



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
MASTER DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO**

TRABAJO FINAL DEL MASTER:

**SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2×2 Y SU
APLICACIÓN EN CONTEXTOS REALES**

AUTOR:

IVÁN MANUEL REINOSO BAQUE

C.C. # 1203076094

TUTOR:

DR. VICENC FONT MOLL

GRADO ACADÉMICO:

**MASTER EN EDUCACIÓN, CON MENCIÓN
MATEMÁTICAS.**

FECHA DE ENTREGA:

14 DE MARZO DEL 2019

RESUMEN

El presente trabajo se basó en el desarrollo de sesiones de trabajo, enfocado en problemas resueltos con sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , cuya finalidad fue buscar una correcta interacción estudiantil y a través de la misma, propiciar en el estudiante un cambio en su metodología de representar y resolver problemas, en este sentido se obtuvieron resultados satisfactorios, dado que el mayor porcentaje del estudiantado cambió su percepción resolutiva y adaptó lo aprendido para realizar de mejor manera el cambio de registro de situaciones reales a lenguaje matemático.

Palabras Claves: Sistemas de Ecuaciones , Resolución de Problemas.

SUMMARY

The present work was based on the development of work sessions, focused on problems solved with systems of linear equations 2×2 , whose purpose was to find a correct student interaction and through it, to encourage the student a change in their methodology. represent and solve problems, in this sense satisfactory results were obtained, given that the highest percentage of students changed their perception and adapted the learned to better perform the change of registration of real situations to mathematical language.

Key Words: Systems of Equations, Resolution of Problems.

Índice de Contenidos

Portada.....	I
Resumen y Summary.....	II
Índice de Contenidos.....	III
Cesión de Derechos.....	IV
Introducción.....	1
Presentación de la Unidad Didáctica Implementada.....	2
Presentación de Objetivos.....	2
Presentación de Contenidos y su Contextualización y los Currículos oficiales.....	2
Diseño de Actividades Enseñanza y Aprendizaje en Relación con Objetivos.....	3
Presentación de la Actividades de Evaluación Formativa.....	7
Implementación de la Unidad Didáctica.....	14
Adecuación de Contenidos Implementados a los planificados y adaptaciones..	14
Resultados de Aprendizaje de los Alumnos.....	15
Descripción del Tipo de Interacción.....	19
Dificultades Observadas.....	20
Valoración de la Implementación y pautas de rediseño de la Unidad Didáctica...	21
Valoración de la Unidad Didáctica	22
Propuestas de Mejora.....	26
Reflexiones Finales.....	27
En Relación a lo Aprendido durante el TFM.....	27
Conclusiones.....	27
Referencias Bibliográficas.....	28



Javier Loyola, 19 de Febrero del 2019

Yo, **Iván Manuel Reinoso Baque**, autor del Trabajo Final de Maestría, titulado: **Sistemas de Ecuaciones Lineales y su Aplicación en Contextos Reales**, estudiante de la Maestría en Educación, mención en **Matemática**, con número de identificación **1203076094**, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Iván Manuel Reinoso Baque

Firma:

Introducción

La enseñanza de las matemáticas, siempre será un reto para cualquier docente, más aún cuando el objetivo central es que el estudiante aprenda a relacionar e identificar los contenidos numéricos que aprendieron en el salón de clases, con su contexto de convivencia diaria.

La enseñanza tradicional, no involucra realmente al estudiante en un análisis crítico ni constructivo de lo que enseña, por tal motivo los estudiantes no sienten la motivación idónea hacia los números, dado que no logran relacionarlos con nada y solo toman a las matemáticas como una asignatura más que tienen que aprobar.

Según Trigueros (2012), en su trabajo de investigación analiza las muchas dificultades que los estudiantes de secundaria y bachillerato enfrentan al resolver sistemas de ecuaciones. Muestra de ello es que suelen memorizar estrategias de solución sin comprender su significado, ni tampoco el conjunto solución.

Segura (2004), en su investigación señala que existen dificultades para trabajar problemas dados en registro verbal que involucran sistemas de ecuaciones, menciona que los estudiantes no realizan en forma correcta el pasaje del registro verbal al algebraico y que no efectúan representaciones y resoluciones gráficas de sistemas de ecuaciones lineales.

En virtud de esto, el presente trabajo, tuvo como finalidad, involucrar de manera activa a los estudiantes del Décimo curso paralelo “A” de la Unidad Educativa “Nicolás Infante Díaz”, de la ciudad de Quevedo, en un tipo de matemática que les permitió, acercarse de manera directa y real, a una situación cotidiana, y mediante el uso de

procedimientos matemáticos, basados en sistemas de ecuaciones lineales, les facilitó la tarea de resolución de estas situaciones, situaciones que normalmente no pueden solucionar.

Presentación De La Unidad Didáctica Implementada.

Presentación de Objetivos.

- Desarrollar el pensamiento lógico y analítico en los estudiantes del décimo curso paralelo “A” de la Unidad Educativa “Nicolás Infante Díaz” de la ciudad de Quevedo, a través de problemas basados en Sistema de Ecuaciones lineales.
- Fomentar la interacción estudiantil, a través de la participación activa de los mismos, en cada sesión de trabajo.
- Estimular en los estudiantes la habilidad de cambiar el registro de representación de situaciones reales a lenguaje algebraico, empleando para ello, problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Presentación de Contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.

Artigue y Houdement (2007) nos dicen que un supuesto epistemológico que subyace en la teoría, es que el conocimiento matemático emerge de la solución de problemas matemáticos. Pero, ¿qué tipo de problemas matemáticos debemos plantear a los alumnos? Brousseau (2006) deja en claro que la resolución de problemas está necesariamente integrada en el proceso de aprendizaje de conocimientos matemáticos, y que la matemática a ser aprendida es la que tiene que proporcionar soluciones óptimas a estos problemas.

Según Brousseau (2006), “la noción de situación incluye, extiende, agranda y diversifica la noción de problema”. Y Artigue y Houdement nos dicen que “Cualquier

problema establecido en un aula es explícita o implícitamente parte de una situación, y la situación es considerada la unidad mínima de análisis para comprender lo que podría estar o realmente está en juego desde el punto de vista cognitivo en el proceso de resolución”.

Diseño de las Actividades de Enseñanza y Aprendizaje en relación con los objetivos y los Contenidos

La resolución de problemas, siempre ha constituido una limitante de aprendizaje para los estudiantes, y para tratar de paliar esta situación, se tiene que seguir procedimientos didácticos sistemáticos, en este sentido, Poyla (como se cita en Caipa & Torres , 2016), propone cuatro enunciados para facilitar al estudiante una mejor comprensión en la resolución de problemas, los enunciados son:

Comprender el problema. Se enfoca a que el educando se autoresponda una línea de interrogantes tales como ¿Comprendí el problema?, ¿puedo plantear el problema de acuerdo a mi razón?, ¿Qué datos necesita la situación? , ¿se requiere de mayores datos?, ¿los datos a buscar deben ser claros?.

Configurar el plan. Analiza de qué manera y cómo el alumno empleará las estrategias correctas para resolver una situación problema. Una de las estrategias suelen ser ensayo y error, hasta obtener la metodología adecuada para resolver el problema de manera técnica matemática.

Ejecutar el plan. Se direcciona a la puesta en ejecución de lo que el educando planteó en su estrategia. Es desarrollar de manera individual las etapas planteadas. A esta altura puede acontecer que dado en un momento lo que se pensó no sea

Adecuado para resolver el problema, en virtud de esto se replantea la estrategia y se inicia de nuevo. Usualmente mente en el desarrollo matemático se emplean estrategias que faciliten encontrar una solución exacta del problema propuesto.

