



**UNAE**

# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN**

**Maestría en:**

Tecnología e Innovación Educativa

Tema: El modelo TPACK a través de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior

Trabajo de Titulación previo a la  
obtención del título de Magíster en  
Tecnología e Innovación Educativa

Autora: Clara Yadira Hiza Hiza

CI: 060425763-4

Tutora: Roxana Auccahuallpa Fernandez

CI: 0151496866

**Azogues – Ecuador**

16-octubre-2023

## Resumen

El trabajo se enfoca en determinar la efectividad de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones matemáticas con estudiantes de Educación General Básica Superior. El principal problema abordado es la comprensión conceptual deficiente de las funciones matemáticas en estudiantes de décimo año de Educación Básica Superior. Para el estudio de la problemática se utilizó un enfoque cualitativo, el tipo de investigación es transversal prospectivo. Para la recopilación de la información se combinaron fuentes bibliográficas y datos de campo. Los instrumentos que se utilizaron fueron ficha de observación para diagnosticar la situación inicial, guía de entrevista a los estudiantes, ficha de observación para diagnosticar la propuesta y lista de cotejo para valorar el conocimiento disciplinar de los estudiantes. Los participantes del estudio fueron seis estudiantes. Los resultados evidenciaron que la integración de GeoGebra mediante el modelo TPACK promovió un aprendizaje activo, incrementó la comprensión conceptual y el desempeño procedimental en las funciones matemáticas. El 83.3% de estudiantes alcanzó el dominio de los conocimientos requeridos después de la intervención. Es decir, en el conocimiento tecnológico los estudiantes demostraron habilidad en el uso de GeoGebra, en lo referente al conocimiento pedagógico son capaces de explicar conceptos sobre funciones matemáticas de manera clara y organizada, así mismo en el conocimiento de contenido demuestra comprensión de los elementos y propiedades de funciones y resuelven ejercicios. La propuesta pedagógica plantea cuatro lecciones para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas con GeoGebra. Esta investigación aporta una estrategia didáctica efectiva que aprovecha las TIC para mejorar el aprendizaje matemático mediante el modelo TPACK.

**Palabras clave:** Funciones matemáticas, GeoGebra, modelo TPACK.

### Abstract

The present work aims to determine the effectiveness of GeoGebra as a didactic tool using the TPACK model in teaching mathematical functions to students in Higher Basic General Education. The main problem addressed is the deficient conceptual understanding of mathematical functions in tenth-grade students in Higher Basic Education. A qualitative approach was used to study the issue, with a prospective cross-sectional research design. Data collection combined bibliographic sources and field data. The instruments used included an observation sheet to diagnose the initial situation, a student interview guide, an observation sheet to diagnose the proposal, and a checklist to assess students' disciplinary knowledge. Six students participated in the study. The results showed that the integration of GeoGebra through the TPACK model promoted active learning, increased conceptual understanding, and procedural performance in mathematical functions. 83.3% of students achieved mastery of the required knowledge after the intervention. In terms of technological knowledge, students demonstrated proficiency in using GeoGebra. In terms of pedagogical knowledge, they were able to explain mathematical function concepts clearly and in an organized manner. Additionally, in terms of content knowledge, they demonstrated an understanding of the elements and properties of functions and solved exercises. The pedagogical proposal includes four lessons for teaching linear and quadratic functions with GeoGebra. This research contributes an effective didactic strategy that leverages ICT to enhance mathematical learning through the TPACK model.

**Keywords:** Mathematical functions, GeoGebra, TPACK model.

## **Dedicatoria**

A mi madre Blanca Hiza, a quien dedico este logro en reconocimiento a su perseverancia y tenacidad, valores que me han guiado a lo largo de mi vida.

A mi esposo Fredy, con gratitud por su apoyo inquebrantable y comprensión constante, sin los cuales este camino habría sido más difícil de transitar.

A mis tres hijos, Armando, Alejandro y Alexis, quienes han sido mi mayor motor y fuente de inspiración para alcanzar mis metas personales y profesionales. Cada logro es también un tributo a su amor y apoyo incondicional.

## **Agradecimiento**

A la Universidad, por el apoyo y la oportunidad que me brindaron durante mi tiempo aquí. Esta institución ha sido el faro que iluminó mi camino hacia el conocimiento y el crecimiento personal. Los conocimientos adquiridos y las experiencias vividas aquí han sido invaluableles.

A mi tutora, su guía y sabiduría han sido fundamentales en mi recorrido académico. Gracias por tu paciencia, consejos y apoyo constante. Tus enseñanzas y orientación han dejado una huella duradera en mi vida y en mi desarrollo como estudiante.

A mi madre, nada de esto habría sido posible sin tu amor incondicional y sacrificio. Tú has sido mi roca, mi inspiración y mi mayor seguidora. Tu apoyo inquebrantable y fe en mí me han llevado a este logro, y te estoy eternamente agradecida.

A mi esposo, tus palabras de aliento y tu comprensión incondicional han sido mi ancla en los momentos de incertidumbre. Gracias por ser mi compañero de vida y por apoyarme en cada paso de este viaje académico.

A mis hijos, ustedes son mi razón y mi motor para esforzarme y superar desafíos. A través de su amor y alegría, encontré la inspiración para alcanzar mis metas. Espero que este logro se constituya en un ejemplo para ustedes de que el esfuerzo y la perseverancia conducen al éxito.

A todos ustedes, les agradezco infinitamente por haber estado a mi lado en este viaje y por haber contribuido a mi crecimiento y realización personal

## Índice de contenido

Resumen .....	II
Abstract.....	III
Dedicatoria.....	IV
Agradecimiento.....	V
Índice de contenido.....	VI
Índice de tablas.....	IX
Índice de gráficos.....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Introducción .....	XI
1. Problema de investigación.....	1
1.1 Planteamiento del problema o problematización.....	1
1.2 Pregunta de investigación.....	2
1.3 Objetivos de investigación .....	2
1.3.1 Objetivo general .....	2
1.3.2 Objetivos específicos.....	2
1.4 Justificación.....	3
2. Marco Teórico .....	6
2.1 Antecedentes.....	6
2.1.1 Internacional.....	6
2.1.2 Regional .....	8
2.1.3 Nacional .....	9
2.2 Marco Legal.....	11
2.3 Marco Teórico.....	12
2.3.1 Modelo TPACK.....	12
2.3.2 Software GeoGebra.....	14
2.3.3 Aprendizaje significativo .....	15

3.	Marco Metodológico .....	17
3.1	Paradigma .....	17
3.2	Enfoque .....	17
3.3	Tipo de investigación .....	18
3.4	Diseño .....	18
3.4.1	Fases de investigación .....	18
3.5	Alcance.....	20
3.6	Población.....	20
3.7	Muestra .....	21
3.8	Criterios de inclusión y exclusión de las unidades de información .....	21
3.9	Criterios para seleccionar y/o determinar los participantes en la investigación .....	22
3.10	Técnicas e instrumentos de recolección de la información .....	22
3.11	Operacionalización de las categorías de estudio .....	24
4.	Análisis e interpretación de la información.....	28
4.1	Cualitativo.....	28
4.1.1	Codificación abierta o de primer nivel.....	28
4.1.2	Densificación de los instrumentos .....	29
4.1.3	Codificación axial o de segundo nivel.....	38
4.1.4	Redes semánticas de los instrumentos .....	38
4.2	Triangulación.....	44
5.	Propuesta.....	45
5.1	Diseño de la propuesta de intervención educativa .....	45
5.1.1	Problemática .....	45
5.1.2	Justificación.....	45
5.1.3	Objetivo General de la propuesta. ....	47
5.1.4	Fundamentos teóricos .....	47

5.1.5	Fundamentos pedagógicos .....	48
5.1.6	Estructura de la propuesta.....	49
5.1.7	Validación de la propuesta .....	51
5.1.8	Aplicación de la propuesta de intervención educativa.....	53
6.	Conclusiones y recomendaciones .....	80
6.1	Conclusiones .....	80
6.2	Recomendaciones .....	81
	Referencias.....	83
	ANEXOS.....	85

**Índice de tablas**

<b>Tabla 1:</b> Operacionalización de variables .....	25
<b>Tabla 2:</b> Codificación de primer nivel.....	28
<b>Tabla 3:</b> Densificación de la guía de observación.....	29
<b>Tabla 4:</b> Densificación de la entrevista .....	31
<b>Tabla 5:</b> Densificación de la ficha de observación para diagnosticar la propuesta.....	33
<b>Tabla 6:</b> Densificación del instrumento lista de cotejos.....	36
<b>Tabla 7:</b> Codificación axial o de segundo nivel. ....	38
<b>Tabla 8:</b> Estructura de la propuesta.....	49
<b>Tabla 9:</b> Planificación .....	51
<b>Tabla 10:</b> Validación de la propuesta.....	52

## Índice de figuras

<b>Figura 1.</b> Modelo TPACK. ....	14
<b>Figura 2.</b> Vista preliminar del software GeoGebra. ....	15
<b>Figura 3.</b> Evaluación de los estudiantes antes de la propuesta. ....	37
<b>Figura 4.</b> Evaluación de los estudiantes después de la propuesta.....	37
<b>Figura 5.</b> Red semántica de la guía de observación.....	40
<b>Figura 6.</b> Red semántica de la entrevista .....	41
<b>Figura 7.</b> Red semántica de la ficha de observación para diagnosticar la propuesta.....	42
<b>Figura 8.</b> Red semántica de la lista de cotejo.....	43

## Introducción

La presente investigación aborda la problemática de la deficiente comprensión conceptual de las funciones matemáticas en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica (EGB) Superior de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe San José. Mediante un enfoque cualitativo interpretativo y la aplicación de instrumentos como la ficha de observación, entrevista y lista de cotejo a los participantes del estudio, esta investigación tuvo como objetivo determinar la efectividad de GeoGebra bajo el modelo TPACK para la enseñanza de funciones matemáticas.

Los objetivos establecidos se lograron tal como se había previsto en la planificación. Se diagnosticó el conocimiento inicial de los estudiantes, se implementó y evaluó una propuesta pedagógica basada en GeoGebra y el modelo TPACK, y finalmente se pudo constatar una mejora significativa en la comprensión conceptual y desempeño procedimental de los estudiantes en relación a las funciones matemáticas después de la intervención y aplicación de la propuesta.

Dentro de las fortalezas se encuentra la posibilidad de explorar a profundidad una estrategia didáctica innovadora, aportando conocimientos situados sobre el uso efectivo de las Tecnologías de Información y Comunicaciones (TIC) en un contexto educativo real. Las limitaciones estuvieron relacionadas a los recursos tecnológicos disponibles en la institución, como la falta de un laboratorio de computación y conectividad a internet estable, lo cual fue superado utilizando los dispositivos personales de los estudiantes.

La metodología implementada fue de carácter cualitativo interpretativo, empleando técnicas de recolección de datos como: la observación, entrevista y lista de cotejo. El estudio se dividió en fases de diagnóstico inicial, implementación de la propuesta pedagógica, y evaluación final para comprobar su efectividad.

En cuanto a la estructura de este informe, el Capítulo I presenta el planteamiento del problema, objetivos y justificación. El Capítulo II abarca el marco teórico con los antecedentes, fundamentación teórica y legal. El Capítulo III detalla la metodología y técnicas aplicadas. El Capítulo IV expone el análisis e interpretación de resultados. El Capítulo V contiene el diseño de la propuesta pedagógica. Finalmente, en el Capítulo VI se plantean las conclusiones y recomendaciones.

Los aportes de este estudio radican en entregar una estrategia didáctica efectiva, que fue validada en un contexto educativo real y puede ser replicada en otras instituciones. Contribuye así a la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas a nivel de Educación General Básica Superior, optimizando los recursos tecnológicos disponibles para propiciar aprendizajes significativos. Esta investigación es relevante al responder a las necesidades educativas actuales, promoviendo el uso de las TIC y nuevos enfoques pedagógicos como el modelo TPACK.

## **CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1. Problema de investigación**

#### **1.1 Planteamiento del problema o problematización**

La educación es considerada como un medio de evolución de conocimientos de una persona para alcanzar un fin; este medio debe permitir una integración, eliminar las brechas y ratificar a la formación estudiantil como parte de los derechos primordiales de la humanidad. En el ámbito de la tecnología al servicio de la educación ha fortalecido la integración, si se posee los medios para su acción. Por lo que, las actividades educativas tradicionales están siendo reemplazadas por las diferentes tecnologías educativas como: la calculadora, el internet, los softwares educativos, páginas web gratuitas, entre otras.

Razón por la cual, la innovación tecnológica apoya los procesos en la enseñanza y aprendizaje, la facilidad de encontrar recursos digitales gratuitos y libres tales como: el software GeoGebra, entre otros; estas herramientas buscan innovar la actividad educativa, y con ello despertar el interés por el aprendizaje en la rama de la matemática de manera particular en el tema de funciones lineales.

En América Latina, los gobiernos están comprometidos a la tarea de implementar estrategias y planes de acción, enmarcados en la aplicación de TICs en el argumento educativo, para mejorar la calidad educativa y restar las desigualdades en la sociedad; integrando las tecnologías en el que hacer educativo. En este sentido, Ecuador no es la excepción, a pesar de garantizar en la constitución del 2008 una educación de calidad, equitativa e inclusiva, aún, se ve las desigualdades y brechas en zonas rurales versus lo urbano. Así, la Prueba PISA-D realizado en Ecuador en el 2017 pone de manifiesto que el 70% de los estudiantes no alcanzó el nivel básico de dominio de las matemáticas, lo que refleja el bajo nivel en esta ciencia (Ineval, 2018)

Por lo que, en el sistema educativo ecuatoriano la enseñanza y aprendizaje de Matemáticas sigue siendo un problema, no solo por los resultados de pruebas estandarizadas,



sino por las brechas existentes a raíz de la pandemia del Covid-19, la cual nos mostró la realidad ecuatoriana de sectores rurales, quienes carecen de tecnología y no logran adquirir los conocimientos de otra manera. Este es el caso, de la UECIB – San José en la comuna Zhiña del cantón de Nabón, institución educativa que tiene problemas con el aprovechamiento académico de los estudiantes y el interés por aprender; esto debido a la situación de migración que existe en el cantón y factores socio-económicos que afectan el aprendizaje del educando.

En particular, en el área de Matemáticas, los estudiantes de décimo grado de EGB superior presentan desinterés, por tanto, el propósito de la investigación fue desarrollar una estrategia didáctica aplicando el modelo TPACK (Conocimiento Técnico Pedagógico del contenido) para la enseñanza de las funciones matemáticas con la utilización de la herramienta didáctica GeoGebra, con ello, se buscó motivar y cambiar la actitud de los estudiantes hacia las Matemáticas, y desarrollar en ellos aprendizajes significativos en el tema de funciones.

## **1.2 Pregunta de investigación**

¿De qué manera se puede implementar el modelo TPACK a través de GeoGebra como una herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior?

