

# GeoGebra y el sentido numérico

## GeoGebra and number sense

Roxana Auccahuallpa Fernández<sup>32</sup>

### Resumen

El pensamiento o sentido numérico en la educación matemática consiste en la capacidad de hacer cálculos con fluidez, de hacer estimados y juicios sin el uso de algoritmos y cálculos complejos (Case, 1998). D'Ambrosio sugiere que enseñar matemáticas debe tener cuenta la realidad socio-cultural del estudiante, aprendizajes que trae de su casa y aprovechar ello para el desarrollo del pensamiento numérico. El propósito de esta ponencia es aportar con una nueva metodología para potenciar el pensamiento numérico en los estudiantes de la primera infancia, para esto se ha diseñado una serie de actividades con el uso del software de GeoGebra que ayudará al pensamiento numérico en la educación matemática.

GeoGebra es una herramienta didáctica e interactiva que puede determinar mejores procesos de demostración, visualización y consolidación de conceptos necesarios para potenciar el pensamiento numérico. Este software educativo es un programa multimedial interactivo que puede convertirse en una poderosa herramienta pedagógica y didáctica que aproveche nuestra capacidad de hacer cálculos de manera sencilla y precisa. ¿Cómo se puede mejorar la comprensión de conceptos matemáticos utilizando GeoGebra como recurso didáctico para enriquecer el pensamiento numérico?

**Palabras claves:** pensamiento numérico, matemáticas, GeoGebra,

---

<sup>32</sup> [roxana.auccahuallpa@unae.edu.ec](mailto:roxana.auccahuallpa@unae.edu.ec), [roxaaf@gmail.com](mailto:roxaaf@gmail.com)

## **Abstract**

Numerical thinking or number sense in mathematics education is the ability to do computations fluently, to make estimates and judgments without the use of complex algorithms and calculations. (Case, 1998). D'Ambrosio suggests that teaching mathematics - numerical thinking must take into account the socio-cultural reality of the student, learning that he brings from home and take advantage of this for the development of number thinking in early childhood. The purpose of this conference is to provide a new methodology to enhance numerical thinking in students, for this a series of activities has been designed with the use of GeoGebra software that will help numerical thinking in mathematics education.

GeoGebra is a didactic and interactive tool that can determine better processes of demonstration, visualization and consolidation of concepts necessary to enhance numerical thinking. This educational software is an interactive multimedia program that can become a powerful pedagogical and didactic tool that takes advantage of our ability to do computations in a simple and precise way. How can the understanding of mathematical concepts be improved by using GeoGebra as a teaching resource to enrich number thinking?

**Keywords:** number thinking, mathematics, GeoGebra, teaching and learning.

## **Introducción**

La educación de la matemática en pleno siglo XXI no es la misma del siglo pasado, dado que los eventos que se han suscitado como la pandemia por el Covid-19 trajo consigo cambios en la educación, ya que pasó de ser una educación presencial a virtual. A su vez, los estudiantes no son los mismos que los de ayer y las necesidades y requerimientos para poder actuar eficazmente en el mundo actual tampoco son las mismas. En este sentido, la enseñanza de las matemáticas ha cambiado y requiere de docentes contemporáneos que deban ir ajustando sus formas y estrategias de enseñanza a través de la

incorporación de nuevas metodologías para estar acorde a la época y hacer frente a una realidad de emergencia sanitaria a través de la enseñanza virtual.

A partir de la década del 70 del siglo pasado se pudo evidenciar diversas teorías de enseñanza de las matemáticas que surgieron para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina poco entendible por los estudiantes, en particular, el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes. Una de estas fue la Genesis Instrumental de Michael Artigue en la que Rabardel (1995) propone como un enfoque en el que se describe la génesis del instrumento (tecnologías) por el sujeto, y resalta la importancia de la actuación humana que construye un instrumento mediante estructuras cognitivas. Este trabajo se ha ido desarrollando a partir del grupo de investigación EUREKA 4i de la Universidad Nacional de Educación – UNAE en la formación del futuro docente y docentes en ejercicio con la integración en la práctica educativa el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática en la Educación General Básica. Incluso, hemos visto la viabilidad del software en las aulas de matemáticas en la primera infancia, no obstante, esta herramienta didáctica tiene diferentes vistas de trabajo en la que se puede potenciar el desarrollo del pensamiento numérico de forma natural y explícita.