Analizar la solución. En este punto se auto cuestiona el estudiante la solución encontrada, debe minuciosamente revisar si lo ejecutado permitió realmente resolver el problema. Es importante que en este punto el estudiante utilice sus procesos meta cognitivos para evidenciar si hizo o no, lo correcto, y si es preciso, replantear el desarrollo del problema.

De la misma manera, Poyla (Citado en Gaulín 2001) señala: "Hacer Matemáticas es resolver problemas", y para dar una buena idea a los alumnos de lo que es hacer Matemáticas, hay que darles problemas para resolver, problemas. , no ejercicios....¡¡problemas!!, para buscar, reflexionar, buscar mucho, investigar..."

En este sentido el presente trabajo fomenta la participación activa de los estudiantes, con la finalidad que construyan sus propios conocimientos a partir de información básica o conocimientos previos que ellos posean del tema en mención. Para complementar este proceso de enseñanza-aprendizaje, se emplearán varios métodos que encaminaran a los estudiantes a un aprendizaje más efectivo, estos métodos son:

Método Deductivo

Método Inductivo

Método Heurístico

Recursos. Se emplearon los siguientes recursos didácticos y materiales:

Texto de matemática para décimos cursos de EGB del Ministerio de Educación.

Fichas de evaluación.

Hojas cuadriculadas.

Marcadores

Calculadoras

Cronómetro

Secuencia Didáctica

Actividades. Se estableció un total de OCHO (8) sesiones de trabajo, de dos horas académicas cada sesión, estableciendo un tiempo de dos semanas y dos días.

A continuación se explica el desarrollo de cada sesión, para ello se intenta proponer una metodología, donde predomine la interacción de la clase y así conseguir que los alumnos se encuentren motivados y mejoren el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales.

Primera sesión. Se plantearon preguntas tales como: ¿Qué entiende por una ecuación lineal? ¿Podría interpretarla?. Los estudiantes intercambiaron opiniones entre sí. Posteriormente un estudiante explicó y analizó en la pizarra las respuestas a las preguntas.

Se continuó con un flujo de información de lo observado en la ronda anterior y se los relacionó con los conceptos de la ronda actual. Se realizó actividades sobre ejercicios que propuse, para ello se formaron grupos de cuatro alumnos.

Segunda, tercera y cuarta sesión. Se implementó el aprendizaje de los distintos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. De la misma manera se agruparon por cuatro estudiantes, excepto en la sesión 2, donde se los agrupó por parejas para encontrar los errores en dos ejercicios ya resueltos que les di. En las siguientes sesiones (3 y 4), después de haber explicado las formas de resolver cada

sistema de ecuaciones, cada grupo tuvo que resolver el ejercicio planteado en estas dos sesiones antes mencionadas. Como docente guí a los estudiantes en las exposiciones, orientándolos en la forma de conducir la exposición y en la forma de guiar al curso, después se evaluó la actividad realizada por los estudiantes que expusieron.

Quinta sesión. Se realizó un debate sobre los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Como docente repartí una tabla con los tres métodos resumidos y un ejemplo de cada uno. A continuación planteé cinco ejercicios sobre sistema de ecuaciones lineales y los alumnos tuvieron que opinar sobre el método más adecuado para su resolución, argumentando y defendiendo su decisión de manera coherente, convincente y clara, esto lo hicieron en su hoja de evaluación y tuvieron que resolver el ejercicio por el método que ellos eligieron. Guí a los alumnos respetando los turnos y en la orientación del cómo dar su discurso.

Sexta sesión. Resolución de problemas. La actividad que más dificultades crea a los educandos, es el tránsito del lenguaje verbal al algebraico. Teniendo esto en cuenta se optó por pasar del lenguaje verbal al algebraico para su posterior resolución mediante los sistemas de ecuaciones lineales, esto es, se dividió la clase en grupos de cuatro, a cada grupo se le asignó una tabla con 9 preguntas de transición de lenguaje verbal al algebraico y viceversa. El objetivo de esta actividad es que los estudiantes entiendan e interpreten mediante el lenguaje algebraico los enunciados encomendados.

Séptima Sesión. Resolución de problemas de baja complejidad. Se plantea una competición de problemas de sistema de ecuaciones lineales. Se prepararon equipos

de cuatro estudiantes. Las condiciones de la competición fueron las siguientes:

Los alumnos tuvieron 10 minutos como máximo para resolver los dos problemas propuestos.

Si antes del tiempo algún grupo consigue resolver el problema, se para el tiempo y nadie puede seguir escribiendo.

Si el resultado es el correcto, uno del grupo saldrá a la pizarra a resolver y explicar como lo han realizado, y los miembros del grupo obtienen una calificación de 10. De lo contrario, se vuelve activar el tiempo hasta que otro grupo consiga resolver el problema correctamente.

Al final del concurso, los grupos que hayan resuelto los problemas, se les asignará la calificación.

Octava Sesión. En esta sesión se plantearon 4 problemas de complejidad media, y aplicamos el mismo método de la sesión 7, con la diferencia que en esta actividad se les dio un tiempo de 15 minutos. El problema 1 lo resolvieron los grupos 1 y 2, el problema 2 los grupos 3 y 4, el problema 3 los grupos 5 y 6, el problema 4 los grupos 7 y 8 y el problema 5 los grupos 9 y 10.

Presentación De Las Actividades De Evaluación Formativa

Sesión 1. Continuando la sesión, se explica de manera minuciosa el significado, empleo y partes que forman una ecuación de primer grado, visto anteriormente en otros niveles de la Enseñanza Secundaria. Se enseña el modelo de ecuación lineal basada en: $ax + by = c$, distinguiendo los coeficientes de las incógnitas, éstas mismas y el término independiente.

Para completar esta parte teórica se hace un ejercicio en la pizarra donde se pusieron ejemplos de ecuaciones siendo éstas lineales o no. Estos ejemplos son los siguientes:

Di cuáles de los siguientes ejemplos son ecuaciones lineales:

a) $xy + 7y = 9$

e) $2y - 3x = 4$

b) $8x - 5y = 10$

f) $5x - 6y = -7$

c) $8x - 9 = 5y$

g) $2x^2 + y = 2$

d) $4x + 7y = 2/3$

h) $3x + y^2 = 4$

La explicación proporcionada a los estudiantes, sirvió como referente para menguar su dificultad al momento de reconocer cuales de las expresiones planteadas era en concreto una ecuación lineal. Posteriormente complementé la sesión con ejercicios de baja complejidad, para estimular la curiosidad de los estudiantes.

Actividad. Comprueba si $x = -1$, $y = 8$ es solución de estas ecuaciones:

a) $2x + y = 6$

c) $x - y = 7$

b) $7x - y = 11$

d) $x + y = 7$

Actividad. Expresa, mediante una ecuación lineal con dos incógnitas, los enunciados:

a) La diferencia de dos números es 3.

b) El doble de un número más otro es 43.

Sesión Dos. Tras haber explicado lo que es una ecuación de tipo lineal, tuve la base idónea para introducir y explicar que ¿Qué es un sistema de ecuaciones? Y los métodos que existen para resolverlas, en razón de esto, empecé a explicar el método de

resolución de sistemas de ecuaciones por sustitución, el primero de los tres que se van a estudiar. Tras la explicación teórica, propuse unos ejercicios en la pizarra y de manera detallada, procedí a explicar paso a paso la forma de resolver un sistema por este método, para que así mediante la realización de cada uno de los pasos no hubiera equivocación.

Durante este proceso la mitad de los estudiantes supieron realizar cada uno de los pasos, sin embargo la otra mitad, se le dificultó un poco entender desde el despeje inicial de la incógnita, hasta el reemplazo en la otra ecuación.