## **1.3 Objetivos de investigación**

### **1.3.1 Objetivo general**

Determinar la efectividad de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones matemáticas en función lineal a estudiantes de Educación General Básica Superior.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Diagnosticar el nivel de aprendizaje sobre funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior.
- Desarrollar una estrategia didáctica con el modelo TPACK de las funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior basada en la



utilización de GeoGebra como herramienta didáctica.

- Evaluar la estrategia didáctica sobre funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior posterior a la utilización del GeoGebra como herramienta didáctica.

#### **1.4 Justificación**

La incorporación de distintos softwares educativos es cada vez más frecuente en los últimos años, lo que ha generado la incorporación de nuevos modelos que inviten a reflexionar sobre el uso pedagógico de la tecnología. El modelo TPACK describe tres tipos de conocimiento: Tecnológico (TK), contenido (CK) y pedagógico (PK) que orientan la construcción de recursos didácticos pertinentes que dinamicen el proceso de enseñanza y aprendizaje.

A través del uso de la tecnología se busca la motivación del estudiante, por lo que, cada vez más docentes encuentran incorporar en su práctica docente softwares didácticos para la enseñanza de las matemáticas, este es el caso de GeoGebra. Según Pari y Auccahuallpa (2022), GeoGebra es un programa de matemática dinámica, libre y gratuita para la enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles que se ha expandido por casi todo el mundo. Es así que GeoGebra integra de forma dinámica, interactiva, constructiva y creativa tópicos como geometría, álgebra, cálculo, estadística y probabilidades. Así, GeoGebra nos ayuda en su vista grafica- elaborar gráficos de funciones matemáticas en el plano cartesiano e identificar características que no se podría distinguir al desarrollarlo de forma manual, siendo este una metodología innovadora e interesante para aplicar en el aula utilizando la visualización.

Vásconez e Inga (2021), señalan que el modelo TPACK da referencia al conocimiento que los maestros deben tener en puntos del proceso de enseñanza y aprendizaje que integran, este estudio contextualiza el Conocimiento de Contenido Pedagógico Tecnológico (TPACK) y se refiere al conocimiento para proporcionar el aprendizaje de un tema (funciones matemáticas)



en específico a través de una pedagogía y apropiadas tecnologías (uso de GeoGebra). Siendo notable que la tecnología en la actualidad es parte de los estudiantes, quien precisamente han llevado a los centros educativos esta exigencia a través del uso de teléfonos y celulares conocidos como tecnologías emergentes que representa un punto de partida para inspeccionar la implementación de TPACK.

Por su parte, Romero et al. (2022), en su estudio sobre grafico de funciones y transformaciones establece que la herramienta de GeoGebra favorece un importante proceso de aprendizaje en los estudiantes. Además, ayuda las áreas relacionadas con la definición de funciones, áreas, dimensiones relacionadas con las propiedades de manejo de diversas funciones. En adición, Montoya (2022) señala que los resultados en el uso de GeoGebra demuestran que los docentes suelen ser capaces de reconocer los elementos y características de una función en dicha plataforma.

En la actualidad, todos los docentes debemos sumergirnos en la tecnología para optimizar los procesos de enseñanza- aprendizaje, innovar con nuevas metodologías usando las TIC que después de la experiencia que nos dio la pandemia en estos años de aislamiento, donde la educación virtual fue una exigencia social, al regresar a la presencialidad se pudo observar los vacíos que existen en los conocimientos adquiridos de los estudiantes y cómo docente debemos reforzar su conocimiento con la ayuda de las diferentes tecnologías. Esto se ve más, en los sectores rurales, en el cual es deficiente el servicio de internet, en especial en la comunidad de Zhiña con los estudiantes de la UECIB San José.

Según Suarez y Jara (2022), en el ámbito educativo el uso de la tecnología en la enseñanza (GeoGebra) contribuye a mejorar el rendimiento académico, mejorar sus aprendizajes, propicia el trabajo individual y colaborativo del estudiantado. Además, afirma que las características del software son compatibles para trabajar todo tipo de contenido matemático de la EGB Superior.



La factibilidad del presente estudio se basa en que en la actualidad es posible acceder a la tecnología y en este caso la herramienta GeoGebra es de acceso gratuito. Se implementó GeoGebra para la enseñanza de las funciones con los estudiantes de décimo año EGB periodo 2022-2023, a pesar de que la institución educativa UECIB - San José de la comuna Zhiña del Cantón Nabón tiene limitaciones y no cuenta con un laboratorio de computadoras, gracias a que se utilizó la computadora de la docente y equipos electrónicos de los alumnos y se accedió a internet en una casa con solicitud previa, de esta manera se superó las limitaciones antes mencionadas y logro establecer el Modelo TPAK para afianzar los conocimientos matemáticos.

Dado que, la integración de tecnologías en la enseñanza es un Acuerdo Ministerial No. 015-2019, de 18 de julio de 2019 del sistema educativo ecuatoriano, el cual menciona que tiene como fin orientar al país hacia una economía centrada en tecnologías digitales, abordando cuestiones como la disminución de la brecha digital, la implantación de Gobierno Digital, el fomento de la Sociedad de la Información y del Conocimiento, la mejora en la eficiencia de la administración pública y la promoción de la adopción de tecnología digital en diversos ámbitos sociales y educativos. Esperemos que este acuerdo no se quede en papeles y se pueda minimizar la brecha digital en los sectores rurales de Ecuador. En este sentido los alumnos de décimo año de EGB de la institución educativa San José fueron los beneficiarios directos, ya que adquirieron conocimiento de tecnologías digitales y a la vez mejoraron su comprensión de las funciones matemáticas. Adicionalmente este proyecto sirve como referente para el uso de las tecnologías en beneficio de la enseñanza en el ámbito de las Matemáticas, por lo cual también se pueden ver beneficiados los docentes de educación secundaria.

## **CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO**

### **2. Marco Teórico**

#### **2.1 Antecedentes**

El método TPACK requiere que los docentes integren tres modelos en su práctica. Al enseñar matemáticas, el maestro puede usar herramientas tecnológicas para mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos, pero debe tener un conocimiento sólido de los principios matemáticos para poder enseñar de manera efectiva. Por lo tanto, en la unidad educativa UECIB San José para poder verificar y comprender mejor el tema de las funciones lineales en el área de Matemáticas, se aplicó el software GeoGebra. Esta combinación impacta en los procesos de enseñanza aprendizaje en medios mucho más seguros y confiables con la información, por lo cual en este apartado se citan varios temas de investigación relacionados con este proyecto de investigación.

##### **2.1.1 Internacional**

Para Pérez et al. (2022) el objetivo de examinar la relación entre el uso y el aprendizaje de GeoGebra utilizando cuatro variables: objetivo, metodologías/diseño, tamaño muestral y resultado de las investigaciones, busca establecer las tendencias en cuanto al propósito perseguido al emplear GeoGebra, la cantidad de participantes considerados, los enfoques metodológicos adoptados y los hallazgos alcanzados sobre la efectividad didáctica de esta herramienta en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

El análisis de estas cuatro variables permitió caracterizar cómo se ha investigado la integración de GeoGebra en la educación, identificando aspectos como los fines educativos más frecuentes, el alcance poblacional, los diseños de investigación predominantes y la naturaleza de los resultados obtenidos. De este modo, el examen sistemático de la literatura a través de estas variables brindó una visión integral sobre la dirección de las investigaciones previas y las evidencias generadas en torno al uso académico de GeoGebra y su impacto en el



aprendizaje. Los hallazgos derivados del análisis de las variables seleccionadas fueron clave para establecer tendencias, vacíos y oportunidades que orienten investigaciones futuras concernientes a la integración efectiva de GeoGebra en los procesos educativos.

Se ha trabajado con 20 documentos encontrados en base de datos y los resultados expusieron que el uso de GeoGebra influye efectivamente en el aprendizaje, permitiendo un mayor desenvolvimiento y participación de los estudiantes, llegando como conclusión que esta implementación del GeoGebra en el ámbito de enseñanza -aprendizaje ha logrado abrir nuevos métodos de enseñanza e interés estudiantil. El estudio de Pérez et al. (2022) es valioso porque realiza un examen sistemático de la investigación previa sobre el uso de GeoGebra en educación. Analiza variables clave que permiten caracterizar cómo se ha abordado la integración de esta herramienta en procesos de enseñanza-aprendizaje. Esto entrega una visión integral para identificar tendencias, vacíos y oportunidades, siendo un aporte relevante para el desarrollo de la presente investigación sobre el uso efectivo de GeoGebra.

Suárez-Salvador et al. (2020) identificaron dificultades que se ajustaban a los requisitos del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, las cuales ayudaron a desarrollar el tema con el proyecto aplicado fueron evaluados positivamente por especialistas. La investigación antes mencionada ejemplifica una aplicación concreta de GeoGebra para mejorar una competencia Matemática específica, particularmente sobre la resolución de problemas sobre funciones, abordando dificultades reales identificadas en estudiantes. El desarrollo del desarrollo de dicho trabajo evidencia el potencial de GeoGebra para tratar necesidades particulares de aprendizaje, constituyendo un referente útil para el diseño de estrategias didácticas con esta herramienta.



Según Suarez y Jara (2022) el objetivo de este estudio fue analizar la herramienta didáctica GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje de Matemáticas y dar sustento científico a las variables involucradas. La investigación se basó en un paradigma positivista con un enfoque cuantitativo, de tipo exploratorio, descriptivo y no experimental. La muestra estuvo constituida por 44 estudiantes, a quienes se les aplicó una encuesta para recolectar información. También se entrevistó a docentes. Se concluyó que GeoGebra es una herramienta tecnológica que apoya de manera eficaz en la enseñanza de Matemáticas, con características simultáneas para trabajar contenidos de aritmética y geometría. Promueve el trabajo individual y colaborativo de forma innovadora y dinámica, permitiendo que los estudiantes adquieran los conocimientos requeridos. Este estudio entrega evidencia cuantitativa sobre la efectividad de GeoGebra en la enseñanza de matemáticas, considerando la percepción de estudiantes y docentes. Sus hallazgos sobre el apoyo de GeoGebra al trabajo individual, colaborativo e innovador son un valioso aporte regional que refuerza la pertinencia de esta herramienta.

Por su parte, Pérez (2022) describe que la utilización de GeoGebra incurre en mejoras en el aprendizaje y estilos atribucionales en el estudiantado de educación básica de un colegio privado en Bogotá-Colombia, cuando el docente enseña el tema de la función cuadrática ayudados mediante el software de Geometría la hora clase es dinámica, para realizar la misma han utilizado el enfoque metodológico mixto, realizando una entrevista a un grupo focal, es decir que los estudiantes, fueron un mecanismo de estimulación. Además, el software GeoGebra permite experimentar, comprobar y visualizar conjeturas, fortaleciendo el conocimiento ya que se puede comprobar la validez de este instrumento a lo largo del tiempo. Además, el uso de GeoGebra motiva a los estudiantes, afectando positivamente sus emociones en relación a lo académico, puesto que les permite poner a prueba sus hipótesis y ver los resultados de forma gráfica e interactiva. En conclusión, GeoGebra es una herramienta que refuerza el aprendizaje de conceptos y teorías matemáticas, ya que posibilita que los



estudiantes experimenten por sí mismos y comprueben visualmente los postulados, incrementando su motivación y interés en la asignatura. La investigación expuesta anteriormente ejemplifica la aplicación de GeoGebra en un contexto educativo real de la región, evidenciando mejoras concretas en el aprendizaje y la motivación de los estudiantes. El uso de una metodología mixta para evaluar su impacto constituye un referente metodológico relevante para investigaciones sobre el uso de GeoGebra en el contexto regional.

Según Ruiz, et al. (2022) a investigación tuvo como objetivo mejorar la competencia para resolver problemas sobre ecuaciones lineales de primer grado en Matemáticas. Para ello, se implementó la estrategia de aprendizaje basado en problemas con el uso de GeoGebra. Se aplicó una entrevista a grupos focales, utilizando una muestra de estudiantes de noveno año de la Escuela Normal Superior Nuestra Señora de las Mercedes en Zarzal. Los resultados evidenciaron un avance significativo en el incremento del interés por aprender de los estudiantes. Se concluye que la estrategia de aprendizaje basado en problemas complementada con la utilización de GeoGebra mejora la competencia para resolver problemas de ecuaciones lineales en los estudiantes. El estudio antes mencionado aporta con una propuesta concreta de integración de GeoGebra para mejorar una competencia matemática específica (resolución de problemas de ecuaciones lineales). Sus resultados positivos brindan evidencia adicional sobre la efectividad de GeoGebra para el logro de aprendizajes significativos.

### **2.1.3 Nacional**

El artículo de Rodríguez (2021) tuvo como objetivo identificar estrategias tecnológicas innovadoras a través del modelo TPACK y la metodología activa en docentes de tercer año de educación básica para la enseñanza de la resta con reagrupación. El trabajo se basó en un marco teórico con el fin de aplicar el modelo pedagógico y tecnológico de contenidos, buscando una evolución significativa en el conocimiento. La metodología cualitativa escogida fue la



investigación documental, siguiendo las fases preparatoria, descriptiva, interpretativa por núcleo temático, construcción teórica global y extensión. Se concluyó que las herramientas digitales contribuyen con nuevos componentes de conocimiento, mejoran los tiempos de aprendizaje y aumentan la efectividad resolutoria de los problemas. Esta investigación es relevante por su análisis de estrategias tecnológicas innovadoras bajo el modelo TPACK, entregando orientaciones metodológicas importantes para la integración efectiva de la tecnología, como GeoGebra, en el contexto educativo nacional.

Según Auccahuallpa, et. al. (2022) indica que el propósito es inspeccionar los beneficios de GeoGebra, en las áreas de formación continua e investigación y dentro del contexto de la enseñanza matemática, la investigación fue cuantitativa, utilizaron el método experimental, aplicando la una encuesta, que estuvo dirigida a 799 profesores que fueron parte de una muestra a nivel nacional, como consecuencia se obtuvo beneficios en el progreso en habilidades de trabajo colaborativo, la comprobación de postulados y la comprensión de conceptos, se evidenció los beneficios adquiridos en las personas que asistieron al curso observando que esta aplicación mejoró la comprensión de los temas y de mejorar las técnicas de enseñanza. El estudio de Auccahuallpa et al. (2022) aporta una descripción cuantitativa, a nivel nacional, sobre los beneficios de GeoGebra en ámbitos como el trabajo colaborativo y la comprensión de conceptos. Sus resultados enriquecen la comprensión de las potencialidades de GeoGebra en el contexto local.

Por su parte, Villacis (2022) explica que se realizó un estudio sobre la aplicación de GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje de funciones lineales con estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Manuel de Jesús Calle localizada en Quevedo, en donde los estudiantes han aplicado el razonar sobre lo aprendido y especialmente dar beneficio a lo estudiado el objetivo es que ejecuten actividades para el aprendizaje de la función lineal, el instrumento que utilizaron radicó en una evaluación con preguntas abiertas destinadas a la evaluación del nivel de dominio de los temas que se trataron en el aula, la metodología fue



experimental con un grupo de décimo año, se concluye que al aplicar GeoGebra como instrumento didáctico se desarrolló de capacidades en la comprensión de las funciones lineales y su comprensión del tema. Esta investigación ejemplifica una aplicación concreta de GeoGebra en el contexto educativo nacional, evidenciando su utilidad para el desarrollo de capacidades específicas en estudiantes. Constituye un referente relevante para la implementación de propuestas didácticas con GeoGebra.