El propósito de esta ponencia es aportar con una nueva metodología para potenciar el pensamiento numérico en los estudiantes y docentes de la primera infancia, para esto se ha diseñado una serie de actividades con el uso del software de GeoGebra que ayudará al pensamiento numérico en la educación matemática. Para esto, es importante ir construyendo actividades que despierten en interés en el estudiante a través de la experimentación en el software de GeoGebra.

## **Desarrollo**

La enseñanza de las matemáticas debe incorporar nuevas tecnologías de la información y la comunicación TIC en el proceso de la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, esto es, el uso de GeoGebra en las clases de matemáticas permite potenciar en el estudiante el desarrollo del pensamiento numérico, geométrico y espacial (competencias matemáticas). (Maroto y Arias, 2019). A su vez, brinda la oportunidad

de transformar el ambiente tradicional de enseñanza en el área de matemáticas (libro de texto, pizarra y lápiz), llevándolo a un espacio de interacción y dinamismo que permite GeoGebra y sus potencialidades, en la que, estudiante adquiere un aprendizaje significativo de las matemáticas y sus conceptos poco comprensibles.

Para Luis Rico (1996), los estándares básicos de competencias de las matemáticas dividen el pensamiento matemático en pensamiento numérico y pensamiento espacial, estas eran las dos maneras que se utilizaban para hacer matemáticas, la primera a partir de los números y la segunda de geometría. Estos pensamientos fueron subdivididos en: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento métrico y sistemas métricos o de medidas, pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos y el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Asimismo, el ministerio de Educación de Ecuador establece en el Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe (MOSEIB), que la enseñanza de la matemática debe tener un tratamiento no solo teórico, sino práctico, de manera que los estudiantes puedan utilizarla en las situaciones reales a fin de evitar repeticiones o procesos memorísticos que no desarrollan el sentido numérico. (2013)

El presente trabajo desarrolla la geometría y el pensamiento numérico, la cual ha sido y sigue siendo un tema de discusión desde la comunidad de educadores en matemáticas como aquella capacidad matemática que permite interpretar los números, sus símbolos, sus significados y sus relaciones, además, posibilita la realización de actividades cognitivas (configuración numérica, análisis de fenómenos, cuestiones y problemas que emplean elementos numéricos) que estructuran procesos complejos de pensamiento que le servirán al sujeto para comprender otros aspectos matemáticos. (Cárdenas-Soler, Piamonte-Contreras, y Gordillo- Catellanos, 2017)

En esta línea, Rico (1996), señala que el pensamiento numérico estudia los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando diferentes estructuras numéricas. Por su parte, Castro (1994) explica que el pensamiento numérico se ha trabajado en tres etapas: (1) de elaboración, codificación y comunicación de sistemas simbólicos; (2)

la organización, sistematización y desarrollo de diferentes actividades cognitivas que surgen y encuentran un modo de actuación en el marco de una estructura numérica; (3) los modos de abordar, interpretar y, en su caso, responder a una variedad de fenómenos, cuestiones y problemas que admiten ser analizados mediante conceptos y procedimientos que forman parte de una estructura numérica.

Por otra parte, educadores e investigadores interesados en mejorar la educación en matemáticas desarrollaron teorías en la década del 70 como la resolución de problemas de George Polya, Situaciones didácticas de Guy Brousseau, Transposición Didáctica de Yves Chevallard, la Educación de la matemática Realista de Hans Freudenthal, entre otros. En las palabras del filósofo y matemático inglés Alan Bishop (1999), las matemáticas son una de las materias escolares más importantes que los niños de hoy deben estudiar y, al mismo tiempo, una de las peor comprendidas por su simbología y abstracción de su contenido. Esto intimida en los educandos y hasta provoca miedos y fobia, a pesar de la importancia de su estudio; sin embargo, son pocas personas que se sienten cómodas con ellas.