La explicación de la clase duró 60 minutos, por lo que para el resto del tiempo los dispuse a trabajar por parejas, donde los estudiantes debían encontrar los errores (si los había en cada caso) de dos ejercicios que les di en una hoja, resueltos por este método:

$$5x - y = 1 \text{ -----} > x = (1 - y) \cdot 5$$

$$2x + 4y = -1$$

$$2x + 4y = -1 \text{ -----} > 2(1 - y) \cdot 5 + 4y = -1$$

$$2 - 2y + 4y = -1 \text{ -----} > 2y = -3$$

$$y = -3 - 2 = -5 \text{ -----} > y = -5$$

$$x = (1 - y) \cdot 5 \text{ -----} > x = (1 - (-5)) = 30 \text{ -----} > x = 30$$

$$3x - 4y = -6 \text{ -----} > x = \frac{-6 + 4y}{3}$$

$$2x + 4y = 16 \quad 3$$

$$2 \frac{-6 + 4y}{3} + 4y = 16 \text{ -----} > \frac{-12 + 8y + 4y}{3} = 16 \text{ -----} > \frac{-12 + 8y + 12y}{3} = 48$$

$$-12 + 8y + 12y = 48 \text{ -----} > 20y = 60 \text{ -----} > y = 3$$

$$-12 + 8y + 12y = 48 \text{ -----} > 20y = 60 \text{ -----} > y = 3$$

$$3x - 4 \cdot 3 = -6 \text{ -----} > 3x - 12 = -6 \text{ -----} > 3x = 6 \text{ -----} > x = 2$$

Con este ejercicio hubo alguna confusión ya que parte del alumnado no entendía la disposición de algunas ecuaciones y la consecución de las operaciones. Una vez explicado sin dar muchas pistas, finalmente lo han comprendido. Al finalizar, se ha recogido para poder ver si de verdad se ha comprendido.

Sesión 3. método de igualación. Para explicar éste método, utilicé la misma metodología de la sesión anterior.

Con esta explicación planteo los siguientes ejercicios para ser resueltos en grupos de cuatro, en total se formaron 10 grupos, a cada grupo se le asignó un ejercicio, dado que se plantearon cinco ejercicios dos grupos coincidieron con un mismo ejercicio.

Empleando el método de resolución por igualación, encuentre los valores para “X” y “Y” en los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} Y = -x + 51 \\ Y = 2x - 6 \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} 7m - 3n = 15 \\ 5m + 6n = 27 \end{cases} \quad 3) \quad \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 6x + y = 3 \end{cases}$$

$$4) \quad \begin{cases} 3x + 3y = 9 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases} \quad 5) \quad \begin{cases} 6x + 6y = 7 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

Con estos ejercicios se intentó que los estudiantes pongan en práctica lo enseñado por el docente. Como en toda explicación siempre surgen dudas en el alumnado sobre ciertos aspectos sobre todo en la forma de igualar las dos ecuaciones.

Sesión 4. Método de reducción. Se procedió a explicar detalladamente en qué consiste este método y tras haber explicado la teoría, realicé la siguiente actividad en clases:

Actividad. En base a las explicaciones proporcionadas, encontrar los valores para “x” y “y” en los mismos sistemas de ecuaciones planteados en la sesión 3 pero ahora aplicando el método de resolución por reducción. Se empleó la misma metodología de trabajo con los mismos 10 grupos.

$$1) \begin{cases} Y = -x + 51 \\ Y = 2x - 6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 7m - 3n = 15 \\ 5m + 6n = 27 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 6x + y = 3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x + 3y = 9 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 6x + 6y = 7 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

Sesión 5. repaso de los tres métodos. Continué con la misma metodología, es decir con los mismos grupos asignados.

Propuse la siguiente interrogante:

¿Cómo se denominan los métodos para resolver Sistemas de Ecuaciones?

Después entregué a cada grupo formado, una tabla, resumiendo los tres métodos aprendidos y un ejemplo de cada uno.

En base a este pequeño repaso teórico, propuse los siguientes ejercicios para ser resueltos por el método de más fácil resolución a criterio de los estudiantes. El grupo 1 y 2 resolvieron el ejercicio 1, en grupo 3 y 4 el ejercicio 2, los grupos 5 y 6 el ejercicio 3, el grupo 7 y 8 el ejercicio 4 y los grupos 9 y 10 el ejercicio 5.

$$1) \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x - y = 3 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

Sesión 6. resolución de problemas. En esta sesión los estudiantes presentaron cierto tipo de complicación al efectuar la transición del lenguaje cotidiano (situaciones reales) al lenguaje algebraico.

En este sentido se enfatizó de manera concisa, en los aprendizajes adquiridos, de tal manera que se formuló 9 interrogantes, donde tuvieron los estudiantes que expresar en forma algebraica una expresión verbal y viceversa.

Complete la siguiente tabla:

Lenguaje Verbal	Lenguaje Algebraico
a. El triplo de 1 valor, incrementado en 5 es 110.	
b. La suma de dos números enteros y consecutivos es igual a 17.	
c. El doble de la suma de un número y su mitad es igual a 54.	
d.	$x + 4 = 15$
e. El doble de la edad de Patricia dentro de 4 años será 14.	
f. El triplo de un número, aumentado	

en su mitad es igual a 21.	
g.	$\frac{x + 3}{2} = 6$
h.	$\frac{x}{2} + 3 = 6$
i. El perímetro de un rectángulo mide 24 cm y su base mide el triple de su altura.	
j. Juan tiene 3 dólares más que María	

Sesión 7. Se efectuó un repaso de la sesión 6, explotando los conocimientos previos adquiridos por los estudiantes en la sesión antes mencionada, en este sentido, plantee dos ejercicios de complejidad baja, para que los estudiantes realicen la transición del problema real a lenguaje algebraico, los propuestos fueron:

- **Problema 1:** encontrar 2 números que al sumarlos de 45 y al restarlos de 21.
- **Problema 2:** Dos números al sumarse dan 25 y el duplo de uno de los dos es 14, ¿Cuáles son estos números?

Sesión 8. En esta sesión los niveles de complejidad se incrementaron y se plantearon los siguientes problemas:

- Manuel tiene 6 años más que su hermana y la suma de sus edades es 38
¿Qué edad tienen los hermanos?

- La edad actual de Ximena es el triplo que la de su hija Ana y en 10 años, la edad de Ximena, será el duplo que la de Ana ¿Cuál es la edad de Ximena?.
- Iván tiene 7 vehículos guardados en su garaje: bicicletas (2 ruedas) y triciclos (tres ruedas) ¿cuántas bicicletas triciclos tendría Iván si entre ambos suman 17 ruedas?
- El precio de entradas a palco de un clásico del astillero, es el duplo que el de las entradas normales. Entre ambas se obtiene un total de 7000 dólares, es decir con las 100 entradas a palco y las 500 entradas normales ¿Cuál sería el costo de cada tipo de entrada?
- En el reducto de Barcelona, entraron 72500 personas a dos partidos de futbol. Si en el primer encuentro entraron 1900 personas más que en el segundo ¿Cuántas personas entraron en cada encuentro?

Implementación de la Unidad Didáctica

Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas.

Adecuaciones al Contenido. Se realizó un refuerzo teórico sobre álgebra elemental y ecuaciones lineales, esto sirvió para desempolvar y fortalecer los conocimientos previos de los estudiantes sobre estos temas trascendentales.

Adecuaciones en la metodología. No fue fácil introducir problemas al grupo de estudiantes, para ello, a parte del refuerzo teórico, se fomentó la participación del alumnado, a través de la lluvia de ideas que indujeron a plantear una situación real a un problema matemático, este flujo de información y el intercambio de la misma, crearon el ambiente ideal para la participación de los jóvenes estudiantes.

