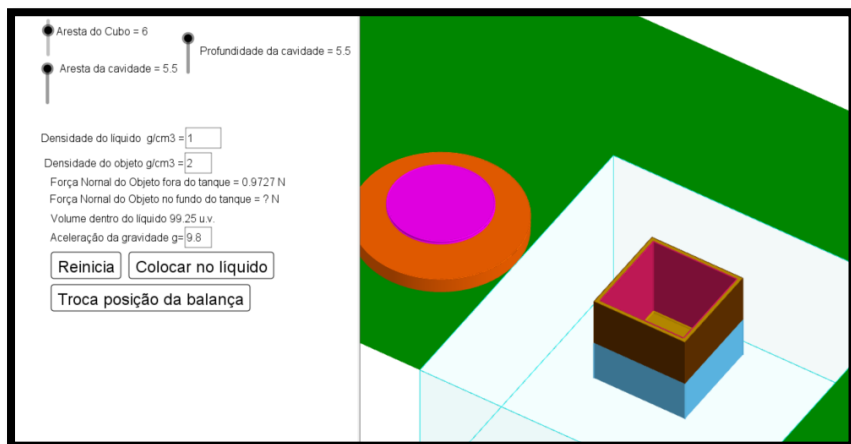


Figura1 - Simulador digital para el estudio de flotabilidad

## Animación

Al trabajar con objetos animados, es necesario definir una variable que será la referencia para la animación. En GeoGebra trabajamos con un control deslizante "t" con intervalo  $[0,15]$  y animación "Crescente (Una vez)", para que el objeto se mueva y se detenga, esperando el comando de reinicio.

El recorrido del cubo durante la animación se dividió en 4 etapas (Figura 2) el ascenso fuera de la escala  $(0, 0, 2)$  hasta que está sobre el líquido  $(0, 0, 12)$ , el descenso hasta el contacto con el líquido  $(0, 0, 0)$  y, después de contar con líquido, los movimientos de hundirse lentamente  $(0, 0, -10)$  u oscilar hasta estabilizarse en la posición flotante  $(0, 0, h_l)$  siendo  $h_l$  la profundidad sumergida del cubo.

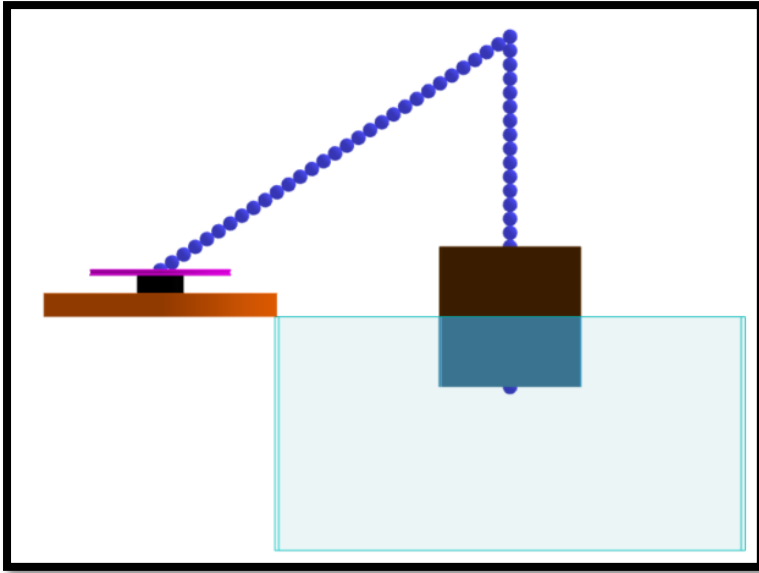


Figura 2 - Ruta de animación

B se definió como un punto de referencia para la construcción del cubo, por lo que para la animación en el espacio las coordenadas de B están dadas por las funciones compuestas para  $x$ ,  $y$  y  $z$ , basadas en la variable de animación ( $t$ ) y la profundidad sumergida del cubo ( $hl$ ).