Brito (2022) da a conocer que al implementar GeoGebra como herramienta tecnológica se puede mejorar el desenvolvimiento de los estudiantes en la creación de circunferencias, parábolas, hipérbolas y elipses, que son figuras que se utilizan en las áreas de Geometría y Geometría Analítica. El trabajo antes mencionado complementa la evidencia nacional sobre la efectividad de GeoGebra para la enseñanza de contenidos geométricos, reforzando su potencial como herramienta tecnológica en el ámbito educativo del país.

## **2.2 Marco Legal**

El marco legal ecuatoriano aplicable al uso del modelo TPACK y GeoGebra para la enseñanza de funciones se describe a continuación:

- Constitución de la República del Ecuador (2008): Establece el derecho a una educación de calidad que prepare a las personas para el desarrollo y garantice su derecho al aprendizaje permanente.
- Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI, 2011): Promueve el uso de TIC y nuevas tecnologías como recurso pedagógico para el aprendizaje.
- Reglamento General a la LOEI (2012): Señala que la tecnología debe integrarse en el proceso de enseñanza-aprendizaje como una herramienta de apoyo.
- Actualización y Fortalecimiento Curricular (2016): Resalta la importancia de utilizar recursos didácticos y tecnológicos para mejorar los aprendizajes de Matemática.



- Perfil de salida del Bachillerato ecuatoriano (2016): Establece el desarrollo de capacidades como el razonamiento lógico-matemático y el uso de TIC.
- Currículo de Matemática para EGB Superior (2016): Indica que deben usarse recursos didácticos concretos y virtuales para modelar situaciones matemáticas.
- Acuerdo Ministerial 427-13 (2013): Aprueba el uso de software libre (como GeoGebra) en instituciones educativas.

En general el marco legal ecuatoriano brinda sustento para la incorporación del modelo TPACK y software como GeoGebra en la enseñanza de matemática de Bachillerato, dado su énfasis en el uso de tecnología y recursos didácticos innovadores para mejorar el aprendizaje. Entre los aspectos que el marco normativo ecuatoriano toma en consideración se destacan las tecnologías en la Educación, el uso responsable y ético de las mismas, las competencias docentes, la formación continua, la evaluación y la asignación de recursos y apoyo técnico.

## **2.3 Marco Teórico**

### **2.3.1 Modelo TPACK**

De acuerdo con el trabajo desarrollado en esta investigación, decimos que el estudio del modelo TPACK ha buscado comprender distintas teorías a través de la utilización de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas. Sin embargo, para comprender adecuadamente el tema de estudio, es importante definir algunos conceptos clave como: el modelo TPACK, aplicación del software GeoGebra, herramienta didáctica en la enseñanza de funciones matemáticas.

Los docentes deben tener el conocimiento para integrar efectivamente la tecnología en su enseñanza se describe en el modelo TPACK. Según, Salas (2019) analiza los tres tipos de conocimientos, el conocimiento pedagógico (PK), que es el conocimiento sobre cómo enseñar incluyen teorías de aprendizaje, planificación de lecciones, evaluación y gestión del aula. El



conocimiento del contenido o disciplina (CK), en el que se incluye un dominio absoluto de los conceptos, principios y habilidades que se enseñan en una materia. El conocimiento sobre el uso de herramientas tecnológicas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje se denomina conocimiento tecnológico (TK), se incluyen programas informáticos, aplicaciones web, dispositivos móviles y otros recursos tecnológicos.

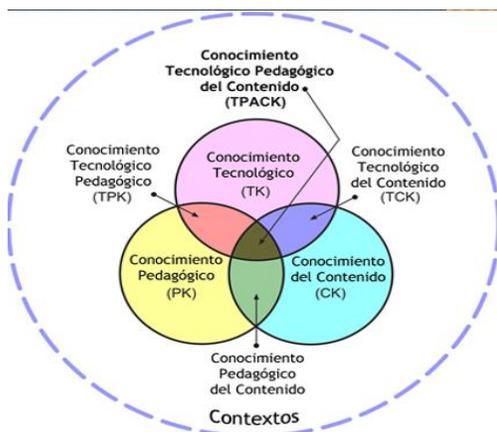
Según, Salas (2019) los progresos tecnológicos están haciendo que las instituciones educativas cambien las actividades escolares, que se realizan dentro y fuera del aula. Por ello, un docente eficaz debe tener un conocimiento equilibrado de los tres tipos de conocimiento (tecnológico, pedagógico y disciplinar) y ser capaz de integrarlos efectivamente para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, tal como plantea el modelo TPACK. Alcanzar un equilibrio entre estos saberes posibilitará al docente diseñar e implementar estrategias didácticas que saquen real provecho de las tecnologías disponibles para ampliar las oportunidades de aprendizaje, adaptadas al contexto educativo específico.

La integración equilibrada de conocimientos tecnológicos, pedagógicos y disciplinares le permitirá seleccionar las herramientas tecnológicas más pertinentes, utilizarlas de manera significativa de acuerdo a objetivos pedagógicos y vincularlas efectivamente con el contenido curricular abordado. De este modo, se favorece una incorporación de tecnologías que enriquezcan las metodologías didácticas, que amplíen las posibilidades de aprendizaje y no un uso superficial o descontextualizado de las mismas.

Lograr este equilibrio entre TK, PK y CK potencia que la tecnología se convierta en un socio intelectual del estudiante, promoviendo aprendizajes activos, profundos y significativos. Pero esto requiere que el docente desarrolle integralmente estos tres conocimientos, tanto a nivel individual como colectivo, involucrando procesos de formación continua. En síntesis, la clave está en que el docente articule de manera equilibrada y coherente sus saberes tecnológicos, pedagógicos y disciplinares específicos, para aprovechar efectivamente las tecnologías en pos de un mejor aprendizaje.



Figura 1. Modelo TPACK.



Fuente: Tomado de Salas-Rueda (2019).

Así, podemos señalar que existe varias teorías que explican y respaldan el modelo TPACK, según, González (2022) el impacto del modelo TPACK en la innovación educativa ha sido estudiado en numerosas investigaciones. La aplicación del modelo de aprendizaje en el ámbito educativo se realiza a partir de un análisis bibliométrico, sostiene García (2021) que es fundamental el conocimiento profundo de las tecnologías educativas actuales por parte de los docentes para que puedan integrar la enseñanza de los conocimientos pedagógicos con las funcionalidades de las tecnologías disponibles.

### 2.3.2 Software GeoGebra

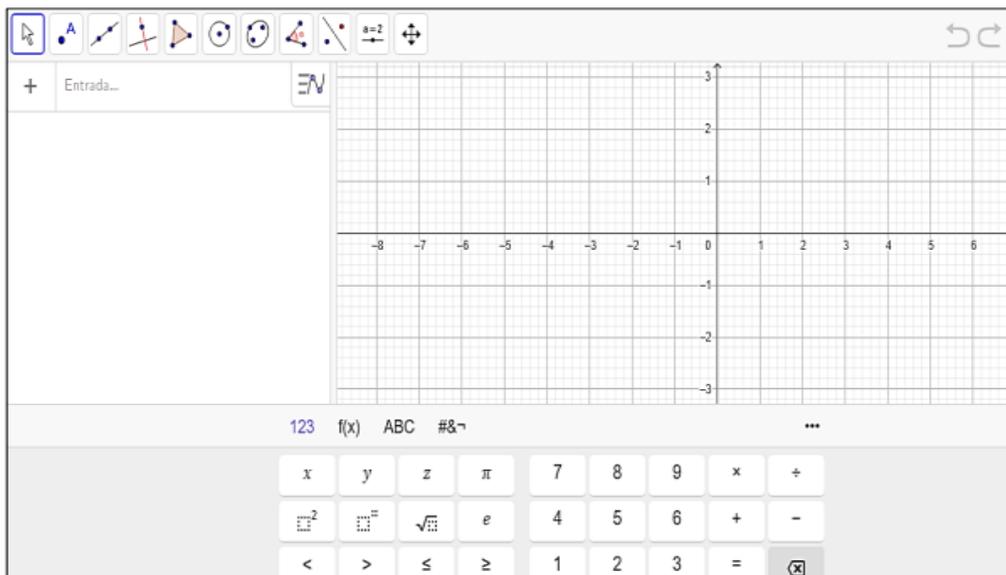
Hay muchos estudios que analizan la efectividad de GeoGebra para mejorar la educación por lo que, el software se utiliza para enseñar y aprender matemáticas, por lo que, Pérez (2022) hace referencia que las actividades de gráficos, geometría y pizarra colaborativa son algunas de las características del software gratuito y posee un código abierto. El software también está disponible como una aplicación de escritorio para Windows, Mac y Linux. Es utilizado por alumnos de todos los niveles educativos. Los usuarios pueden utilizar el software para visualizar y explorar conceptos matemáticos. Viendo la necesidad que existe en el sector rural de la comuna Zhiña del cantón Nabón, al ver el desinterés la asignatura de matemática que existe por parte del estudiantado fue necesario realizar el proyecto implementando el



software GeoGebra en el proceso de enseñanza en el tema de funciones en el desarrollo de actividades los estudiantes de décimo año en la asignatura de Matemáticas.

Para Villacis (2022) es muy importante la forma en que el profesor habla de matemáticas, el desarrollo de la clase depende del profesor. Esa es la razón por la que se vuelve la clase atractiva y motivadora, por el uso de la tecnología. Los estudiantes pueden experimentar cosas nuevas de una forma interactiva para aprender el tema de funciones matemáticas, con la implementación del software educativo llamado GeoGebra como herramienta didáctica. Su naturaleza abierta y su calidad hacen que sea libre de aceptar, las noticias y cambios importantes han sido demandados por las tecnologías.

**Figura 2.** Vista preliminar del software GeoGebra.



Fuente: <https://www.geogebra.org/>

### 2.3.3 Aprendizaje significativo

Según Contreras (2016) da a conocer que el conocimiento se va adquiriendo cuando el estudiante es el que construye de su propio conocimiento mediante un proceso mental de intercambio de conceptos aprendidos de una manera sustantiva, con la aplicación del software



GeoGebra buscamos que los conocimientos del estudiantado sean subjetiva y analítica, por lo que, Romero et al. (2022) nos da a conocer que el uso del Software GeoGebra es una táctica que favorece el aprendizaje significativo de quien lo utiliza, además ayuda en la adquisición de conocimientos en el tema de gráficas y transformación de funciones, fortalece el dominio en el desarrollo de los ejercicios de funciones matemáticas, dominio, rango, características y definiciones.

### **CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO**

#### **3. Marco Metodológico**

##### **3.1 Paradigma**

De acuerdo con la naturaleza del presente estudio, que busca comprender en profundidad la experiencia de un pequeño grupo de estudiantes al interactuar con la herramienta GeoGebra para la construcción de conocimiento matemático, se determinó que el paradigma de investigación más pertinente es el interpretativo, éste nos permitió tener una visión detallada de cómo los estudiantes experimentan e interiorizan el uso de GeoGebra como apoyo didáctico en su proceso de aprendizaje de las funciones matemáticas. A través de técnicas e instrumentos como: la observación, entrevistas y lista de cotejo podremos lograr una comprensión de las subjetividades, significados y experiencias de los estudiantes participantes en relación con la herramienta didáctica. El paradigma interpretativo se alinea con el objetivo de determinar la efectividad de GeoGebra en un contexto de enseñanza-aprendizaje.

##### **3.2 Enfoque**

Este trabajo se realizó bajo en enfoque metodológico cualitativo, ya que el tratamiento de sus características se relaciona mejor con la problemática del estudio. En este sentido, Gascón y Nicolás (2021), da a conocer que la investigación cualitativa se enfoca en explorar y comprender fenómenos sociales y culturales, se centra en el significado y la interpretación de los datos recopilados, busca comprender el significado que los seres humanos, los comportamientos en sociedad tratando de identificarse con las personas involucradas en el fenómeno utilizando como referencia o conjunto de ideas, propuestas, creencias y explicaciones. Por tanto, dado que el presente estudio se enfocó en un pequeño número de estudiantes y buscó explorar en profundidad sus experiencias subjetivas con la herramienta didáctica GeoGebra. En este sentido nos permitió comprender de manera integral cómo los seis estudiantes de décimo año interactúan con la herramienta GeoGebra, construyeron



conocimiento sobre funciones matemáticas y otorgaron significados a esta experiencia, mediante métodos flexibles y sensibles al contexto, se logró capturar los matices y detalles de este proceso de enseñanza-aprendizaje. Así como permitió describir y caracterizar cómo se desarrolla la integración del modelo TPACK y GeoGebra en este grupo específico, aportando conocimientos situados que aportaron a la práctica pedagógica.

### **3.3 Tipo de investigación**

El presente estudio se centró en analizar el uso de GeoGebra como herramienta didáctica en un momento específico del tiempo (aplicación con las funciones matemáticas), se ha determinado que el tipo de investigación transversal fue el más adecuado. El estudio transversal nos permitió obtener una fotografía del estado actual de la integración de GeoGebra en la enseñanza de funciones matemáticas, explorando a profundidad esta experiencia en los seis estudiantes de décimo grado. Asimismo, al buscar conocer el futuro potencial de esta herramienta, el estudio adquirió un carácter prospectivo, orientado a identificar posibilidades de uso didáctico de GeoGebra que puedan informar y mejorar prácticas pedagógicas posteriores. El tipo transversal prospectivo resulta oportuno dado el objetivo de comprender en profundidad el fenómeno en un momento preciso. Permitted recabar conocimientos significativos sobre el modelo TPACK y GeoGebra que contribuyeron al campo educativo.

### **3.4 Diseño**

#### **3.4.1 Fases de investigación**

**Fase inicial:** Se solicitó la autorización a la autoridad principal del plantel educativo para realizar la investigación, una vez recibida la aprobación (Ver Anexo I) se procedió a la elaboración de instrumentos (ficha de observación para diagnosticar la situación inicial, guía de entrevista dirigida a los estudiantes, ficha de observación para diagnosticar la propuesta, lista de cotejo). Estos fueron validados por expertos. Una vez validado los instrumentos, se aplicó una ficha de observación (Ver anexo A) con la cual se diagnosticó la situación inicial, este instrumento lo valoró la investigadora, recopilando información del docente y de los estudiantes



en lo referente a la metodología TPACK (Conocimiento tecnológico, conocimiento pedagógico y conocimiento de contenido).