Resultado de Aprendizaje de los Alumnos

Los resultados evidenciaron lo siguiente:

Los estudiantes del Décimo curso paralelo “A”, de la Unidad Educativa “Nicolás Infante Díaz”, fueron evaluados cuantitativamente en las sesiones de trabajo, mostrando los siguientes resultados:

Sesión 1. En esta sesión los resultados fueron totalmente satisfactorios, dado que de los 40 estudiantes, el 100 por ciento de ellos respondió de manera correcta a la interrogante planteada “*Di cuáles de los siguientes ejemplos son ecuaciones lineales*” lo que abrió las puertas para que en las siguientes dos actividades se enlace adecuadamente lo aprendido. En la actividad 1 de esta sesión, se obtuvieron resultados satisfactorios, el 80 por ciento de los estudiantes lograron comprobar que tanto para la ecuación “a”, como la “d”, tienen solución para $X = -1$ y para $Y = 8$.

En la actividad 2 de esta misma sesión, el 90 por ciento del estudiantado logró plantear el enunciado “La diferencia de 2 números es 3” a una ecuación lineal con dos incógnitas. El 84 por ciento de los alumnos lograron plantear el enunciado “El doble de un número más otro es 43”, a una ecuación lineal con dos incógnitas.

Sesión 2. Aunque los estudiantes mostraron en primer instancia un poco de confusión, ellos lograron comprender como se sustituyen los valores para poder encontrar las respuestas de ambas variables, en este sentido los estudiantes fueron sometidos a una evaluación rápida, con dos ejercicios ya resueltos que Yo les entregué, ellos tuvieron que detectar el error si es que los había. Se observó que el 80 por ciento de los alumnos encontraron adecuadamente los errores en los sistemas, el restante 20 por ciento tuvo confusión en la forma de entender los ejercicios.

Sesión 3. Se explicó cómo se resuelve un sistema de ecuaciones por el método de igualación, con la explicación de la sesión anterior donde se habló sobre el método de sustitución, los estudiantes lograron captar con mayor eficiencia este nuevo método, por lo que las preguntas de ellos se redujeron significativamente, y al momento de evaluar los aprendizajes, el nivel de aciertos en las respuestas se incrementó al 90 por ciento de los alumnos. Se constituyeron grupos formados por 4 estudiantes, a cada grupo se le asignó un ejercicio y se les dio un tiempo máximo de 10 minutos, se recogieron todas las hojas de los grupos y un representante de ellos realizó la exposición en la pizarra, los resultados fueron absolutamente alentadores, solo 1 grupo no ejecutó adecuadamente su ejercicio en la pizarra, los otros nueve grupos lo hicieron de manera adecuada, es decir que el 90 por ciento de los alumnos encontraron las respuestas correctas para las variables, el restante 10 por ciento, aunque no lograron obtener los resultados exactos, siguieron adecuadamente los pasos enseñados, equivocándose la mayoría del 10 por ciento de los estudiantes en simples operaciones aritméticas de sumas y restas.

Sesión 4. Teniendo como base los dos anteriores métodos, el porcentaje de estudiantes que lograron resolver los ejercicios planteados sobre sistemas de ecuaciones por el método de reducción, fue igual a los resultados de la sesión 3, con el 90 por ciento, de efectividad, se empleó la misma metodología que la sesión tres.

Sesión 5. En esta sesión se evaluó a los estudiantes con una serie de ejercicios sobre sistemas de ecuaciones, se dejó a potestad de los alumnos resolver los sistemas por el método que más lograron entender, mostrando los siguientes resultados:

- 20 estudiantes lo resolvieron por el método de igualación. (5 grupos)

- 16 estudiantes lo hicieron por el método de reducción (4 grupos)
- Y solo 4 estudiantes lo hicieron por el método de sustitución. (1 grupo)

Sesión 6. Se explicó con ejemplos cotidianos, la manera de traducir una situación real al lenguaje matemático, esta sesión se caracterizó por mantener una constante explicación de parte mía hacia el alumnado, dado que encontré cierta resistencia a la conversión de problemas.

Para complementar los ejemplos, expliqué la clase basándome en los enunciados planteados por *George Polya*, donde hace referencia a la manera más correcta para resolver un problema (enunciados descritos en las páginas 4 y 5).

Una vez explicado los procedimientos idóneos para la transición real a matemática, se efectuó una evaluación, basada en interrogantes que planteaban expresar en forma algebraica y viceversa, unos enunciados, estos fueron los resultados:

La mayoría de las interrogantes fueron respondidas correctamente, mostrando habilidad de los estudiantes para expresar en forma algebraica un enunciado verbal. Sin embargo, se pudo observar que, algunos educandos tuvieron mayores dificultades en expresar en lenguaje algebraico un enunciado verbal, por ejemplo en el ítem (d), solo el 27% de los alumnos respondieron correctamente y el ítem (h), un 30% logró expresar correctamente. Se observó que expresan tal y como se va describiendo y no tienen en cuenta la coma o no le están dando un sentido lógico a las expresiones dadas. Un 47% de los ítems fueron abordados por los alumnos de manera favorable sin llegar a ser terminados en su totalidad, demostrando que entendieron en parte las expresiones dadas pero les faltó seguridad para terminar, quizás por la falta de práctica en este tipo de problemas. Otra de las dificultades que se pudo observar, la podemos visualizar en el

ítem i, que pide expresar en lenguaje algebraico una expresión verbal con contexto geométrico (perímetro de un rectángulo). A pesar de que un 70% lo expresó correctamente, el 23% tuvo respuestas incorrectas y un 7% lo dejó en blanco.

Sesión 7. En esta sesión se plantearon dos ejercicios de baja complejidad, el grupo 3 fue el primero que logró culminar el problema 1 en los 10 minutos presupuestados, un representante de ese grupo, salió a la pizarra y lo resolvió de manera satisfactoria. El resto de grupos, después de la participación del grupo 3, tuvo que resolver el problema 2, cabe señalar que este grupo tres, quedó excluido de resolver este nuevo problema, esto con el fin que el resto de estudiantes también puedan optar por una calificación. Continuando con la actividad, el siguiente grupo en terminar fue el 2, un representante salió a la pizarra a resolverlo, sin embargo a pesar que realizaron una correcta traducción al lenguaje algebraico, en el aspecto mecánico fallaron en cuestiones aritméticas, en razón de esto se volvió a activar el tiempo de entrega y fue el grupo 9 el que me entregó los resultados, de la misma manera un representante lo resolvió en la pizarra, realizándolo correctamente. Los grupos 3 y 9 fueron los que se acreditaron la puntuación.

Sesión 8. En estas sesiones se plantearon 5 ejercicios de complejidad media, los estudiantes tuvieron 15 minutos para resolver el problema puntual que se le asignó, el grupo 3 logró culminarlo en apenas 11 minutos, un representante de ellos lo resolvió satisfactoriamente en la pizarra; el grupo 6 resolvió su trabajo en 16 minutos, logrando realizarlo de manera correcta en la pizarra. El grupo 7 resolvió el problema tres en 20 minutos, lo expusieron correctamente en la pizarra. El grupo 10 resolvió el problema 4 en 22 minutos, aunque tuvo un error en el desarrollo mecánico del sistema de

ecuaciones encontrado, el estudiante expositor, logró detectar a tiempo su error. Por último el grupo 1 resolvió el problema 5, lo hizo en 24 minutos, desarrollándolo adecuadamente en la pizarra. Debo destacar que cuando un grupo terminaba e iba desarrollar su ejercicio en la pizarra, el tiempo del cronómetro lo detenía, y una vez que el grupo que estaba en la pizarra terminaba su exposición, el cronómetro se volvía a activar para el resto de grupos.