$$x = \begin{cases} -15 \left(1 - \frac{t}{3}\right), & t < 3 \\ 0, & t \geq 3 \end{cases}$$

$$y = 0$$

$$z = \begin{cases} 10 \frac{t}{3} + 2, & t < 3 \\ 12 + 6(3 - t), & 3 \leq t < 5 \\ t > 5 \begin{cases} 5 - t, & \text{si no flota} \\ hl(0.65^{(t-5)}(\text{sen}(2.04(t-5) - \pi) + 1) - 1), & \text{si flota} \end{cases} \end{cases}$$

La oscilación del objeto en el líquido agrega una característica de realidad al simulador, ya que este es el comportamiento del fenómeno en una situación real. La función de oscilación viene dada por la función sinusoidal ajustada para tener 3.25 ciclos en el intervalo  $[5, 15]$  de la



variable de animación y con atenuación dada por la función exponencial, el gráfico de oscilación se muestra en la Figura 3, en la cual se observa cómo la oscilación de la profundidad sumergida del objeto, que se estabiliza en  $t = 15$ .

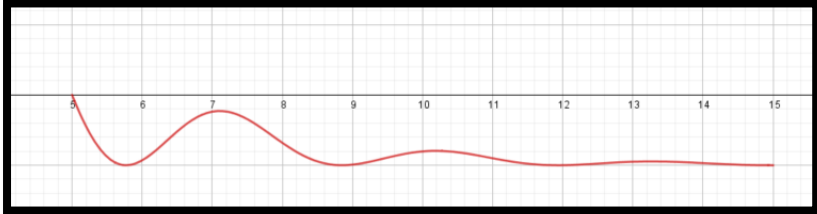


Figura 3 - Representación de la oscilación del punto de referencia del cubo.

El control del comportamiento de hundimiento o flotación se realiza comparando el peso del objeto con el peso del volumen de líquido que será desplazado por el sólido al ser colocado en el agua (Figura 4), es decir, la comparación de fuerza del peso del objeto con la fuerza de flotación. Como el simulador permite crear una cavidad en el objeto, la fuerza del peso está dada por el producto de la densidad del objeto y la diferencia en el volumen del cubo y su cavidad, mientras que la fuerza de flotabilidad está dada por el producto de la densidad del líquido y el volumen del cubo.

{	$n = \text{arista del sólido}$
	$m = \text{arista de la cavidad}$
	$pf = \text{profundidad de la cavidad}$
	$dl = \text{densidad del líquido}$
	$ds = \text{densidad del sólido}$
	$g = \text{aceleración de la gravedad}$
	$Vl = \text{Volumen del líquido}$
$Vs = \text{Volumen del material sólido}$	

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fuerza de flotación} = dl \cdot Vl \cdot g \\ \text{Fuerza peso del objeto} = ds \cdot Vs \cdot g \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} ds (n^3 - m^2 pf) > dl n^3 \rightarrow \text{hunde} \\ ds - m^2 pf < dl n^3 \rightarrow \text{flota} \end{array} \right.$$

Figura 4 - Variables independientes y prueba de flotabilidad

La profundidad sumergida ( $h_l$ ) se define por el producto de la altura del cubo y la relación entre las fuerzas peso y flotabilidad, que se define por:

$$hl = n \frac{ds(n^3 - m^2 pf)g}{dl n^3 g} \Rightarrow hl = n \frac{ds}{dl} \left( 1 - \frac{m^2 pf}{n^3} \right)$$

Este valor hl se usa en la función que define la coordenada z del cubo después del contacto con el líquido.