**Fase de desarrollo:** Para esta fase se hizo una revisión de bibliografía sobre el modelo TPACK y la herramienta GeoGebra, luego se elaboró la propuesta a partir del modelo, en esta fase se diseñó las lecciones y las actividades, determinándose un total de 4 lecciones, las cuales cuentan con tres actividades cada una. (Ver la propuesta)

**Fase de intervención:** La intervención se desarrolló durante dos semanas en las cuales se realizaron cuatro clases de 45 minutos cada una y se trabajó con los estudiantes lo siguiente: Introducción a GeoGebra (Lección 1), Funciones lineales con el uso de GeoGebra (Lección 2), Funciones cuadráticas con el uso de GeoGebra (Lección 3), Análisis comparativo de funciones lineales y cuadráticas (Lección 4). Para ello, se utilizó las diferentes vistas (algebraica y gráfica) del programa, se crearon gráficos en GeoGebra, se llevaron a cabo la resolución de ejercicios prácticos, entre otras actividades.

**Fase final:** Se aplicó la entrevista, la cual estuvo dirigida a los estudiantes en forma individual (Ver anexo B). Cabe mencionar que previamente se solicitó el consentimiento de los estudiantes para contestar la entrevista. Este instrumento se aplicó con el objetivo de conocer la perspectiva en lo referente al uso de GeoGebra en la representación de funciones lineales. Asimismo, en esta fase se implementó otra ficha de observación posterior a la implementación de la propuesta (Ver anexo C), es decir, estuvo dirigida a diagnosticar la propuesta y a su vez al docente, a los estudiantes y al software GeoGebra mediante el modelo TPACK. Los instrumentos antes mencionados fueron aplicados por el investigador y la directora de la institución. Así mismo, la fase final también estuvo orientada en evaluar el conocimiento y desempeño de los estudiantes en la resolución de ejercicios sobre funciones lineales haciendo uso de la herramienta didáctica GeoGebra, esta valoración se realizó mediante el instrumento denominado lista de cotejo (Ver anexo D), la cual fue aplicada por la investigadora, luego de la aplicación de la propuesta.



El alcance de la presente investigación es exploratorio y descriptivo, restringiéndose al análisis detallado del proceso de aprendizaje de las funciones matemáticas mediante el método TPACK a través de herramienta tecnológica GeoGebra en los alumnos del 10<sup>mo</sup> año de EGB de la UECIB San José.

Dado que este estudio se adentró en un área relativamente nueva de aplicación educativa, en la cual, el uso específico de GeoGebra y la integración del modelo TPACK podían haber sido menos investigados hasta la fecha, se optó por un enfoque exploratorio que permitió a la investigadora indagar y descubrir los potenciales efectos, desafíos y oportunidades que surgían de esta estrategia. Además, el enfoque descriptivo contribuyó a detallar y contextualizar la implementación del enfoque, el desarrollo de la enseñanza de funciones matemáticas y el impacto observado en los estudiantes de EGB Superior. En resumen, este alcance permitió tanto explorar nuevas perspectivas educativas como proporcionar una descripción rica y detallada de la implementación y sus resultados en un contexto real.

### **3.6 Población**

Se consideró como población al contexto educativo de la UECIB “San José”, la cual es una escuela de Educación Regular, de carácter Intercultural y Bilingüe localizada en la provincia de Azuay en la comuna de Shiña del Cantón de Nabón. La Institución educativa brinda sus servicios desde el nivel inicial hasta bachillerato con modalidad presencial durante la jornada matutina. El sistema educativo abarca los niveles de EGB y Bachillerato. Actualmente, cuenta con un cuerpo docente compuesto por 6 profesores y un total de 35 estudiantes, de los cuales 16 se encuentran matriculados en el subnivel de EGB Superior.



Se aplicó un muestreo intencional que contó con la participación de seis estudiantes de décimo año de EGB Superior, que son parte de la UECIB San José de Shiña, a quienes de acuerdo a la planificación curricular les correspondía aprender acerca de las funciones matemáticas. El grupo de estudiantes estuvo conformado por dos hombres y cuatro mujeres de 14 años de edad, con excepción de una estudiante que tienen 16 años. Según el reporte de la institución educativa, los estudiantes integran hogares de bajos recursos económicos, aunque todos disponen de teléfonos móviles y solamente tres de ellos poseen computadoras en su domicilio. En cuanto a la estructura del hogar, cinco estudiantes viven con sus dos padres y uno reside solamente con la madre. Sin embargo, es pertinente destacar que en otros cursos hay estudiantes que residen con abuelos y tíos, ya que sus padres migraron del país.

### **3.8 Criterios de inclusión y exclusión de las unidades de información**

En esta investigación, se realizó una recopilación de información combinando fuentes bibliográficas y datos de campo con el fin de obtener una perspectiva integral y actualizada del tema, proporcionando una sólida fundamentación teórica y considerando las particularidades y experiencias específicas del grupo de estudiantes.

Se llevó a cabo una búsqueda en diversas bases de datos académicas (Scopus, Science Direct, Web of Science, SciELO, DOAJ, JSTOR, ERIC y WorldCad) utilizando palabras clave relevantes. Se identificaron y seleccionaron documentos digitales mediante métodos rigurosos de observación y análisis para utilizar la información de manera adecuada.

Se incluyeron documentos relacionados con el uso de GeoGebra en la enseñanza de matemáticas publicados en los últimos cinco años, en los idiomas inglés o español, con disponibilidad de texto completo. La recopilación bibliográfica se enfocó en investigaciones sobre la metodología TPACK y la contribución de GeoGebra al aprendizaje de funciones



matemáticas, priorizando fuentes académicas y científicas que proporcionen un sustento teórico sólido.

La información de campo se obtuvo mediante observación directa de las clases, registrando las dinámicas de enseñanza con GeoGebra, la participación y la mejora del nivel de conocimiento de los estudiantes. Esto permitió capturar experiencias reales y evaluar la influencia de la metodología TPACK y de GeoGebra en la comprensión de las funciones matemáticas.

Se priorizaron estudios actuales para reflejar tendencias educativas contemporáneas y que los resultados sean aplicables al contexto y necesidades específicas de los estudiantes durante el periodo 2022-2023.

### **3.9 Criterios para seleccionar y/o determinar los participantes en la investigación**

Los criterios de selección de los participantes para este estudio se establecieron tras un análisis detallado del plan de estudios de décimo año de EGB. Dado que el proyecto abordó contenidos de funciones matemáticas, se eligió a estudiantes que se encontraban en la etapa educativa donde se imparten estos conocimientos. De esta manera, se aseguró que los participantes contaran con las bases matemáticas necesarias para asimilar y beneficiarse plenamente de las actividades propuestas en relación al uso de GeoGebra y la aplicación del método TPACK en la enseñanza de funciones lineales matemáticas. Al seleccionar estudiantes en esta fase específica de su formación, se garantizó la relevancia y adecuación del proyecto a su nivel de desarrollo cognitivo y habilidades. Asimismo, se facilitó una exploración más profunda de los conceptos y aplicaciones en este campo matemático. La meticulosa selección de los participantes sobre la base de su etapa formativa fue clave para el éxito del estudio.

### **3.10 Técnicas e instrumentos de recolección de la información**

Las técnicas e instrumentos que se utilizaron en el proyecto de investigación fueron:



Ficha de observación: Mediante la ficha de observación se determinó la situación inicial del docente, los estudiantes y los recursos tecnológicos antes de la intervención educativa. Este recurso demostró ser de gran utilidad en la recopilación de datos, ya que permitió registrar detalladamente las circunstancias iniciales presentes en el entorno educativo antes de la implementación de las estrategias pedagógicas que involucraban el uso de la herramienta educativa GeoGebra y la aplicación del enfoque metodológico TPACK. El diseño de esta herramienta comprende secciones específicas destinadas a capturar información relacionada con el Conocimiento Tecnológico, el Conocimiento Pedagógico y el Conocimiento de Contenido. Los detalles completos de la ficha de observación se pueden visualizar en el Anexo A.

Guía de entrevista: En el presente trabajo investigativo se desarrolló una entrevista, la cual fue dirigida a los estudiantes después de la intervención educativa con el objetivo de conocer la percepción de los estudiantes sobre la efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones lineales. Para la aplicación de la entrevista previamente se desarrolló la guía de la entrevista, este instrumento constó con 10 preguntas en su mayoría abiertas para que el entrevistado tenga la libertad de describir en sus propias palabras las percepciones sobre el contexto antes mencionado. (Ver anexo B).

Ficha de observación para diagnosticar la propuesta: Este instrumento se aplicó con el propósito de evaluar la eficacia del método TPACK y el empleo de GeoGebra como recurso educativo para la enseñanza de funciones lineales, una vez implementada la propuesta pedagógica, considerando al docente y los estudiantes. Así mismo este instrumento contó con secciones que buscan recolectar información del Conocimiento Tecnológico, Conocimiento Pedagógico y Conocimiento de Contenido. (Ver Anexo C)

Lista de cotejo: Este instrumento permitió evaluar el desempeño de los estudiantes de 10<sup>mo</sup> EGB Superior antes y después de la intervención educativa en el uso de GeoGebra como



herramienta didáctica en la enseñanza de funciones lineales. Mediante la lista de cotejo fue posible valorar a través del método TPACK y el registro organizado de las capacidades y aptitudes matemáticas que los alumnos van adquiriendo durante el transcurso de las tareas realizadas en GeoGebra. A través de observaciones minuciosas y análisis reflexivos, se consiguió una identificación precisa de las habilidades destacadas y las áreas que necesitaban mejoras en cada estudiante, en lo que respecta a la comprensión de funciones matemáticas y su destreza en la plataforma.

Para la lista de cotejo se establecieron 7 componentes de evaluación (Conocimiento Tecnológico, Conocimiento Pedagógico, Conocimiento de Contenido, Conocimiento Pedagógico de Contenido, Conocimiento Tecnológico de Contenido, Conocimiento Tecnológico Pedagógico, Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido), los cuales cuentan con criterios de evaluación que se puntúan de 0 a 2 en una escala ordinal siendo la puntuación 2 cuando cumple con todas las características de valoración y 0 cuando no cumple ninguna de las características. La lista de cotejo también cuenta con una evaluación global sobre 14 puntos a partir de la suma de calificaciones individuales de los 7 aspectos antes mencionados, en este mismo sentido es importante mencionar que la puntuación global va de 0 a 14 evaluando el nivel del logro, mediante los siguientes criterios de evaluación: Domina los conocimientos requeridos (12-14), alcanza los conocimientos requeridos (9-11), Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos (6-8), No alcanza los aprendizajes requeridos (3-5), No alcanza un nivel mínimo de comprensión de los aprendizajes requeridos (0-2).

### **3.11 Operacionalización de las categorías de estudio**

En la tabla 1 se puede visualizar la operacionalización de las categorías de estudio, esta tabla tiene como elementos: La categoría de análisis, subcategorías, indicadores, instrumentos y las preguntas para la propuesta.

**Tabla 1:** Operacionalización de variables

<b>CATEGORÍAS</b>				
<b>Categoría de Análisis</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumentos</b>	<b>Preguntas de la propuesta</b>
	Conocimiento Tecnológico (TK) (GeoGebra)	-Dominio del docente en el uso de GeoGebra	- Ficha de observación	Ficha de observación Ítems: 1,2,4
		- Conocimientos previos en el manejo de GeoGebra		
		-Disposición de infraestructura tecnológica		
		-Aspectos útiles de GeoGebra.	-Guía de entrevista	Guía de entrevista Ítems: 5,7
		-Valoración o puntaje de GeoGebra como herramienta para aprender funciones matemáticas		
		- Dominio del docente en el uso de GeoGebra durante la resolución de ejercicios de funciones lineales.	- Ficha de observación de la implementación de la propuesta	Ficha de observación de la implementación de la propuesta Ítems: 1,4,5
		- Acceso a infraestructura tecnológica necesaria para el uso de GeoGebra durante la resolución de ejercicios de funciones lineales.		
		-Aprovechamiento de la herramienta GeoGebra para representar gráficamente los distintos tipos de funciones matemáticas.		
Enseñanza de funciones matemáticas a través del modelo TPACK	Conocimiento Pedagógico (PK)	-Habilidad por parte de los estudiantes en el uso de las herramientas básicas de GeoGebra para graficar funciones	- Lista de cotejo.	Lista de cotejo Ítems: 1
		-Adaptación por parte del docente de la enseñanza de funciones lineales en GeoGebra a los diferentes estilos de aprendizaje	- Ficha de observación	Ficha de observación Ítems: 9,10,11,12
		-El docente fomenta la resolución de problemas y el pensamiento crítico		
		-Utilización de estrategias didácticas por parte del docente para enseñar funciones lineales		
		-El docente promueve el aprendizaje activo y colaborativo		
		-Estrategia de combinación de GeoGebra y la resolución analítica para la enseñanza de funciones por parte del docente.	-Guía de Entrevista	Guía de Entrevista Ítems: 3,10



**CATEGORÍAS**

<b>Categoría de Análisis</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumentos</b>	<b>Preguntas de la propuesta</b>
		<p>-La integración tecnológica con la pedagogía y el contenido de funciones matemáticas resulto ser una estrategia efectiva.</p> <p>-Se aplicaron evaluaciones sobre la resolución de ejercicios de funciones lineales alineadas al uso de GeoGebra.</p>	<p>-Ficha de observación de la implementación de la propuesta</p>	<p>Ficha de observación de la implementación de la propuesta Ítems: 1,4,5</p>
		<p>- Capacidad del estudiante para explicar conceptos clave sobre funciones matemáticas de manera clara y organizada</p> <p>-Actividades colaborativas apoyadas en el uso de GeoGebra por parte de los estudiantes.</p> <p>-Creación de representaciones gráficas interactivas con GeoGebra.</p>	<p>- Lista de cotejo</p>	<p>Lista de cotejo Ítems:3,6,14</p>
Conocimiento del Contenido (CK)		<p>-Dominio conceptual del docente en el tema funciones matemáticas</p> <p>-Conocimientos previos solidos de los estudiantes sobre el tema de funciones matemáticas</p> <p>-Los estudiantes no tienen vacíos conceptuales sobre funciones lineales</p> <p>-Los estudiantes aplican adecuadamente procedimientos para resolver ejercicios sobre funciones lineales en sus cuadernos de apuntes de la asignatura</p> <p>Conocimiento de funciones matemáticas de los estudiantes antes de utilizar GeoGebra</p> <p>-Grado de comprensión de los estudiantes en funciones matemáticas después de la utilización de GeoGebra.</p> <p>-Dominio conceptual del docente en el tema de funciones lineales usando GeoGebra.</p>	<p>- Ficha de observación</p> <p>-Guía de la entrevista</p> <p>-Ficha de observación para</p>	<p>Ficha de observación Ítems: 14,15,16,18</p> <p>Guía de la entrevista Ítems: 1,2</p> <p>Ficha de observación para</p>



**CATEGORÍAS**

<b>Categoría de Análisis</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumentos</b>	<b>Preguntas de la propuesta</b>
		Los estudiantes pudieron resolver los ejercicios de funciones lineales en su cuaderno y en GeoGebra, llegando a los mismos resultados - Los estudiantes lograron superar los vacíos conceptuales identificados inicialmente previo al uso de GeoGebra	diagnosticar la propuesta	diagnosticar la propuesta Ítems:9,10,11,12
		-Procedimientos adecuados por parte de los estudiantes para resolver ejercicios sobre funciones lineales en GeoGebra - Comprensión de los estudiantes de los elementos y propiedades de las funciones matemáticas -Resolución correcta por parte de los estudiantes de ejercicios y problemas que involucran el uso de las funciones matemáticas. -Conocimiento de los estudiantes de funciones matemáticas previo al uso de GeoGebra	- Lista de cotejos	Lista de cotejo Ítems: 5,6,9

**Fuente:** Clara Hiza

**CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS**

**4. Análisis e interpretación de la información**

El proceso de analizar e interpretar los resultados brinda la oportunidad de examinar minuciosamente la información recopilada mediante instrumentos tales como: pruebas, fichas de observación, entrevistas y lista de cotejo, esto permite dar significado a los datos obtenidos y llegar a conclusiones respaldadas por evidencia.