Asimismo, la educación matemática para el siglo XXI permite la incorporación de estrategias innovadoras como el uso de GeoGebra en el aula que faciliten el proceso de enseñanza de esta ciencia. Para los autores Pabón Gómez, Nieto Sánchez y Gómez Colmenares (2015), esta estrategia motivara al estudiante a realizar una actividad de exploración a través de la modelación de un fenómeno aplicado a las ciencias, para que a través de la manipulación de las aplicaciones del software dinámico sea el estudiante, quien adquiera la capacidad de representar modelos en los que visualice, interprete y comunique de una manera crítica y reflexiva los resultados obtenidos. Desde este punto de vista, la matemática debe ser para el estudiante una herramienta que le permita responder a las necesidades del contexto y comprender su importancia en la solución de problemas, a la vez que transforma con ella la realidad del mismo (Guarnizo, 2015; Torres, 2009).

El uso del software de GeoGebra ofrece a los estudiantes la posibilidad de utilizar herramientas tecnológicas en su proceso de aprendizaje, con lo cual este tipo de estudiantes presenta unas competencias

tecnológicas que no los excluye del ámbito laboral donde es habitual el uso de estas herramientas. Por ello, la instrumentalización de GeoGebra ocurre cuando se le dota de potencialidades (actividades didácticas) y se le transforma para aplicaciones específicas como un recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En este proceso, el estudiante construye esquemas mentales, asimilando esquemas existentes o produciendo nuevos esquemas para llevar a cabo la actividad existente (León-Salinas, 2017; Pari y Aucchuallpa, 2019).

Asimismo, GeoGebra ayuda a los estudiantes a realizar comprobaciones, construcciones, incluso, visualizar los comportamientos - resultado de sus mediciones, y con esto construir argumentos para realizar sus discusiones. En resumen, la tecnología juega un papel importante en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas puesto que permite a los estudiantes comprobar sus conjeturas y las predicciones. Con ello, desarrollar capacidades como el pensamiento numérico, espacial y otros.

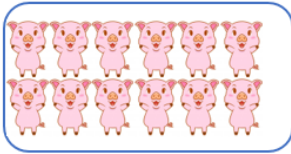
### **Actividad didáctica 1.** Representación de un número

La idea de número, siempre ha sido un concepto abstracto para los niños de la primera infancia. A pesar de la enseñanza de los números, los niños en esta etapa tienen problemas con respecto a la comprensión del número, esto se agudiza más cuando se le muestra los símbolos del número (1, 2, 3, ...). Por ello, se invita a los docentes desarrollar el sentido numérico en la primera infancia a partir del proceso del contar haciendo uso de los seis aspectos determinantes como: (1) Clasificar, (2) Ordenar, (3) secuenciar, (4) Correspondencia Biunívoca, (5) Conteo Estructurado y (6) conteo no estructurado (Van Luit y Van de Rijt, 1997).

Para desarrollar esta actividad, pensemos en un número no muy grande, por ejemplo 12; tomemos una hoja en blanco y anotemos sobre ella todas las imágenes, notaciones, dibujos, frases y símbolos que nos vengan a la cabeza y que asociemos con 12, que representen a 12. El número de las representaciones obtenidas es muy amplio; si compartimos nuestra información con las de otras personas podemos comprobar que la lista se prolonga extensamente y que entran a formar

parte de ella conocimientos muy variados, que dependen de nuestra formación matemática y de nuestro manejo profesional o cotidiano con los conceptos numéricos.

Tabla 1. Representación del número 12. Elaboración propia (2020)



Cardinalidad de conjunto  
= 12 cerditos



Simbólica



El número 12  
como  
canal de TV

Para finalizar, la actividad 1, podemos realizar preguntas como:

- ¿Qué entendemos por pensamiento numérico? ¿Qué representa el número 12?
- ¿Cuántas representaciones tiene el número 12? ¿Te atreves a decir un número de representaciones del número 12?