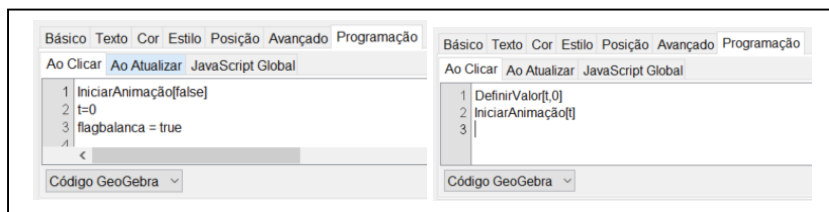
## Botones de comando

El simulador tiene una balanza que se coloca dentro y fuera del líquido mediante el botón "Cambiar posición de la balanza". El botón tiene la programación "Si (flagbalanza, falso, verdadero)" en la pestaña "On Click", de esta manera cuando se presiona el botón, el valor de "flagbalanza" alterna entre falso y verdadero. El uso de la balanza permite al alumno realizar experimentos y comprobar la fuerza del peso del objeto dentro y fuera del líquido. Para comprender el desempeño de la fuerza de flotación, se recomienda que, al inicio, las actividades se realicen con el cubo sólido, sin cavidad.

Para la construcción de la balanza se utilizaron cilindros en base al punto de referencia con coordenada "Se (flagbalanza, (-15, 0, 0), (0, 0, -12))". En esta definición, las coordenadas del punto alternan entre fuera del líquido (-15, 0, 0) y sumergido en el fondo del tanque (0, 0, -12) cuando flagbalanza cambia de falso a verdadero.

El botón de reinicio tiene una programación asociada que cancela la animación con StartAnimation[falso], pone a cero la variable  $t$  que cambia la coordenada del objeto fuera del líquido y cambia el balance de la bandera a verdadero haciendo que la coordenada del punto de referencia de la escala cambie a (-15, 0, 0) automáticamente.

El botón "Poner en líquido" inicia la animación, pone a cero la variable  $t$  y desactivando la animación. Los comandos de los botones se muestran en la Figura 5, con el izquierdo para reiniciar y el derecho para activar la animación.



### Figura 5 - Reiniciar y animar horario

Para las construcciones de cubos y cavidades se utilizó el comando “Polígono” de GeoGebra para cada cara, basado en el punto de referencia (B) que es la base de toda la animación, creando la dependencia de los polígonos para que todos se muevan siguiendo la posición de B en el espacio virtual del simulador.

Es de destacar que la construcción de conceptos no se da por el simple uso de objetos de aprendizaje interactivos, ya que la actividad didáctica en la que se insertan, así como la organización de la secuencia didáctica, es de suma importancia. Corresponde al profesor presentar adecuadamente los objetos de aprendizaje, sus funcionalidades y limitaciones, así como presentarlos en el momento oportuno y adecuado tomando como referencia los conocimientos del alumno.

Para el desarrollo de objetos interactivos es necesario conocer los comandos de línea para la construcción de objetos geométricos y los comandos de control como animación, sonido, valoración de variables y la ejecución de comandos condicionales, ya que el panel de herramientas de construcción geométrica de GeoGebra presenta solo una parte de los comandos se restringe a los más utilizados.

El grupo de investigación de la Universidad Luterana de Brasil trabaja continuamente en el desarrollo de objetos de aprendizaje interactivos como juegos y simuladores digitales utilizando GeoGebra, estando en constante expansión de la red de socios para que estén interesados en los estudios de integración de tecnologías en el plan de estudios de Matemáticas.

### Referencias

- Bassanezi, Rodney Carlos. 2002. Ensino - Aprendizagem Com Modelagem Matemática. 3a. São Paulo: Editora Contexto.
- Flores, Cláudia Regina, Débora Regina Wagner, and Ivone Catarina Freitas Buratto. 2012. “Pesquisa Em Visualização Na Educação Matemática: Conceitos, Tendências e Perspectivas.” Educação Matemática Pesquisa 14(1):31-45.

- Gutiérrez, Ángel. 1996. "Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework." Pp. 3–19 in Proceedings of the 20th PME Conference. Vol. 1.
- Homa, Agostinho Iaqchan Ryokiti. 2019. "Robotics Simulators in STEM Education." *Acta Scientiae* 21(5):178–91. doi: 10.17648/ACTA.SCIENTIAE.5417.
- Kirriemuir, J., and A. McFarlane. 2004. "Literature Review in Games and Learning." A NESTA Futurelab Research Report 8(July 2004):1–40.