**4.1 Cualitativo**

Para analizar los datos cualitativos se llevó a cabo un proceso que incluyó la codificación abierta, donde se asignaron códigos a las categorías y subcategorías. También se analizaron los instrumentos para identificar similitudes y diferencias, la elaboración de redes semánticas para sintetizar la información con palabras clave, y finalmente la triangulación, que permitió contrastar los resultados de las diferentes fuentes. A través de este proceso de análisis se pudo conocer a profundidad los aspectos relevantes en cuanto a la enseñanza de funciones matemáticas a través del modelo TPACK. Los resultados obtenidos fueron fundamentales para diseñar una propuesta educativa pertinente que contribuya a fortalecer esta noción.

**4.1.1 Codificación abierta o de primer nivel**

En la Tabla 2 se puede observar la codificación de primer nivel, en la cual la categoría principal es la enseñanza de funciones matemáticas a través del modelo TPACK. El código fue EFMTPACK, las sub categorías fueron: Conocimiento Tecnológico (TK), Conocimiento Pedagógico (PK) y el conocimiento del contenido (CK).

**Tabla 2:** Codificación de primer nivel

<b>CODIFICACIÓN DE PRIMER NIVEL</b>		
<b>Categoría</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Código</b>
<b>Enseñanza de funciones matemáticas a través del modelo TPACK (EFMTPACK)</b>	Conocimiento Tecnológico (GeoGebra)	TKD (Docente) TKE (Estudiantes)
	Conocimiento Pedagógico	PKD (Docente) PKE (Estudiantes)
		Conocimiento del Contenido



**CODIFICACIÓN DE PRIMER NIVEL**

<b>Categoría</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Código</b>
		CKE (Estudiantes)

**Fuente:** Clara Iza

**4.1.2 Densificación de los instrumentos**

Una vez realizada la codificación fue necesario revisar y comparar la información obtenida de los diferentes instrumentos para identificar coincidencias, similitudes que se repiten en los diferentes instrumentos, o a su vez, encontrar discrepancias, diferencias o hallazgos contradictorios entre lo que arrojan los distintos instrumentos o fuentes, lo cual puede indicar contradicciones o diferentes perspectivas.

En primer lugar, se analizan los resultados obtenidos de la ficha de observación, la misma que se puede visualizar en el Anexo E. La tabla 3 muestra la densificación.

**Tabla 3:** Densificación de la guía de observación

<b>RESULTADOS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN</b>			
<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Coincidencia</b>	<b>Discordancias</b>
<b>EFMTPACK</b>	TKD	El docente sí demuestra dominio en el uso del software GeoGebra.	
<b>EFMTPACK</b>	TKE	Los estudiantes sí tienen conocimientos previos en el manejo del software de GeoGebra.	
<b>EFMTPACK</b>	TKD	El docente sí utiliza las diferentes vistas (Algebraica, Geométrica, 2D y 3D) de GeoGebra para el desarrollo de la clase.	
<b>EFMTPACK</b>	TKE	Los estudiantes no cuentan con la infraestructura tecnológica necesaria para usar GeoGebra en el salón de clase.	El docente trabaja con su computador
<b>EFMTPACK</b>	TKE	Los estudiantes sí pueden realizar construcciones básicas en GeoGebra.	
<b>EFMTPACK</b>	TKE	Los estudiantes no cuentan con suficientes computadoras para utilizar GeoGebra.	Se utiliza los teléfonos de los estudiantes y el computador del docente
<b>EFMTPACK</b>	TKD	No existe conectividad a internet estable para el uso de GeoGebra.	En una casa cerca del sector

**RESULTADOS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN**

<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Coincidencia</b>	<b>Discordancias</b>
			se solicita autorización para trabajar con el internet
<b>EFMTPACK</b>	TKD	No se dispone de proyector, pizarra digital u otra tecnología para las clases con GeoGebra.	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	El docente sí adapta la enseñanza a los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje.	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	Sí se fomenta la resolución de problemas y pensamiento crítico.	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	El docente sí utiliza estrategias didácticas al enseñar funciones lineales.	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	El docente sí promueve el aprendizaje activo y colaborativo en clase.	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	Sí se promueve la participación activa estudiantil en el salón de clase.	
<b>EFMTPACK</b>	CKD	El docente sí muestra dominio conceptual del tema de funciones lineales.	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	Los estudiantes sí tienen conocimientos previos sólidos sobre el tema.	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	No se identifica ausencia de vacíos conceptuales en los estudiantes sobre funciones lineales.	
<b>EFMTPACK</b>	CKD	El docente sí resuelve variedad de ejercicios sobre funciones lineales en el pizarrón	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	Los estudiantes sí aplican adecuadamente procedimientos para resolver ejercicios sobre funciones lineales en sus cuadernos de apuntes de la asignatura	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	Los estudiantes sí presentaron errores frecuentes al resolver funciones lineales	

Fuente: Clara Hiza



Para realizar el análisis de la entrevista dirigida a los estudiantes se leyó detenidamente las respuestas de los mismos (Ver anexo F); sin embargo, en la densificación se plasmó un resumen que abarca todos los comentarios. La tabla 4 muestra la información.

Tabla 4: Densificación de la entrevista

RESULTADOS DE LA ENTREVISTA			
Categorías	Subcategorías	Coincidencia	Discordancias
EFMTPACK	TKD	<p><b>3.- La forma en que su docente de Matemáticas combinó la tecnología (GeoGebra) y la enseñanza de las funciones, ¿fue una buena estrategia para mejorar su aprendizaje? Explique</b></p> <p>Se puede analizar que: La combinación de tecnología como GeoGebra y la enseñanza de funciones fue una estrategia efectiva para mejorar el aprendizaje, por lo que se puso en práctica en la casa con varios ejercicios.</p>	
EFMTPACK	TKE	<p><b>4.- A partir de la experiencia en la clase ¿encontró alguna dificultad o limitación al usar la herramienta de GeoGebra para aprender funciones matemáticas? Explique.</b></p> <p>Se puede concluir que: El internet deficiente de la institución fue un limitante para la enseñanza de funciones matemáticas. Sin embargo, se buscó solucionar el inconveniente, solicitando internet en una casa aledaña.</p>	
EFMTPACK	TKE	<p><b>5.- En su opinión, ¿cuáles fueron los aspectos más útiles o interesantes de utilizar GeoGebra para comprender las funciones matemáticas?</b></p> <p>Se puede establecer que: Puesto que la herramienta GeoGebra permite interactuar con las gráficas y objetos matemáticos, se pudo experimentar y descubrir patrones. Esta interacción ayudo el aprendizaje mediante la exploración y el descubrimiento.</p>	
EFMTPACK	TKE	<p><b>7.- En una escala de 1 a 5, ¿qué puntaje le daría a GeoGebra como herramienta para aprender funciones matemáticas?</b></p>	



**RESULTADOS DE LA ENTREVISTA**

<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Coincidencia</b>	<b>Discordancias</b>
		Se establece que: La calificación que le dan todos los estudiantes es un 5 porque pueden comprobar que los ejercicios estén bien realizados y si existe una falla en la resolución el programa brinda el apoyo necesario para que el estudiante descubra donde está el error.	
EFMTPACK	TKD	<p><b>10.- En general, ¿diría que la integración de la tecnología con la pedagogía y el contenido de funciones matemáticas fue una estrategia efectiva para mejorar su aprendizaje? Explique</b></p> <p>Los alumnos mencionan que: la estrategia si fue efectiva, ya que ayudó a mejorar la imaginación e interactuar entre nosotros y descubrir las distintas formas de responder los ejercicios planteados</p>	
EFMTPACK	PKE	<p><b>6.- ¿Recomendaría a sus profesores seguir utilizando GeoGebra para enseñar otros temas de Matemáticas? ¿Por qué?</b></p> <p>Se puede analizar que: Los estudiantes si recomiendan la utilización de GeoGebra ya que la clase es más dinámica e interactiva, logrando la participación de todos los estudiantes.</p>	
EFMTPACK	PKE	<p><b>8.- ¿Tiene alguna recomendación para mejorar el uso de GeoGebra en futuras clases de Matemáticas?</b></p> <p>Los estudiantes mencionan que: Les gustaría que las clases con esta herramienta sea más frecuentes. De esta forma las clases futuras serán más interactivas y de fácil comprensión.</p>	
EFMTPACK	PKE	<p><b>9.- ¿El uso de GeoGebra para aprender funciones matemáticas le resultó entretenido y motivador? ¿Por qué?</b></p> <p>Se puede establecer que: A los estudiantes el uso de GeoGebra para aprender funciones matemáticas si les pareció entretenido y motivador porque les ayudo a entender y comprender de una manera más divertida los distintos temas, especialmente en el tema de funciones lineales.</p>	



**RESULTADOS DE LA ENTREVISTA**

<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Coincidencia</b>	<b>Discordancias</b>
EFMTPACK	CKE	<p><b>1.- Antes de utilizar el software GeoGebra en clase, ¿cómo describiría su conocimiento sobre las funciones matemáticas? ¿Se le dificultaba este tema? Explique</b></p> <p>Al analizar todas las respuestas se puede interpretar que: Los estudiantes no conocían del instrumento tecnológico, el conocimiento en el tema de funciones matemáticas era regular en algunos estudiantes porque se presentaban problemas al desarrollar los ejercicios, también existía dificultad al realizar la gráfica en el plano cartesiano y en el desarrollo del mismo.</p>	Los estudiantes si tienen conocimiento previo de GeoGebra.
EFMTPACK	CKE	<p><b>2.- Ahora que realizó actividades con GeoGebra sobre funciones matemáticas, ¿cómo describiría su nivel de comprensión sobre este tema?</b></p> <p>Luego de que los estudiantes emplearan GeoGebra, pudieron resolver y verificar los ejercicios de funciones matemáticas con facilidad, lo que significa que su comprensión de las funciones matemáticas se incrementó.</p>	

**Fuente:** Clara Hiza

Después de presentar la propuesta, se llevó a cabo un proceso de diagnóstico, en el que, se examinaron los datos recopilados a través de la ficha de observación (anexo G) con el fin de evaluar la propuesta. Los resultados de este análisis se encuentran detallados en la tabla 5.

**Tabla 5:** Densificación de la ficha de observación para diagnosticar la propuesta

<b>RESULTADOS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN PARA DIAGNOSTICAR LA PROPUESTA</b>			
<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Coincidencia</b>	<b>Discordancias</b>
EFMTPACK	TDK	El docente sí demostró dominio en el uso del software de GeoGebra durante la resolución de ejercicios de funciones lineales.	

**RESULTADOS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN PARA DIAGNOSTICAR LA PROPUESTA**

<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Coincidencia</b>	<b>Discordancias</b>
<b>EFMTPACK</b>	TKD	El docente sí utilizó las diferentes vistas (Algebraica, Geométrica, 2D, 3D u otra) de GeoGebra para el desarrollo de la clase.	
<b>EFMTPACK</b>	TKE	Los estudiantes sí manejaron adecuadamente las herramientas básicas de GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	TKD	El docente y los estudiantes sí contaron con la infraestructura tecnológica necesaria para usar GeoGebra durante la resolución de ejercicios de funciones lineales	Se solicitó internet en una casa aledaña a la institución y se trabajó en los celulares de los alumnos y en la laptop del docente
<b>EFMTPACK</b>	TKE	Los estudiantes sí aprovecharon las funciones avanzadas de GeoGebra para comprender los conceptos referentes a las funciones lineales	
<b>EFMTPACK</b>	TKD	No existieron computadoras suficientes para los estudiantes durante la resolución de ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra.	Se utiliza los teléfonos de los estudiantes y el computador del docente
<b>EFMTPACK</b>	TKD	Sí existió conectividad a internet estable durante la resolución de ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra	En una casa cerca del sector se solicita autorización para trabajar con el internet
<b>EFMTPACK</b>	PKD	El docente sí adaptó la enseñanza de funciones lineales en GeoGebra a los diferentes estilos de aprendizaje	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	El docente sí fomentó el pensamiento crítico en la representación de funciones lineales en GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	El docente sí utilizó estrategias didácticas al enseñar funciones lineales en GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	El docente sí promovió el aprendizaje activo y colaborativo en clase durante la resolución de	

**RESULTADOS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN PARA DIAGNOSTICAR LA PROPUESTA**

<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Coincidencia</b>	<b>Discordancias</b>
		ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	El docente sí promovió la participación activa estudiantil	
<b>EFMTPACK</b>	PKD	Sí se aplicaron evaluaciones sobre la resolución de ejercicios de funciones lineales alineadas al uso de GeoGebra.	
<b>EFMTPACK</b>	CKD	El docente sí mostró dominio conceptual del tema de funciones lineales usando GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	Los estudiantes sí pudieron resolver los ejercicios de funciones lineales en su cuaderno y en GeoGebra, llegando a los mismos resultados	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	Los estudiantes sí lograron superar los vacíos conceptuales identificados inicialmente previo al uso de GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	CKD	El docente sí resolvió gran variedad de ejercicios sobre funciones lineales utilizando GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	Los estudiantes sí aplicaron adecuadamente procedimientos para resolver ejercicios sobre funciones lineales en GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	Los estudiantes sí presentaron ausencia de errores frecuentes al operar funciones lineales en GeoGebra	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	Los estudiantes sí fueron capaces de resolver los ejercicios de funciones lineales en corto tiempo con el uso de GeoGebra	

**Fuente:** Clara Hiza

La finalidad de la lista de cotejo fue determinar cómo los estudiantes de EGB Superior de la UECIB San José utilizan GeoGebra como una herramienta de aprendizaje en el tema de



funciones lineales. Tras haber completado la intervención educativa o propuesta (Anexo H), se puede visualizar la lista de cotejo aplicada y la puntuación de todos los estudiantes que participaron en la investigación. En la tabla 6 se observa el análisis de la evaluación a los estudiantes.