Habilidades desarrolladas.

Durante las ocho sesiones de trabajo, se enfatizó mucho en la participación del estudiantado, ya sea en grupos de trabajo, donde eran ellos quienes conjeturaban para llegar a una solución; en exposiciones orales, donde eran ellos quienes se encargaban de la conducción de la clase, haciendo un análisis del ¿por qué? de su resultado; en debates áulicos, a través de los cuales se intercambiaron criterios sobre lo tratado en esa sesión.

De esta manera, la habilidad interpretativa, analítica y resolutive del estudiantado se acentuó de manera eficiente, dado que fueron ellos, a partir de lineamientos básicos proporcionados por el docente, quienes construyeron sus propios conocimientos originados de conjetura válidas sobre el tema abordado en cada sesión.

Descripción del Tipo de Interacción.

El lenguaje en el aula es pues, un vehículo a través del cual se transmiten los saberes escolares, un portador de formas particulares de comprender e interpretar la realidad y finalmente, un contenido que debe ser aprendido por los alumnos para desempeñarse con eficiencia en el entorno escolarizado. (Recuperado de:

<https://educacion.idoneos.com/290431/>).

Cuando el docente y su grupo de estudiantes participan cotidianamente en los mismos procesos educativos, comparten sentimientos y experiencias de su entorno.

Estos aspectos resultan medulares en el desarrollo integral de cada persona y lo preparan para desarrollarse socialmente (Artavia 2005: 2).

Para Granja Palacios (2013), el objetivo que tiene la interacción alumno-docente es "la apropiación por parte de éste del saber o del conocimiento que posee el docente en relación a una disciplina natural"; es decir que el alumno experimente un aprendizaje significativo, mismo que sólo puede ser posible si existe, como se ha sugerido en repetidas ocasiones, una continua comunicación entre el alumno y el docente.

Partiendo de estos enunciados expuestos por varios autores, sabemos la importancia de mantener una adecuada interacción entre estudiantes y docente, en este sentido en todo momento se propició un ambiente de cordialidad y apertura a cualquier inquietud de los educandos, de esta manera se fortaleció los lazos de confianza para que ellos puedan interactuar con el docente. Aunque en principio los estudiantes mostraron cierta resistencia a la interacción, esta fue diluyéndose a medida que relacionábamos conceptos con práctica, realizando preguntas de fácil respuesta lo que generó que los alumnos logren comprender quizás no de manera inmediata, pero sí a lo largo de las sesiones, lo que se enseñó y prueba de ello son los resultados de las evaluaciones realizadas.

Dificultades Observadas.

- Se pudieron observar las siguientes dificultades de los estudiantes durante el desarrollo de las secuencias didácticas planeadas:

- Al tratarse de una planificación distinta a las establecidas en clases ordinarias, se tuvo que adaptar esta Unidad didáctica de una manera diferente a lo que se planifica normalmente, esto involucró diseño de actividades, propuesta de ejercicios y problemas que enlacen la vida real con las matemáticas, en este sentido las dificultades que se presentaron fueron de carácter inicial.
- Las dificultades se centraron básicamente en la resolución de problemas, aunque muchos estudiantes fácilmente entendieron la forma como podemos expresar matemáticamente situaciones reales, otros estudiantes no encontraban la manera de representar aquella situación desconocida, de manera algebraica.

Valoración de la Implementación y Pautas de Rediseño de la Unidad Didáctica

Los aprendizajes adquiridos en la maestría, fueron vitales para proporcionarles a los estudiantes nuevas formas de enseñanza, de tal manera que el constructivismo imperó a la hora de trabajar con los alumnos, en este sentido los estudiantes del décimo curso paralelo “A” de la Unidad Educativa “Nicolás Infante Díaz” siguieron una secuencia didáctica sobre sistemas de ecuaciones, ya no basado en el sistema tradicional, sino enfocado en la construcción de sus propios conocimientos.

A pesar de los inconvenientes iniciales que se presentaron por la adaptación de los estudiantes a una nueva forma de enseñanza, el método aplicado (constructivismo), resultó totalmente satisfactorio, dado que la mayor parte de los estudiantes participaron de manera activa y las clases presentaron un matiz interactivo, donde el docente guió los accionares estudiantiles.

Valoración de la Unidad Didáctica

¿Qué Ocurrió Durante la Implementación de la Secuencia Didáctica? A continuación, se hace el análisis de los que se consideran que marcaron la práctica realizada de docente-estudiante y los procesos matemáticos:

Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas. En esta etapa analizaremos los elementos que intervinieron durante el desarrollo de la práctica matemática, en primer instancia se analiza la interacción entre los alumnos y el maestro como agentes centrales del proceso.

El rol del maestro, siempre se fundamentará en la destreza que posea para impartir sus conocimientos de manera idónea, en este sentido mi rol al ser la persona que encabeza el proceso de enseñanza, se basó en la orientación de los estudiantes para que sean ellos los actores centrales en la construcción de su propio conocimiento, de tal manera que me centré como docente en impartir las explicaciones necesarias para que el alumnado logre entender lo que tenía que hacer, para ello tuve que desempolvar ciertos conocimientos algebraicos básicos del estudiantado y a partir de éstos, iniciar mi proceso de enseñanza.

Los estudiantes en su mayoría, en principio no recordaban ciertos conceptos básicos, como ¿qué es una variable?, pero solo fue cuestión de refrescar un poco con preguntas y guías la memoria de ellos, en este sentido se analizó el nivel de conocimientos previos, la actitud, la predisposición, la disciplina, la concentración, su capacidad para entender problemas y la participación en clases.

Elaboración De Las Configuraciones De Objetos Y Procesos Matemáticos

El objeto matemático estudiado, “Sistemas de Ecuaciones y su aplicación en la vida cotidiana”, se encontraron diversas situaciones que requieren un análisis propio. En este sentido:

Aplicación de conceptos en problemas matemáticos. Los conceptos revisados en las sesiones de trabajo no fueron del todo desconocidos para ellos, se observó que un 80 por ciento de los alumnos tenían conocimiento de lo que era una ecuación, sin embargo como mencioné anteriormente, hubo que ayudarles a recordar un poco estas conceptualizaciones.

Formas de resolución de problemas. Aunque se presentaron ciertas dificultades al inicio del proceso de enseñanza de los problemas matemáticos, esto se logró superar a tal medida que los alumnos adquirieron una disciplina marcada que les permitió adaptar de forma rápida una situación real a un problema matemático. Los errores de ellos radicaron fundamentalmente en procesos aritméticos de sumas y restas, pero lo concerniente al desarrollo estructural del problema, lo siguieron adecuadamente.

Argumentación y validación de los contenidos. Los procesos de enseñanza de la secuencia didáctica empleada para este objeto, fueron desde el punto de vista conceptual y aplicativo, asimilados por los estudiantes, de tal manera, en términos generales, no presentaron mayores inconvenientes al momento de resolver un problema, sin embargo sí se pudo evidenciar cierto tipo de complicación al momento de argumentar, conjeturar y validar los contenidos aprendidos.

Idoneidad cognitiva. Se consideró lo siguiente:

Conocimientos previos. Existió cierta complicación inicial para abordar el nuevo contenido, sin embargo la situación fue totalmente manejable porque se explotó y se hizo aflorar de manera idónea sus conocimientos previos.

Adaptación curricular a las diferencias individuales y aprendizaje. Todas las actividades fueron consideradas y planificadas para llegar con el mensaje al cien por ciento de los alumnos.

Demanda Cognitiva. Los cambios de representación y en general todos los procesos que involucraron demanda cognitiva fueron mínimos, a tal punto que la metacognición represento un mayor reto.