**Actividad didáctica 2.** GeoGebra y la operación de la suma de números.

El software de GeoGebra tiene diferentes vistas principales como: Algebraica, Vista CAS, Hoja de cálculo, vista gráfica, segunda vista gráfica, vista 3D y protocolo de construcción. Estas permiten desarrollar diferentes capacidades matemáticas en los estudiantes, es decir, para el caso de realizar operaciones de suma de números, los estudiantes pueden hacer uso de la vista CAS, en la cual el estudiante ingresa el número, por ejemplo  $7 + 5$  y el resultado que proveerá GeoGebra será 12. Así, para hacer uso de verificar diferentes tipos de sumas de números podemos realizar una construcción de la operación suma en la vista Gráfica, la cual provee el espacio de coordenadas y se pueden construir de forma general los números que se desean sumar. (Ver figura 1)

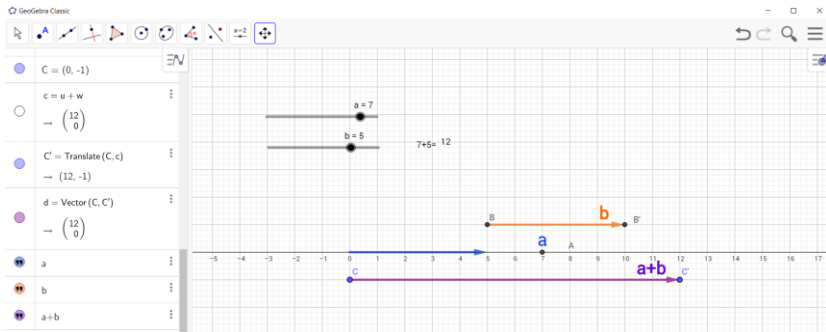


Figura 1. Suma de números. (Elaboración propia, 2020)

El uso de la vista gráfica en GeoGebra permite tanto a docentes como estudiantes verificar suma de números a través de la construcción de deslizadores  $a$ ,  $b$  y  $a+b$ , los cuales verifican cualquiera suma que se encuentra en los intervalos de los deslizadores al mover  $a$  y  $b$ . El resultado se observa en el deslizador  $a+b$ .

### Actividad 3. Recursos de GeoGebra

GeoGebra además de ser un software dinámico para la enseñanza de las matemáticas, este provee una serie de recursos para todos los niveles educativos. Para la educación inicial, presenta una serie de recursos como el Juego de la Oca, Puzzles, Series numéricas, Construcción de Números, entre otras. Estos recursos son desarrollados por la comunidad de GeoGebra, quienes son docentes y educadores interesados en desarrollar recursos para mejorar la enseñanza de las matemáticas. Esto se puede visualizar en <https://www.GeoGebra.org/m/k23NtdpE#material/npsRgU6p>.

Por todo lo expuesto, el uso de GeoGebra permite enfocar la atención de los procesos de creación, construcción, modelación y verificación de un problema y la interpretación de las soluciones. Adicionalmente, promueve el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes al comprender diferentes representaciones del mismo concepto y hacer conexiones a diferentes contextos matemáticos y de la vida cotidiana. Para Almeida, Bruno y Perdomo-Díaz (2016) el pensamiento numérico tiene diferentes componentes: (1) comprender el significado de los números, (2) reconocer el valor relativo y absoluto de las magnitudes



numéricas, (3) usar puntos de referencia al hacer cálculos numéricos, (4) componer y descomponer números, (5) utilizar diferentes representaciones de los números, (6) comprender el efecto relativo de las operaciones y (7) desarrollar estrategias apropiadas para evaluar si una respuesta es razonable.