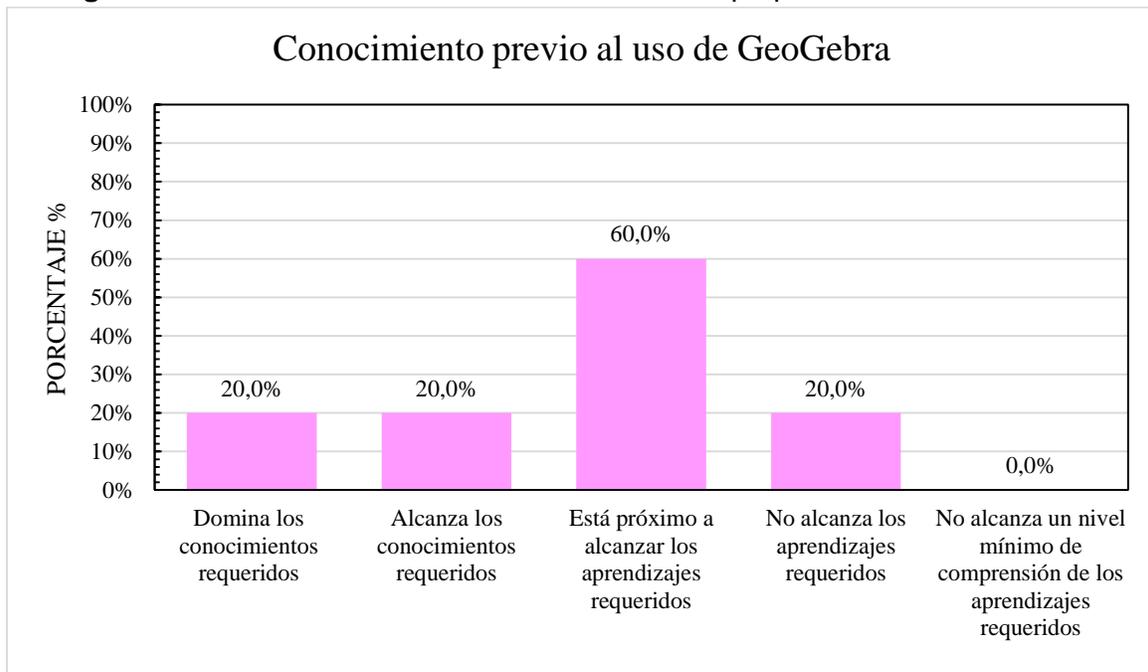
**Tabla 6:** Densificación del instrumento lista de cotejos

<b>RESULTADOS DE LISTA DE COTEJOS</b>			
<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Coincidencia</b>	<b>Discordancias</b>
<b>EFMTPACK</b>	TKE	El estudiante demuestra habilidad en el uso de las herramientas básicas de GeoGebra para graficar funciones.	
<b>EFMTPACK</b>	TKE	El estudiante aprovecha las herramientas de GeoGebra para representar gráficamente distintos tipos de funciones matemáticas.	
<b>EFMTPACK</b>	TKE	El estudiante crea representaciones gráficas interactivas con GeoGebra que mejoran la comprensión de las funciones	
<b>EFMTPACK</b>	PKE	El estudiante es capaz de explicar los conceptos clave sobre funciones matemáticas de manera clara y organizada.	
<b>EFMTPACK</b>	PKE	El estudiante plantea ejemplos y analogías que facilitan la comprensión de las funciones matemáticas.	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	El estudiante resuelve correctamente ejercicios y problemas que involucran el uso de funciones matemáticas.	
<b>EFMTPACK</b>	CKE	El estudiante incorpora actividades con GeoGebra que promueven el aprendizaje activo y la experimentación sobre funciones.	

**Fuente:** Clara Hiza

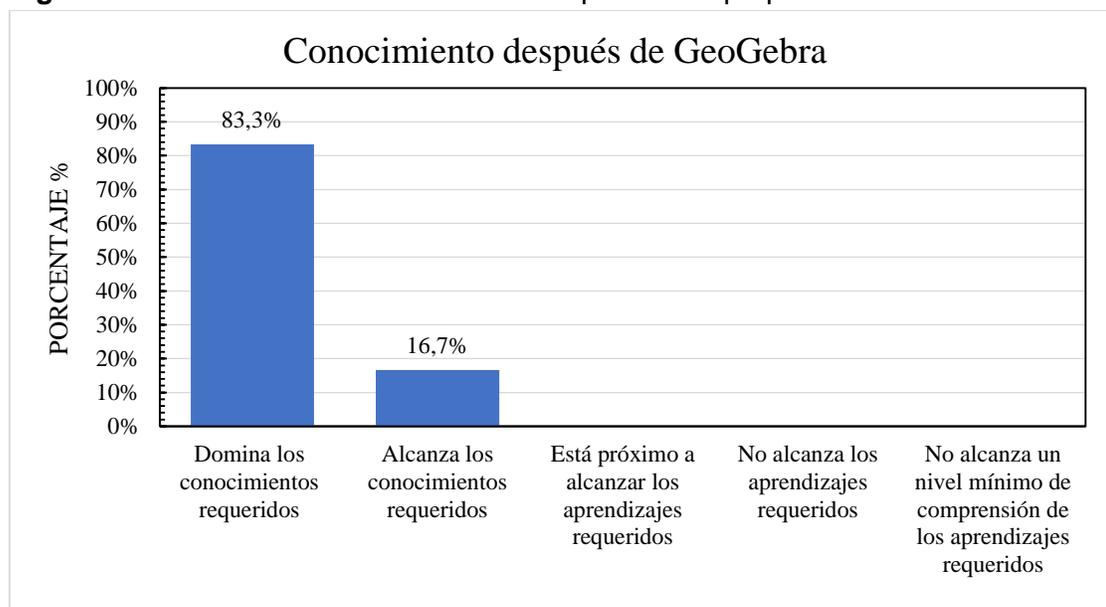
En la figura 3 muestra la valoración de los conocimientos de funciones matemáticas que tenían los estudiantes antes de la aplicación de la propuesta, mientras que en la figura 4 presenta la valoración posterior a la aplicación de la propuesta.

**Figura 3.** Evaluación de los estudiantes antes de la propuesta.



**Fuente:** Clara Hiza

**Figura 4.** Evaluación de los estudiantes después de la propuesta.



**Fuente:** Clara Hiza

De acuerdo a la información de la figura 3, antes de la aplicación de la propuesta el 50% de los estudiantes reflejaron que estaban próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos, el 16.7% dominaban los conocimientos requeridos, otro 16.7% alcanzaban los conocimientos



requeridos y el restante 16.7% no alcanzaban los aprendizajes requeridos. Por lo tanto, en un inicio existían estudiantes de 10<sup>mo</sup> año de EGB de la UECIB San José que demandaban un mejoramiento en el aprendizaje de las funciones matemáticas. En contraste, la figura 4, muestra que el 83.3% de los estudiantes de 10<sup>mo</sup> año de EGB de la UECIB San José dominan los conocimientos requeridos sobre funciones matemáticas y el restante 16.7% alcanza los conocimientos requeridos sobre el mismo tema. Por consiguiente, los resultados de la lista de cotejo (Anexo H) indican que la aplicación de la propuesta fue exitosa, ya que favoreció el dominio de los aprendizajes de los estudiantes.

#### 4.1.3 Codificación axial o de segundo nivel

Se mantiene la codificación.

**Tabla 7:** Codificación axial o de segundo nivel.

<b>CODIFICACIÓN AXIAL</b>		
<b>Categoría</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Código</b>
<b>Enseñanza de funciones matemáticas a través del modelo TPACK (EFMTPACK)</b>	Conocimiento Tecnológico (GeoGebra)	Se mantiene
	Conocimiento Pedagógico	Se mantiene
	Conocimiento del Contenido	Se mantiene

**Fuente:** Clara Hiza.

#### 4.1.4 Redes semánticas de los instrumentos

Las redes semánticas en esta investigación fueron una herramienta valiosa para sintetizar y visualizar las relaciones entre las categorías y subcategorías de análisis. Se pueden destacar algunos aspectos relevantes a partir de las redes semánticas elaboradas para cada instrumento aplicado:

- Las redes semánticas permitieron identificar conexiones y vínculos entre los diferentes componentes del modelo TPACK (conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido), mostrando cómo se relacionan e integran en la práctica educativa.
- Se pudo evidenciar que el conocimiento tecnológico referido al manejo de la

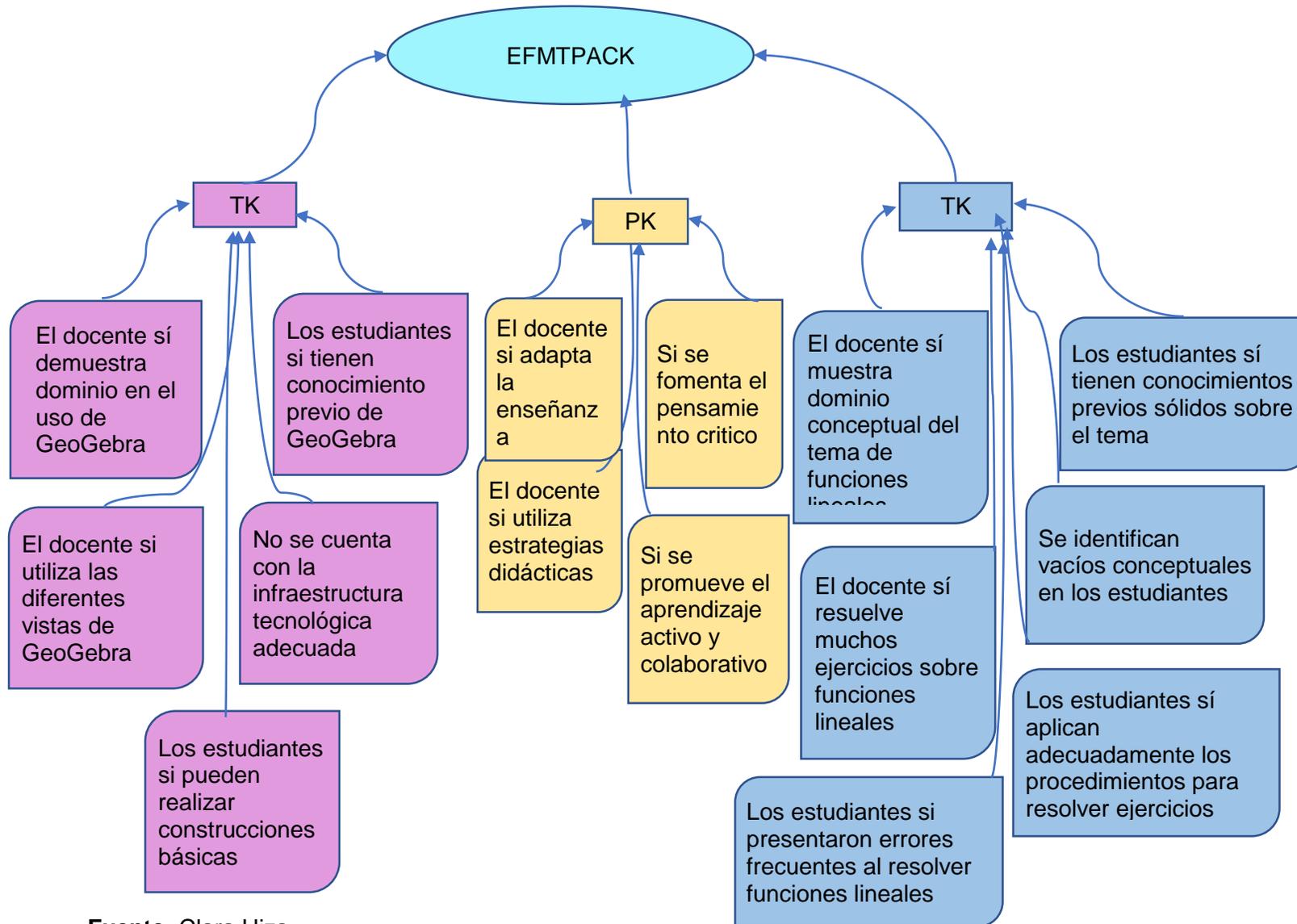


herramienta GeoGebra se conecta tanto con el conocimiento pedagógico, así como con el conocimiento del contenido matemático, resaltando la importancia de la integración de estos saberes en el PEA de Matemáticas.

- Las redes semánticas facilitaron la comprensión de cómo los distintos componentes del modelo TPACK se articulan en el contexto de la enseñanza de funciones matemáticas mediada por GeoGebra.
- Permitieron identificar nodos centrales (categorías clave) y las conexiones entre estos nodos, brindando una representación gráfica de las relaciones en el fenómeno estudiado.
- Posibilitaron el análisis tanto de coincidencias como de discordancias entre los resultados de los diversos instrumentos aplicados en la investigación.
- Las redes semánticas constituyen una herramienta de síntesis conceptual que contribuye a la interpretación y discusión de los resultados de la investigación de manera visual y sistemática.



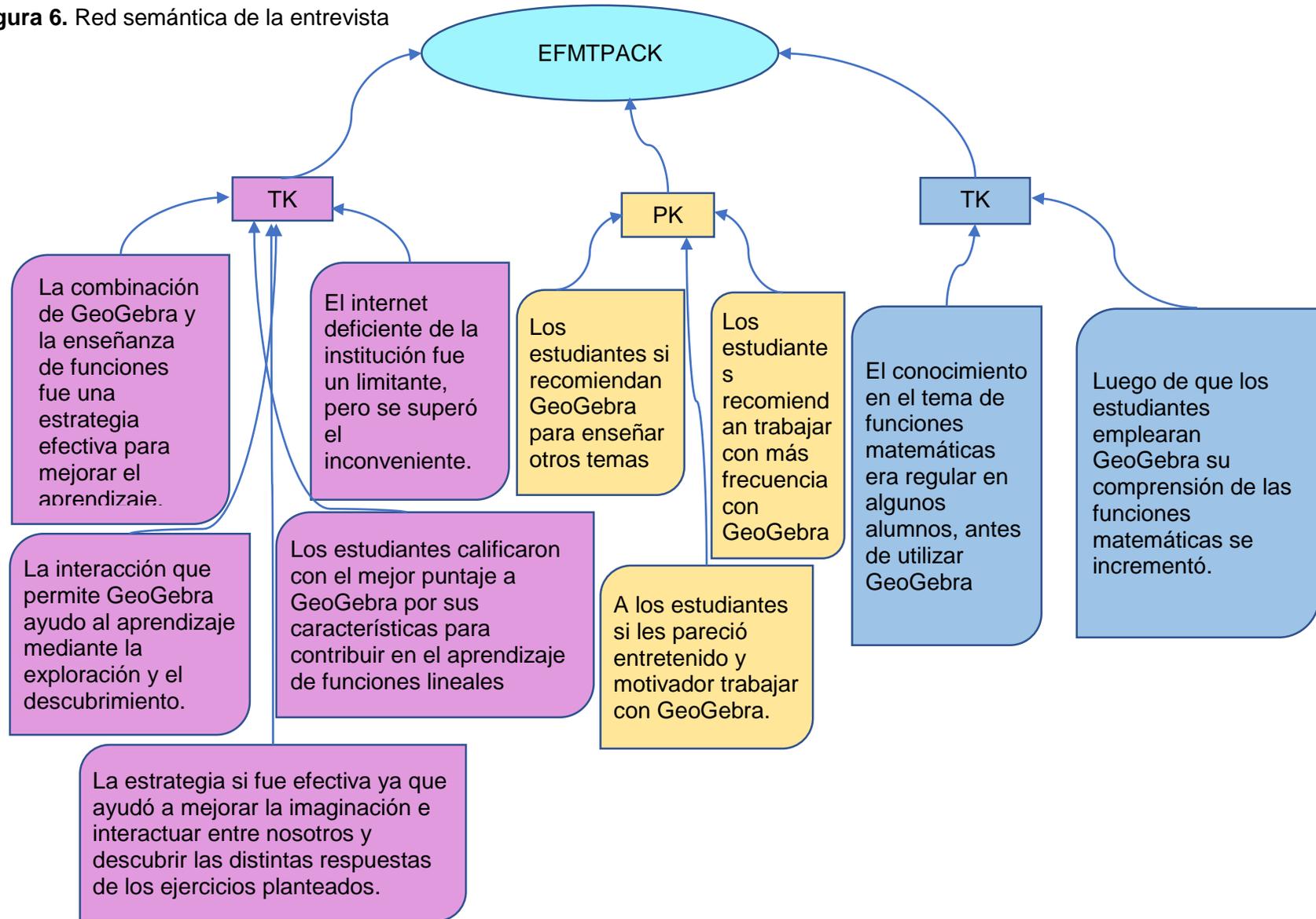
Figura 5. Red semántica de la guía de observación



Fuente: Clara Hiza.