Idoneidad interaccional. Se ha mencionado por repetidas ocasiones que la interacción en las diversas sesiones de trabajo fue idónea, resaltando lo siguiente:

Interacción docente-estudiante. Existió una adecuada comunicación verbal y sobre todo de carácter matemático entre los actores involucrados, en este sentido se generó el ambiente idóneo para que los estudiantes (receptores del aprendizaje), se motiven a formular las inquietudes que ellos creyeron pertinente llegando de manera general al mejor consenso para obtener respuestas ajustables al tema.

Interacción entre estudiante. Esta interacción resultó muy interesante, los grupos mantuvieron una constante comunicación y se establecieron debates continuos entre ellos, permitiendo reforzar las explicaciones u orientaciones dadas por el docente.

Evaluación Formativa:. Las evaluaciones me permitió conocer el nivel de recepción de la enseñanza dada, con resultados totalmente satisfactorios.

Autonomía. Todos los estudiantes tuvieron la libertad necesaria para ejecutar sus actividades de manera trivial tanto en grupos como de manera individual.

Idoneidad emocional. Se consideraron las siguientes valoraciones:

Intereses y Necesidades. Las actividades se sujetaron a las necesidades recursivas de los estudiantes, es decir con ejemplos enmarcados en su contexto, lo que atrajo el interés de los educandos.

Actitudes. No existió problema alguno concerniente a la actitud negligente de algún estudiante, de manera general se observó un ambiente estudiantil, predispuesto a aceptar la enseñanza impartida.

Emociones. Brindarles la confianza necesaria a los estudiantes para que puedan ejercer a plenitud su potencial y su razonamiento para resolver un problema matemático, fue fundamental para desterrar en ellos sentimientos de vergüenza.

Idoneidad ecológica. Con esta idoneidad, nos basamos en lo siguiente:

Adaptación al Currículo. Se escogió un tema que forma parte del currículo de los Décimos cursos de Educación General Básica (EGB).

Utilidad Socio – Laboral. En términos generales, las matemáticas siempre se encuentran ligadas a situaciones socio – laborables, un tema en particular como son los sistemas de ecuaciones, forman parte de este maravilloso mundo de los números y como axioma matemático nos sirve para encontrar respuestas a situaciones desconocidas.

Innovación Didáctica. No es común un método de enseñanza basado en la construcción de su propio conocimiento, a pesar que la pedagogía moderna lo exige, esto no se cumple eficientemente en las instituciones educativas.

Propuesta de Mejora.

Una vez concluida la secuencia didáctica sobre los sistemas de ecuaciones, debemos resaltar aspectos positivos como el interés generalizado del estudiantado por conocer las técnicas de resolución de problemas con sistemas de ecuaciones, en virtud de esto creo pertinente plantear ciertas propuestas de mejora que se podrían adaptar dentro de las clases ordinarias:

Uno de los aspectos que mejores resultados resultaron para introducir conceptualizaciones nuevas, fue el traer a colación los temas tratados en la anterior sesión de trabajo, esto sin duda despertó la actividad cerebral de los alumnos y les generó la confianza suficiente para sin miedos adentrarse en la nueva información. Creo que en nuestro sistema educativo, muchos docentes obviamos este tipo de repasos y nos conducimos de manera directa a la clase que vamos a impartir ese día.

Todas las actividades planeadas, deben ser coherentes y contextualizadas a lo que el estudiante requiere. Es importante hacer pensar al estudiante, hacer que cree sus propias conjeturas, reflexiones, guiarlos en el proceso pero sin dependencia total del maestro, esto es fundamental para el desarrollo de las destrezas matemáticas en nuestros alumnos. Mejoras basadas en la idoneidad emocional: Siempre es saludable, crear el caldo de cultivo idóneo dentro del salón de clases, para que el estudiante expulse de su ser, ese sentimiento de temor y vergüenza que no lo deja desarrollar su real potencial.

Sería importante diseñar una estructura de actividades de mayor envergadura y complejidad, en este sentido los docentes encontraríamos una mayor gama de actividades y podríamos aplicarlas de tal manera que el estudiante no encuentre rutina aburrida en nuestras enseñanzas. El primer paso como docente es acceder al cambio positivo, no

cerrarse ni aferrarse a la enseñanza tradicional que robotiza al estudiante y no potencializa sus destrezas y habilidades.

De ser necesario, cabría un rediseño de las actividades planteadas en el presente trabajo, destacar lo más relevante y complementarlo con actividades nuevas que fortalezcan el interés estudiantil.

Reflexiones Finales.

En relación A Lo Aprendido En El TFM

En relación a lo aprendido en el siguiente TFM, me permito puntualizar las siguientes reflexiones:

Siempre el foco central de la educación, es el estudiante, y nuestra labor docente debe acoger las nuevas tendencias educativas que nos permitan introducir los temas de nuestra asignatura, de manera acertada, la innovación constante debe ser parte de nuestra formación.

Es importante efectuar una correcta planificación de las actividades que vamos a enseñar, centrándonos en estrategias adecuadas de enseñanza que sean atractiva e interesantes al estudiante, es fundamental captar la atención del alumnado, esto es primordial para poder enseñar los contenidos curriculares.

El manejo áulico debe ser el adecuado, planificar de tal manera, que lo planificado lo podamos exponer en el tiempo estimado, de tal manera que no queden vacíos en los estudiantes, y podamos llegar a la siguiente clase con un tema nuevo.

Conclusiones

De acuerdo a los objetivos planteados y a los resultados obtenidos, se concluye lo siguiente:

- Las actividades didácticas ejecutadas en ocho sesiones de trabajo, permitieron a los estudiantes del décimo curso paralelo “A” de la Unidad Educativa “Nicolás Infante Díaz”, acceder de manera interactiva a la construcción de su propio conocimiento en la resolución de problemas sobre sistemas de ecuaciones.
- El pensamiento lógico y analítico del estudiantado, se potencializó, dada a la flexibilidad de ideas y sistematización del trabajo didáctico en clases, que les permitieron llegar a conjeturas válidas para poder argumentar y sustentar las respuestas a sus ejercicios y problemas planteados.
- Se observó durante las sesiones de trabajo, constante dinamismo y cooperación entre los educandos, basándose en los enunciados planteados por *George Polya* (método de cuatro pasos para resolver problemas) para encontrar la solución a los problemas planteados, especialmente en la sesión 8.
- La gran mayoría de estudiantes logró captar la idea de cambio de registro verbal al algebraico, (problemas de complejidad media) sin embargo, se evidenció que un porcentaje de alrededor del 10 por ciento de los estudiantes, presentó constantes dificultades para lograr entender el concepto en sí de esto.
- Se evidenció que los estudiantes mostraron mayor capacidad resolutoria en la parte algorítmica de las sesiones de trabajo.

Bibliografía

Artavia G., & J. M. (2005). Interacciones personales entre docentes y estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, Costa Rica, 5(2): 1-19.

- Artigue, M., & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives, *ZDM Mathematics Education*, 39, 365–382
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Editorial libros del zorzal.
- Caipa, S., & Torres, W. (2016). Metodología Polya en resolución de problemas. Recuperado de: <https://compartirpalabramaestra.org/academia/alianza-gimnasio-campestre-compartir/metodologia-polya-en-resolucion-de-problemas>
- Gaulín, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Revista SIGMA*. N° 19, pp. 51-63.
- Granja Palacios, C. (2013). Caracterización de la comunicación pedagógica en la interacción docente-alumno, *Investigación, Enfermería: Imagen y Desarrollo*, Bogotá, 15(1): 65-93.
- Interacción en el Salón de clases Recuperado de: <https://educacion.idoneos.com/290431/>
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo De Los Niveles De Educación Obligatoria*. Quito.
- Ministerio De Educación. (2017). *Ley Orgánica De Educación Intercultural*. Recuperado de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Reglamento-General-a-la-Ley-OrgAnica-de-Educacion-Intercultural.pdf>
- Ministerio De Educacion Del Ecuador. (2006). *Matemática Decimo Año*. Mecuaediciones.
- Ministerio De Educación Del Ecuador. (2016). *Matemática De 10mo Año* . Quito: Mecuaediciones.