Consecuentemente, el pensamiento numérico debe ser promovido desde los primeros años de la educación formal por su importancia para lograr el desarrollo de pensamiento matemático superior (Obando y Vásquez, 2008; Moroto y Arias, 2019). El desarrollo de este pensamiento no implica la repetición mecánica y algorítmica de procedimientos que no ayudan a comprender profundamente el concepto de sistema de numeración. Investigadores como Greeno (1991); Vilarroel (2009); Auccahuallpa y Abad (2019) señalan que el pensamiento numérico más allá de desarrollar una capacidad fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes permite pensar en los estudiantes la manera lógica de dar soluciones de problemas numéricos sin precisar cálculos.

## **Conclusiones**

La necesidad de desarrollar competencias en pensamiento o sentido numérico en los estudiantes de la primera infancia permitirá tener un mejor desenvolvimiento en su vida cotidiana y serán la base sobre la cual se estructure el conocimiento matemático general. Por ello, es fundamental desarrollar este pensamiento desde la primera infancia, esto es, cuando los niños van empezando a comprender el concepto del número. Greeno (1991) caracteriza esto en tres aspectos: capacidad de hacer cálculos con fluidez, de hacer estimados y juicios e inferencias. Por lo que, incorporar nuevas tecnologías como el uso de GeoGebra en el desarrollo del pensamiento numérico permite enfocar la atención de los procesos de creación, construcción, modelación y verificación de un problema y la interpretación de las soluciones a partir del uso de las diferentes vistas del software.

## Referencias

- Almeida, R., Bruno, A., & Perdomo-Díaz, J. (2016). Strategies of number sense in pre-service secondary mathematics teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(5), 959- 978.
- Auccahuallpa, R., y Abad, J. V. (2019). El proceso etnomatemático del contar mediante la Uña Taptana. Segundo encuentro Latinoamericano de Etnomatemática, Campus de Sarapiquí – Costa Rica. 1-7.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática*. Madrid: Paidós
- Cárdenas-Soler, R., Piamonte-Contreras, S., y Gordillo- Catellanos, P. (2017). Desarrollo del pensamiento numérico. Una estrategia: el animaplano. *Pensamiento y acción*, 23. 31-48.
- Castro, E. (1994). Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años). Tesis Doctoral. Granada: Comares.
- D' Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas. Entre las tradiciones y la modernidad*. México: Díaz de Santos.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for research in Mathematics Education*, 22 (3), 170-218.
- Guarnizo, M. (2015). La cultura del emprendimiento y la empresarialidad en instituciones educativas de Colombia: realidades y oportunidades. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 233.
- León-Salinas, C. E. (2017). El pensamiento covariacional y GeoGebra: herramientas para la explicación científica de algunas realidades. *Tecné, Episteme y Didaxis, TED*, 42, 159-171.
- Maroto, A. P., y Arias, I. (2019). Desarrollo del pensamiento numérico en los primeros años de la educación primaria: la suma y resta de números naturales. XV CIAEM-IACME, Medellín, Colombia, 1-9.

- Ministerio de Educación. (2013). *Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe*. Quito: Ecuador.
- Obando, G. y Vásquez, N. (2008). *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica*. Documento presentado en el Encuentro colombiano de matemática educativa.
- Pabón Gómez, J. A., Nieto Sánchez, Z. C., y Gómez Colmenares, C. A. (2015). Modelación matemática y GeoGebra en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 7 (1), 65-70.
- Pari, A., y Auccahuallpa, R. (2019). Percepciones del profesorado sobre las TIC (GeoGebra) como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica. *Memorias del XV CIAEM – Conferencia Interamericana de educación matemática*. 1-9.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains*. París: Armand Collins.
- Rico, L. (1996). *Pensamiento numérico*. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/278004432\\_Pensamiento\\_numerico](https://www.researchgate.net/publication/278004432_Pensamiento_numerico)
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de maestría no publicada. Programa de Matemática Educativa, CICATA-IPN. México.
- Van Luit, J. E. H., y Van de Rijt, B. A. M. (1997). Stimulation of early mathematical competence. En M, Beishuizen, K. Gravemeijer, y E. van Leishout (Eds.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures* (pp.215-238). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Institute.
- Villarroel Villamor, J. D. (2009). Origen y desarrollo del pensamiento numérico: una perspectiva multidisciplinar. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 555-604.