Figura 6. Red semántica de la entrevista



Fuente: Clara Hiza.



Figura 7. Red semántica de la ficha de observación para diagnosticar la propuesta

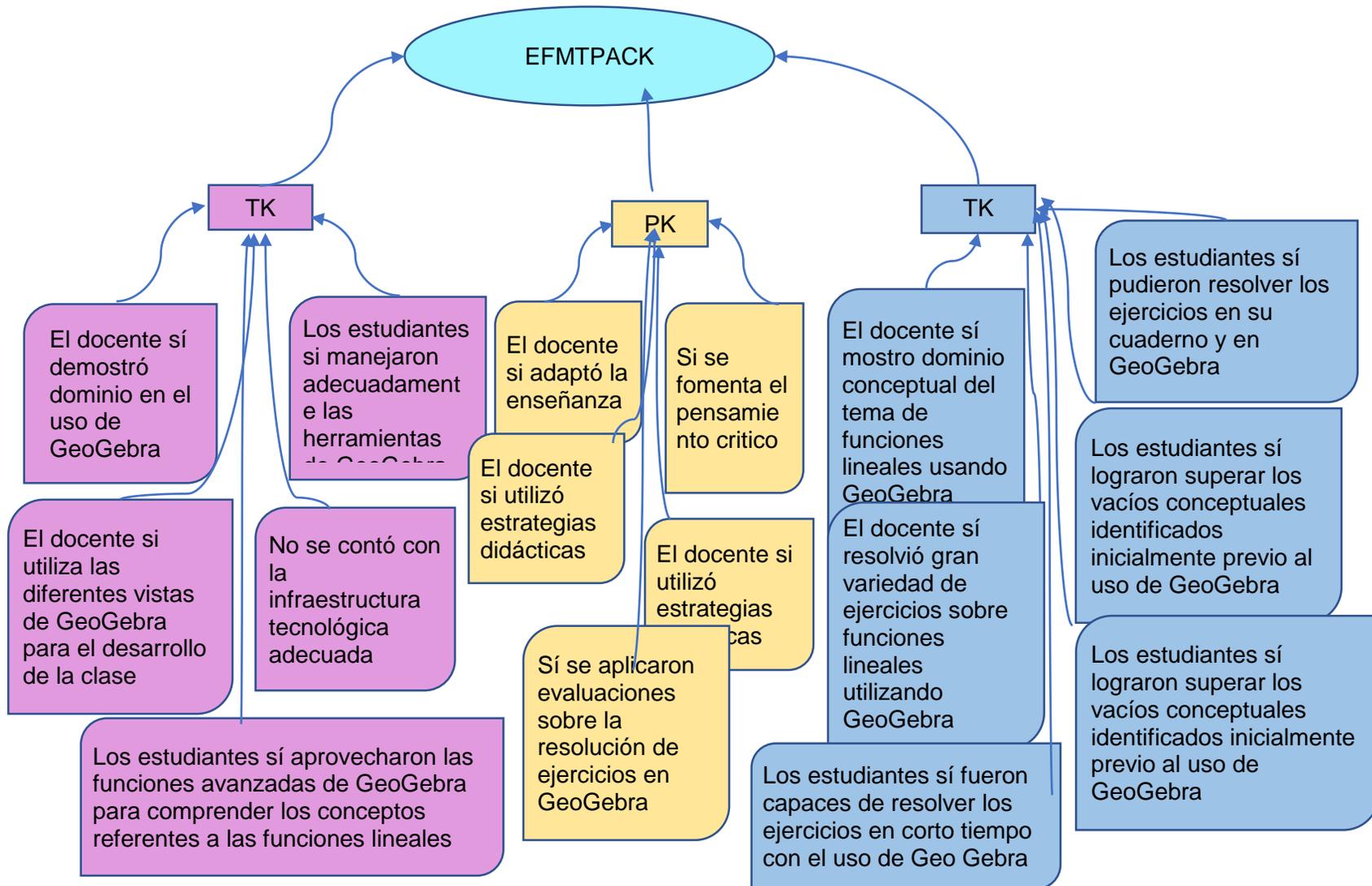
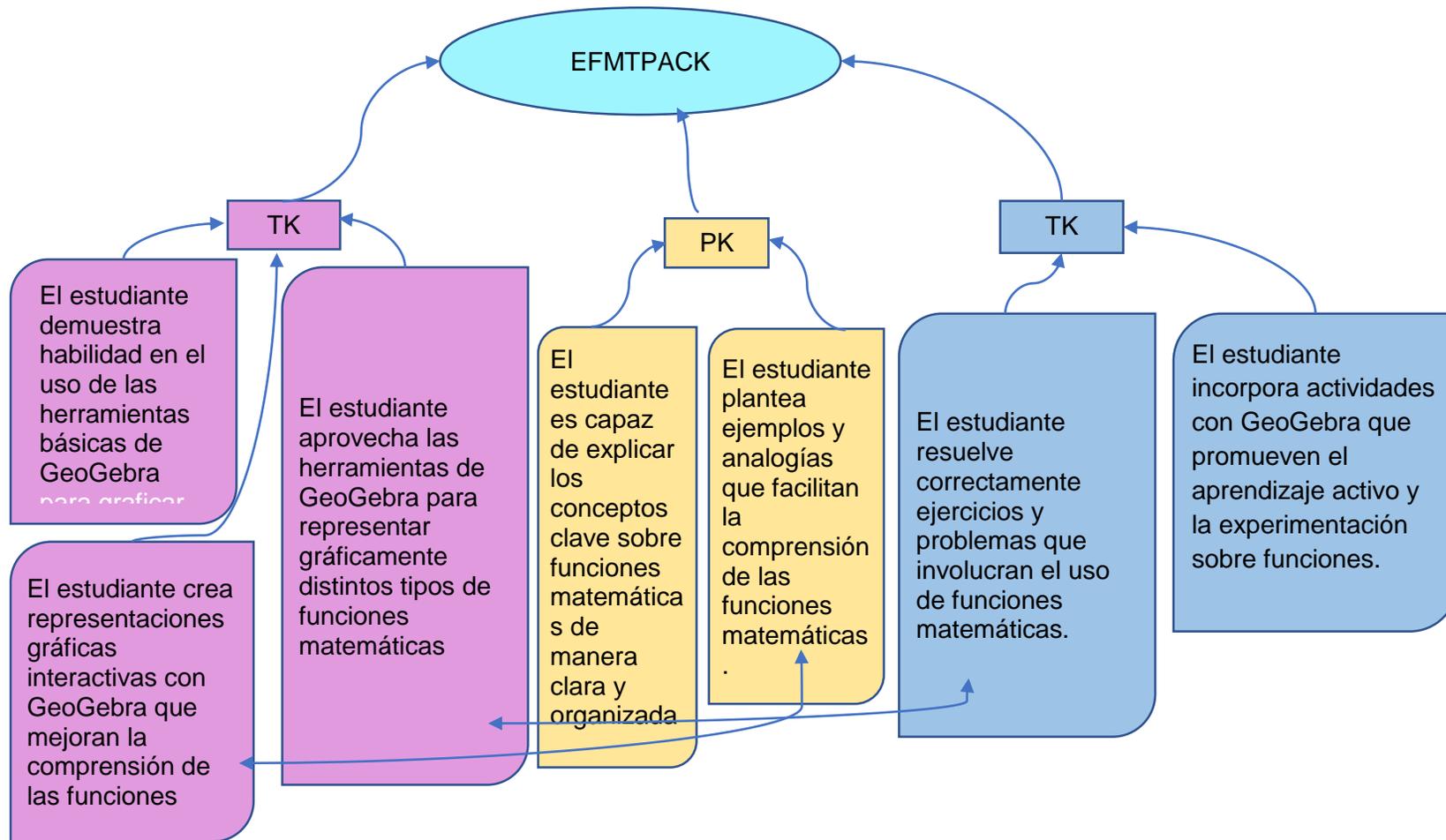




Figura 8. Red semántica de la lista de cotejo



Fuente: Clara Hiza.



## 4.2 Triangulación

La triangulación de los instrumentos aplicados en este proyecto investigativo, que incluyeron guía de observación, entrevista, ficha de observación y lista de cotejo, permitieron establecer varios hallazgos importantes, fortaleciendo la credibilidad de los resultados. La tabla de la triangulación se puede observar en el Anexo J.

Los resultados evidenciaron que la integración de GeoGebra mediante el modelo TPACK promovió un aprendizaje activo, incrementó la comprensión conceptual y el desempeño procedimental en las funciones matemáticas. Los estudiantes demostraron una mayor retención de los conceptos, así como la capacidad de aplicar de manera efectiva las funciones lineales y cuadráticas en contextos prácticos, lo que resalta la eficacia de esta estrategia educativa en el fomento del conocimiento matemático y las habilidades de resolución de problemas.

Mediante la triangulación se pudo establecer que el docente demostró habilidades sólidas en el uso de GeoGebra, a pesar de la infraestructura tecnológica limitada. Los estudiantes, con conocimiento previo de la herramienta, realizaron construcciones básicas con éxito. El docente se adaptó eficazmente a diferentes estilos de aprendizaje, fomentó el pensamiento crítico y la colaboración. Los estudiantes encontraron la experiencia motivadora y recomendaron GeoGebra para enseñar otros temas. A pesar de algunos vacíos conceptuales en funciones lineales, los estudiantes aplicaron procedimientos con precisión, ayudados por GeoGebra. En general, esta herramienta fortaleció su comprensión y conocimiento, cerrando brechas en el aprendizaje de funciones matemáticas.

La triangulación permitió establecer que la incorporación de GeoGebra como herramienta tecnológica contribuye en el mejoramiento del dominio del contenido de funciones matemáticas, sumada a los conocimientos y habilidades del docente. En este sentido, resultó positiva para promover un aprendizaje activo y mejorar la comprensión de las funciones lineales en los estudiantes.

## **CAPÍTULO V: PROPUESTA**

### **5. Propuesta**

La propuesta titulada 'Propuesta educativa para el aprendizaje de funciones matemáticas aplicando el modelo TPACK mediante el uso de GeoGebra como herramienta pedagógica' parte de la problemática de mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en la EGB Superior de los estudiantes de la UECIB San José.

#### **5.1 Diseño de la propuesta de intervención educativa**

##### **5.1.1 Problemática**

La comprensión conceptual de las funciones matemáticas representa una problemática clave en los estudiantes de EGB Superior. Si bien el docente aborda numerosos ejercicios prácticos sobre funciones lineales y cuadráticas, aún subsisten vacíos significativos en la asimilación de conceptos matemáticos fundamentales como la relación entre variables, la representación gráfica, el significado de la pendiente y la ordenada al origen, entre otros. Por lo tanto, antes de la intervención educativa, varios estudiantes mostraban conocimientos muy limitados sobre el tema. Además, en la resolución de problemas y ejercicios rutinarios relacionados a funciones, los estudiantes evidenciaban dificultades para seleccionar y aplicar adecuadamente los procedimientos algebraicos, cometiendo errores conceptuales recurrentes. Estas deficiencias apuntan a obstáculos tanto en la comprensión teórica como en el desarrollo de habilidades prácticas y procedimentales respecto a las funciones matemáticas. En conjunto, estos elementos configuran una problemática didáctica que requiere una propuesta pedagógica innovadora, que aproveche las potencialidades de recursos tecnológicos como GeoGebra para impulsar aprendizajes significativos que permitan superar estas dificultades conceptuales y prácticas en los estudiantes.

##### **5.1.2 Justificación**

La presente propuesta representa un aporte relevante en el ámbito teórico, metodológico y práctico para la transformación de la enseñanza-aprendizaje de las funciones



matemáticas en el contexto educativo actual. A nivel teórico, esta propuesta se sustenta en el modelo TPACK que enfatiza la integración de los conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenido del docente para la incorporación efectiva de tecnologías digitales en educación. El modelo TPACK destaca la importancia de combinar el conocimiento sobre las tecnologías digitales, el conocimiento de métodos y estrategias de enseñanza-aprendizaje, y el conocimiento experto sobre la materia o contenidos específicos a enseñar. De este modo, una adecuada integración de estos tres tipos de saberes (tecnológico, pedagógico y de contenido) permite al docente diseñar e implementar propuestas educativas que incorporen tecnologías digitales para mejorar la enseñanza-aprendizaje, como es el caso del uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones matemáticas. Asimismo, se fundamenta en las teorías constructivistas, que reconocen que el aprendizaje es un proceso activo que se enfoca en la construcción de conocimientos por parte del estudiante, en el que él adopta el rol de protagonista del aprendizaje. Igualmente, se basa en el enfoque del aprendizaje significativo que destaca la importancia de vincular los nuevos saberes con los conocimientos previos del alumno.

A nivel metodológico, el uso de GeoGebra representa una innovación que promueve un cambio en el enfoque educativo, orientándolo hacia un aprendizaje activo, participativo y centrado en el alumno. Permite implementar estrategias didácticas como el aprendizaje colaborativo, la resolución de problemas, la evaluación formativa y la retroalimentación efectiva. De este modo, se busca un aprendizaje profundo y significativo, no solo memorístico.

En la práctica, el empleo de GeoGebra contribuirá a superar las dificultades conceptuales y procedimentales identificadas en los estudiantes respecto a las funciones matemáticas, facilitando la comprensión a través de representaciones gráficas interactivas y motivando la participación activa mediante la manipulación y experimentación. Asimismo, optimiza el uso de recursos tecnológicos disponibles en la institución educativa, convirtiéndolos en oportunidades didácticas al servicio del aprendizaje.



### **5.1.3 Objetivo General de la propuesta.**

Diseñar una guía didáctica para el aprendizaje de funciones matemáticas aplicando el modelo TPACK mediante el uso de GeoGebra como herramienta pedagógica.