Ministerio De Educacion Del Ecuador. (2016). Matemática Décimo Grado.

Smecuaediciones.

Ministerio De Educacion Del Ecuador. (2016). *Matemática, Guía Del Docente 10mo Grado*. Sm.

Ministerio De Educacion Del Ecuador. (2016). *Matemática: Currículo De Egb Y Bgu*.

Quito: Sm.

Segura, S. (2004). Sistema de inecuaciones lineales. Una secuencia didáctica, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(1), 49-78.

Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/et/articulo?codigo=2095347>

Trigueros, María. (2012). Sistemas de ecuaciones: ¿Qué nos dice la investigación sobre su aprendizaje?, En *Actas del VI Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas. Didáctica de las Matemáticas: Avances y desafíos actuales*.

Lima: IREM-PUCP.



ANEXOS

SESIÓN 1. Actividades propuestas sobre ecuaciones lineales.

Actividad 1

Comprueba si $x = -1$, $y = 8$ es solución de estas ecuaciones:

a) $2x + y = 6$

b) $7x - y = 11$

c) $x - y = 7$

d) $x + y = 7$

Actividad 2

Expresa, mediante una ecuación lineal con dos incógnitas, los enunciados:

La diferencia de dos números es 3.

b) El doble de un número más otro es 43.

Sesión 2. Actividad desarrollada por uno de los estudiantes

Encuentre los errores que pudieran existir al desarrollar estos sistemas de ecuaciones por el método de sustitución.

UNIDAD EDUCATIVA NICOLÁS INFANTE DÍAZ

Integrantes del grupo:
Fecha:

Encuentre los errores que pudieran existir al desarrollar estos sistemas de ecuaciones por el método de sustitución.

$$\begin{cases} 5x - y = 1 \\ 2x + 4y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} 5x - y = 1 &\rightarrow x = (1 - y) \cdot 5 \\ 2x + 4y = -1 &\rightarrow 2(1 - y) \cdot 5 + 4y = -1 \\ &\rightarrow 2 - 2y + 4y = -1 \rightarrow 2y = -3 \\ &\rightarrow y = -3 - 2 = -5 \\ x = (1 - y) \cdot 5 &\rightarrow x = (1 - (-5)) = 30 \rightarrow x = 30 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} 3x - 4y = -6 &\rightarrow x = \frac{-6 + 4y}{3} \\ 2x + 4y = 16 &\rightarrow 2 \cdot \frac{-6 + 4y}{3} + 4y = 16 \rightarrow \frac{-12 + 8y + 4y}{3} = 16 \rightarrow \frac{-12 + 8y + 12y}{3} = 43 \end{aligned}$$

Estó mal es 48

$$\begin{aligned} -12 + 8y + 12y = 48 &\rightarrow 20y = 60 \rightarrow y = 3 \\ 3x - 4 \cdot 3 = -6 &\rightarrow 3x - 12 = -6 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Errores:
En el primer ejercicio, la primer ecuacion esta mal desprgado el # 5, y al reemplazar en la ecuación 2 el proceso se hace mal porque desde la primer ecuación esta mal desprgado.

El 2do ejercicio esta bien, solo tiene ese error que enceravamoos en el circulo.

Sesión 3. Ejercicio resuelto por el grupo 8

Grupo # 8

1^o Empleando el método de resolución por igualación, resuelve el siguiente sistema de ecuación

$$\begin{cases} 3x + 3y = 9 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$$

$$3x + 3y = 9$$

$$3x = 9 - 3y$$

$$x = \frac{9 - 3y}{3}$$

$$4x - 2y = 3$$

$$4x = 3 + 2y$$

$$x = \frac{3 + 2y}{4}$$

Iguualamos

$$\frac{9 - 3y}{3} = \frac{3 + 2y}{4}$$

$$4(9 - 3y) = 3(3 + 2y)$$

$$36 - 12y = 9 + 6y$$

$$-12y - 6y = 9 - 36$$

$$-18y = -27$$

$$y = \frac{-27}{-18} = \frac{3}{2}$$

$y = \frac{3}{2}$

Tomamos la 1^{ra} ecuación y reemplazamos el valor de "y" para encontrar "x"

$$3x + 3y = 9$$

$$3x + 3\left(\frac{3}{2}\right) = 9$$

$$3x + \frac{9}{2} = 9$$

$$3x = 9 - \frac{9}{2}$$

$$3x = \frac{18 - 9}{2}$$

$$3x = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{9}{2 \cdot 3} = \frac{3}{2}$$

$x = \frac{3}{2}$

Sesión 4. Ejercicio resuelto por el grupo 10

Grupo # 10

Empleamos el método de resolución por reducción para resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 4x + 6y = 2 & (-5) \\ 6x + 5y = 1 & (6) \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} -20x - 30y = -10 \\ \underline{36x + 30y = 6} \\ 16x = -4 \end{array}$$
$$x = \frac{-4}{16} = -\frac{1}{4}$$

Emplearemos en cualquiera de las 2 ecuaciones el valor de "x", vamos a encontrar el valor de la variable "y"

$$\begin{aligned} 4x + 6y &= 2 \\ 4\left(\frac{1}{4}\right) + 6y &= 2 \\ 1 + 6y &= 2 \\ 6y &= 2 - 1 \\ 6y &= 1 \\ y &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Sesión 4. Momentos en los que explico la clase sobre sistemas de ecuaciones, resueltas por el método de reducción.

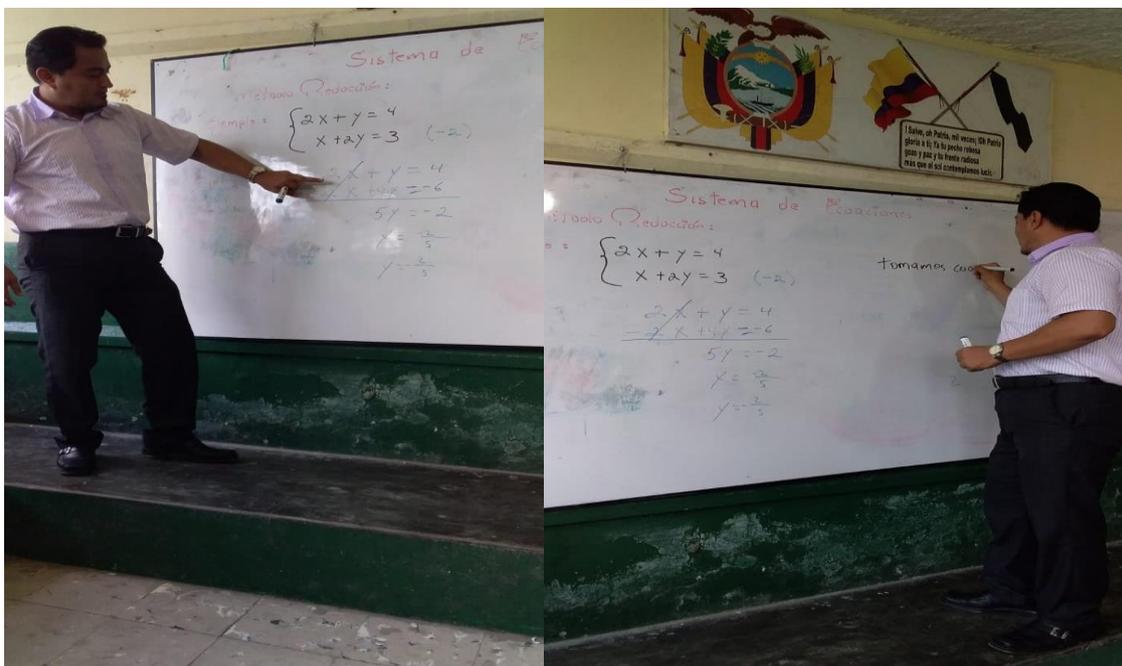


Tabla de Resumen de los tres métodos estudiados para resolver un sistema de ecuaciones.

Método de Sustitución

$2x + 3y = 5$ $5x + 6y = 4$	De mi sistema de dos ecuaciones con dos variables escojo una de ellas, como por ejemplo, la primera de ellas.
$2x + 3y = 5$	En mi ecuación escojo una variable para despejar.
$2x + 3y = 5$ $3y = 5 - 2x$	Como he escogido la variable "y", entonces dejo los términos con "y" a un lado y llevo los demás al otro lado.
$y = \frac{5 - 2x}{3}$	Hallamos el valor de la variable "y"
$5x + 6\left(\frac{5 - 2x}{3}\right) = 4$	Reemplazamos el valor obtenido para "y" en la segunda ecuación (recordemos que estará multiplicando al coeficiente)
$5x + 10 - 4x = 4$ $5x - 4x = 4 - 10$ $1x = -6$ $x = -6$	Resolvemos el producto, llevamos los términos que tienen variable "x" a un lado de la igualdad y los términos independientes al otro lado de la igualdad. Reducimos términos semejantes. Al realizar todo este trabajo obtendremos el valor de la variable "x"
$5(-6) + 6y = 4$	Reemplazamos el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones.
$y = \frac{17}{3}$	Finalmente hallamos el valor de la variable "y"

Método de Igualación

$2x + 3y = 5$ $5x + 6y = 4$	Voy a trabajar por separado la primera ecuación y la segunda ecuación. En ambas buscaré el valor de "y"
$2x + 3y = 5$ $3y = 5 - 2x$ $y = \frac{5 - 2x}{3}$	Hemos resuelto para "y" la primera ecuación. El resultado o valor obtenido, lo emplearemos más adelante.
$5x + 6y = 4$ $6y = 4 - 5x$ $y = \frac{4 - 5x}{6}$	Ahora hemos resuelto para "y" la segunda ecuación. El resultado o valor obtenido, lo emplearemos más adelante.
$\frac{5 - 2x}{3} = \frac{4 - 5x}{6}$	Procedemos a igualar ambas ecuaciones. Ahora atención: los términos que están dividiendo pasarán a multiplicar
$6(5 - 2x) = 3(4 - 5x)$ $30 - 12x = 12 - 15x$ $15x - 12x = 12 - 30$ $3x = -18$ $x = \frac{-18}{3} = -6$	Resolvemos la ecuación como si se tratase simplemente de una ecuación de primer grado. Hallaremos el valor numérico de la variable "x"
$5(-6) + 6y = 4$	Reemplazamos el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones.
$y = \frac{17}{3}$	Finalmente hallamos el valor de la variable "y"

Método de Reducción

$2x + 3y = 5$ $5x + 6y = 4$	Este es el sistema de dos ecuaciones con dos variables que queremos resolver.
$2x + 3y = 5$ $5x + 6y = 4$	Nos damos cuenta, que para la variable "y", tanto en la primera como en la segunda ecuación, el coeficiente es múltiplo de 3.
$-4x - 6y = -10$ $5x + 6y = 4$	Para hacer que la variable "y" tenga coeficientes opuestos, multiplicamos a todos los términos de la primera ecuación por -2
$-4x - 6y = -10$ $5x + 6y = 4$ $x = -6$	Sumamos (o restamos según sea el caso) la primera ecuación con la segunda ecuación.
$1x = -6$ $x = -6$	Hemos encontrado el valor de la variable "x"
$2x + 3y = 5$ $2(-6) + 3y = 5$	Seleccionamos una de las ecuaciones y en ella reemplazamos el valor de la variable "x"
$-12 + 3y = 5$ $3y = 5 + 12$ $3y = 17$	Nótese que el valor de "x" (que en este caso era -6) lo hemos multiplicado por el coeficiente de esta misma letra. El trabajo que viene a continuación es similar al de cualquier ecuación de primer grado.
$y = \frac{17}{3}$	Finalmente hallamos el valor de la variable "y"

Sesión 5

De acuerdo a lo explicado en las sesiones 2,3, 4, resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones, empleando el método de resolución que Ud. mejor haya entendido.

(Cada grupo resolverá solo el ejercicio planteada para ellos).

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ X - 5y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ X + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 4y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

Sesión 6. Tabla de transición de lenguaje verbal a algebraico y viceversa, resuelta por uno de los estudiante.

Expresar en forma algebraica una expresión verbal y viceversa.

Complete la siguiente tabla:

Lenguaje Verbal	Lenguaje Algebraico
a. El triple de un número, aumentado en 5 es 110.	$3x + 5 = 110$
b. La suma de dos números enteros y consecutivos es igual a 17.	$x + x + 1 = 17$
c. El doble de la suma de un número y su mitad es igual a 54.	$2(x + \frac{x}{2}) = 54$
d. UN numero + 4 = 15	$x + 4 = 15$
e. El doble de la edad de Ana dentro de 4 años será 14.	$2x + 4 = 14$
f. El triple de un número, aumentado en su mitad es igual a 21.	$3x + \frac{x}{2} = 21$
g. mitad de un numero + 3 igual a 6	$\frac{x}{2} + 3 = 6$
h. mitad de un numero + 3 = 10	$\frac{x}{2} + 3 = 10$
i. El perímetro de un rectángulo mide 24 cm y su base mide el triple de su altura.	$24 = 3x + y$
j. Juan tiene 3 nuevos soles más que María	$x + 3 = y$

Sesión 7

Sabiendo cómo se resuelven los sistemas de ecuaciones y habiendo realizado varios ejemplos sobre la transición de situaciones reales a contextos matemáticos, plantee como sistemas de ecuaciones los siguientes problemas y resuélvalos por el método de su elección. (TRABAJO GRUPAL)

Problema 1: encontrar dos números cuyas sumas sean 45 y cuya resta sea 21.

Problema 2: Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14, ¿Qué números son?

Sesión 7. Momentos de trabajo grupal, resolviendo los problemas propuestos en esta sesión.





Sesión 8. Exposición realizada por uno de los grupos.



Con las concepciones básicas sobre problemas con sistemas de ecuaciones, resuelva los siguientes problemas de complejidad media, aplicando el método de resolución de su elección.

- Manuel tiene 6 años más que su hermana y sus edades suman 38 ¿Qué edad tiene cada hermano?
- La edad actual de Ximena es el triple que la de su hija Ana y dentro de 10 años, la edad de Ximena, será el doble que la de Ana ¿Qué edad tiene Ximena?.
- Iván tiene 7 vehículos en su garaje: bicicletas (2 ruedas) y triciclos (tres ruedas) ¿cuántas bicicletas y cuantos triciclos tiene Iván si suman un total de 17 ruedas?
- El precio a entradas a palco de un clásico del astillero, es el doble que el de las normales. Se recauda un total de 7000 dólares con las 100 entradas a palco y las 500 entradas normales ¿Cuál es el precio de cada tipo de entrada?
- En el estadio de Barcelona, entraron 72500 personas a dos partidos de futbol. Si en el primer partido entraron 1900 personas más que en el segundo ¿Cuántas personas entraron en cada partido?