### **5.1.4 Fundamentos teóricos**

La presente propuesta se sustenta en el constructivismo, según Piaget citado por Rubio & Jiménez (2021) postula que el aprendizaje es un proceso activo, caracterizado por la construcción del conocimiento a través de la interacción con el mundo real. En este sentido el constructivismo, que enfatiza el papel activo de los estudiantes en la construcción de su propio conocimiento, se aplica de manera efectiva en la enseñanza de funciones matemáticas con GeoGebra.

Al utilizar GeoGebra como una herramienta interactiva, los estudiantes pueden explorar y experimentar directamente con las funciones, creando gráficos dinámicos y manipulando variables en tiempo real. Esta interacción les permite construir una comprensión sólida de cómo funcionan las funciones matemáticas, así como la relación entre las variables. Además, el proceso de resolver problemas y ajustar las funciones en GeoGebra refleja el enfoque constructivista. En última instancia, la combinación del constructivismo y GeoGebra en la enseñanza de funciones matemáticas fomenta un aprendizaje activo y significativo, donde los estudiantes construyen su comprensión matemática a través de la exploración y la resolución de problemas prácticos.

Tomando en consideración lo mencionado anteriormente se puede destacar que otro fundamento teórico que va estrechamente relacionado con la presente propuesta es el aprendizaje significativo, Ausubel citado por Guamán & Venet (2019) afirma que los nuevos conocimientos se adquieren y se retienen mejor cuando están relacionados de manera significativa con el conocimiento previo del estudiante, en este sentido GeoGebra permite a los estudiantes construir conexiones entre los conceptos matemáticos previos y las funciones. Al interactuar con las representaciones visuales y dinámicas de las funciones, los estudiantes



pueden relacionar lo que ya saben sobre la matemática con las nuevas ideas que están explorando. Esto facilita la construcción de significado al conectar la nueva información con su base de conocimiento existente. Para concluir se puede destacar que la teoría del constructivismo y la del aprendizaje significativo están relacionados y se puede evidenciar en la presente propuesta.

### **5.1.5 Fundamentos pedagógicos**

La integración efectiva de la tecnología en la educación matemática es un desafío crucial en la era digital. Uno de los enfoques pedagógicos fundamentales que guía esta integración es el modelo TPACK. En el ámbito de la enseñanza de funciones matemáticas mediante la herramienta GeoGebra, el modelo TPACK desempeña un papel esencial. El CK se refiere al entendimiento profundo de los conceptos matemáticos involucrados en las funciones, como la comprensión de las relaciones entre variables y la representación gráfica de funciones. El PK se relaciona con las estrategias pedagógicas efectivas para transmitir este conocimiento a los estudiantes, como la elección de ejemplos y la creación de oportunidades de aprendizaje activo. El TK se refiere a la competencia tecnológica para utilizar GeoGebra como una herramienta que potencia la enseñanza de funciones.

Cuando se aplican estos conocimientos en conjunto, se pueden diseñar experiencias de aprendizaje matemático enriquecedoras. GeoGebra, al permitir la representación gráfica dinámica de funciones y la experimentación interactiva, se convierte en una herramienta valiosa para involucrar a los estudiantes en la construcción activa de su comprensión de las funciones matemáticas. El modelo TPACK representa una guía para integrar de manera coherente el CK, el PK y el TK al usar GeoGebra, asegurando así que las lecciones sean pedagógicamente sólidas, tecnológicamente efectivas y ricas en contenido matemático.

El aprendizaje activo es otro fundamento metodológico involucrado en la presente propuesta, en este sentido GeoGebra promueve la participación activa de los estudiantes en la construcción de su conocimiento, en lugar de ser receptores pasivos. Los alumnos manipulan,



exploran y experimentan con los objetos matemáticos, así mismo La resolución de problemas es una estrategia esencial en la enseñanza de funciones matemáticas con GeoGebra. Al plantear desafíos y problemas matemáticos que involucran funciones, los estudiantes no solo aplican conceptos teóricos, sino que también utilizan GeoGebra como una herramienta interactiva para explorar y encontrar soluciones. Esto les permite construir una comprensión más profunda y práctica de las funciones, viendo cómo se aplican en situaciones del mundo real. La resolución de problemas en GeoGebra también fomenta el pensamiento crítico y la capacidad de aplicar conceptos matemáticos en contextos diversos, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos con confianza.

### 5.1.6 Estructura de la propuesta

En la tabla 9 se puede observar la estructura de la propuesta, ésta consta de cuatro fases, cada una de las cuales contiene la denominación de la fase de desarrollo, objetivos, recursos necesarios y el tiempo en que se desarrollara.

**Tabla 8:** Estructura de la propuesta

<b>Fase de Desarrollo</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Recursos Necesarios</b>	<b>Temporización</b>
<b>Fase 1: Capacitación del Docente</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Familiarizarse con el modelo TPACK y GeoGebra</li><li>- Desarrollar las habilidades necesarias para utilizar GeoGebra de forma efectiva.</li><li>- Integrar el Modelo TPACK en la planificación de clases.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Sesiones de capacitación para el docente en el uso de TPACK y GeoGebra.</li><li>- Material didáctico y recursos digitales para la capacitación.</li></ul>	2 semanas (antes del inicio de clases)



<b>Fase de Desarrollo</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Recursos Necesarios</b>	<b>Temporización</b>
<b>Fase 2: Diseño de Lecciones</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Desarrollar lecciones que integren GeoGebra de acuerdo con el Modelo TPACK.</li><li>- Identificar los objetivos pedagógicos y los contenidos matemáticos relevantes.</li><li>- Crear actividades interactivas en GeoGebra.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Software GeoGebra.</li><li>- Material didáctico y recursos digitales.</li><li>- Planes de lecciones y actividades diseñadas.</li></ul>	1 semana (antes del inicio de las clases)
<b>Fase 3: Implementación en el Aula</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Ejecutar las lecciones diseñadas en el aula.</li><li>- Ajustar la enseñanza según las necesidades estudiantiles.</li><li>- Fomentar la participación activa y el trabajo colaborativo.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Aulas equipadas con computadoras, internet y dispositivos con GeoGebra instalado.</li></ul>	2 semanas (en la intervención)
<b>Fase 4: Evaluación y Análisis</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Evaluar el impacto de la intervención en el aprendizaje de los estudiantes.</li><li>- Recopilar datos sobre el progreso y la percepción del estudiante.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Instrumentos de evaluación (exámenes, cuestionarios).</li><li>- Registro de observaciones en clase.</li><li>- Encuestas a los estudiantes.</li></ul>	1 semana (al final de la intervención)

**Fuente:** Clara Hiza.

La tabla 10 muestra la planificación de la propuesta, ésta consta de cuatro lecciones, las mismas contienen actividades, recursos necesarios y el tiempo en que se va a desarrollar.



**Tabla 9:** Planificación

<b>Lección</b>	<b>Actividades</b>	<b>Recursos Necesarios</b>	<b>Temporización</b>
<b>Lección 1: Introducción a GeoGebra</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presentación de GeoGebra y el proceso de descarga del programa.</li> <li>- Explicación de las herramientas básicas de GeoGebra.</li> <li>- Práctica guiada en la creación de gráficos simples en GeoGebra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Proyector o pizarra digital para la presentación.</li> <li>- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.</li> <li>- Material de apoyo impreso sobre GeoGebra.</li> </ul>	2 clases (45 minutos cada una)
<b>Lección 2: Funciones Lineales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Explicación del concepto y las características de las funciones lineales.</li> <li>- Creación de gráficos de funciones lineales en GeoGebra.</li> <li>- Resolución de ejercicios prácticos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.</li> <li>- Ejercicios prácticos impresos.</li> <li>- Proyector o pizarra digital para presentaciones.</li> </ul>	2 clases (45 minutos cada una)
<b>Lección 3: Funciones Cuadráticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Introducción a las funciones cuadráticas.</li> <li>- Creación de gráficos de funciones cuadráticas en GeoGebra.</li> <li>- Resolución de ejercicios de aplicación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.</li> <li>- Ejercicios de aplicación impresos.</li> <li>- Proyector o pizarra digital para presentaciones.</li> </ul>	2 clases (45 minutos cada una)
<b>Lección 4: Análisis comparativo de funciones lineales y cuadráticas.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Análisis de las propiedades de funciones lineales y cuadráticas.</li> <li>- Realización de ejercicios guiados para identificar y/o diferenciar funciones lineales y cuadráticas.</li> <li>- Ejercicios guiados para identificar las gráficas de funciones lineales y cuadráticas y además identificar las características de cada función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.</li> <li>- Ejercicios de aplicación impresos.</li> <li>- Proyector o pizarra digital para presentaciones.</li> </ul>	2 clases (45 minutos cada una)

**Fuente:** Clara Hiza.

### 5.1.7 Validación de la propuesta

La validación de la propuesta se llevó a cabo mediante un proceso de revisión del contenido por parte de un experto. Para el efecto se establecieron como criterios de valoración



ocho parámetros inherentes al propósito que persigue la investigación, a la finalidad de la propuesta y otros aspectos como la redacción. Los criterios fueron combinados en la tabla cruzada o de doble entrada que se muestra a continuación. Por su parte, la escala de valoración de cada uno de los parámetros combinados fue: 1. Muy regular, 2. Regular, 3. Bueno, 4. Muy bueno, 5. Excelente.

**Tabla 10:** Validación de la propuesta

Parámetro a evaluar	Objetivo general de la propuesta	Planificación microcurricular	Lecciones	Características de la guía didáctica	
				Diseño	Recursos
Redacción	5	5	5	4.5	5
Pertinencia	5	5	5	5	5
Relación con el objetivo general de la investigación	5	5	4.5	4.5	4.5
Relación con los objetivos específicos de la investigación	5	5	5	4.5	5

**Fuente:** Clara Hiza

De acuerdo a la información de la validación de la propuesta (Anexo M) se observa que las evaluadoras asignaron puntuaciones de 4 y de 5 en los parámetros combinados. Efectivamente, las evaluadoras consideran que la redacción de los objetivos general y específicos de la propuesta es excelente, al igual que la redacción de la planificación microcurricular y de las lecciones, también considera que la redacción del diseño está muy bien y que los recursos utilizados en la guía didáctica multimedia son excelentes.

En cuanto a la pertinencia del objetivo general de la propuesta, de la planificación microcurricular, las lecciones, el diseño y los recursos utilizados en la guía didáctica multimedia, la experta considera que es excelente. Esto quiere decir que la propuesta es relevante, adecuada, aplicable y útil en el contexto de la investigación desarrollada.

Respecto a la relación del objetivo general de la propuesta con los objetivos general y específicos de la investigación la experta considera que es excelente, así también considera



que la relación con el objetivo general de la investigación con las lecciones, el diseño y los recursos utilizados en la guía didáctica multimedia, está muy bien. Es decir que la propuesta se alinea al cumplimiento del objeto principal que persigue el trabajo investigativo.

Finalmente, respecto a la relación de los objetivos específicos de la investigación con los objetivos general de la propuesta, con la planificación microcurricular, las lecciones y los recursos utilizados en la guía didáctica multimedia, la evaluadora considera que es excelente. Además, considera que relación de los objetivos específicos de la investigación con el diseño utilizado en la guía didáctica multimedia está muy bien. Es decir, la propuesta está alineada al cumplimiento de los objetivos específicos de la propuesta.

#### **5.1.8 Aplicación de la propuesta de intervención educativa**

En la tabla que se muestra a continuación se expone la planificación microcurricular, la misma consta de: datos informativos, objetivo integrador, destrezas con criterio de desempeño, indicadores de evaluación, estrategias metodológicas y actividades de evaluación.



**PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR**

**Datos informativos.**

**Nombre de la institución:** UECIB San José de Shiña

**Grado/Curso:** Décimo Año de EGB Superior.

**Asignatura:** Matemáticas.

**Bloque curricular:** Álgebra y funciones.

**Objetivo integrador: O.M.4.1.** Distinguir las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de las funciones (discretas y continuas); y fomentar el pensamiento lógico y creativo.

<b>Destreza con criterios de desempeño</b>	<b>Indicadores de evaluación</b>	<b>Estrategias metodológicas activas para el método TPACK mediante el uso de GeoGebra</b>	<b>Actividades evaluativas</b>
<p><b>M.4.1.46.</b> Elaborar modelos matemáticos sencillos como funciones en la solución de problemas.</p> <p><b>M.4.1.47.</b> Definir y reconocer funciones lineales en <math>Z</math>, con base en tablas de valores, de formulación algebraica y/o representación gráfica, con o sin el uso de la tecnología.</p> <p><b>M.4.1.48.</b> Reconocer funciones crecientes y decrecientes a partir de su representación gráfica o tabla de valores.</p> <p><b>M.4.1.49</b> Definir y reconocer una función real identificando sus características:</p>	<p><b>I.M.4.3.2.</b> Resuelve problemas mediante la elaboración de modelos matemáticos sencillos, como funciones; emplea gráficas de barras, bastones y diagramas circulares para representar funciones y analizar e interpretar la solución en el contexto del problema.</p> <p><b>I.M.4.3.3.</b> Determina el comportamiento (función creciente o decreciente) de las funciones lineales en <math>Z</math>, basándose en su formulación algebraica, tabla de valores o en gráficas; valora el empleo de la tecnología.</p>	<p><b>Introducción visual</b> Mostrar a los estudiantes una función lineal representado gráficamente en GeoGebra.</p> <p><b>Características principales de una función lineal</b> Dar a conocer a los estudiantes las características principales de una función lineal.</p> <p><b>Visualización de pendientes</b> Mostrar el comportamiento de una función lineal.</p> <p><b>Representación gráfica de funciones lineales</b> Realizar representaciones gráficas de una función lineal en GeoGebra.</p> <p><b>Exploración interactiva</b> Creación por parte de los estudiantes las gráficas de una función lineal.</p>	<p><b>Evaluación visual y retroalimentación:</b> Ejercicios de práctica y evaluaciones destinadas a que los estudiantes resuelvan funciones algebraica y gráficamente con el uso de GeoGebra.</p> <p>Además, que ellos proporcionen explicaciones visuales de sus soluciones. Identificación de funciones lineales y cuadráticas según</p>



**PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR**

**Datos informativos.**

**Nombre de la institución:** UECIB San José de Shiña

**Grado/Curso:** Décimo Año de EGB Superior.

**Asignatura:** Matemáticas.

**Bloque curricular:** Álgebra y funciones.

**Objetivo integrador: O.M.4.1.** Distinguir las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de las funciones (discretas y continuas); y fomentar el pensamiento lógico y creativo.

<b>Destreza con criterios de desempeño</b>	<b>Indicadores de evaluación</b>	<b>Estrategias metodológicas activas para el método TPACK mediante el uso de GeoGebra</b>	<b>Actividades evaluativas</b>
<p>dominio, recorrido, monotonía, cortes con los ejes.  <b>M.4.1.50</b> Definir y reconocer una función lineal de manera algebraica y gráfica (con o sin el empleo de la tecnología), e identificar su monotonía a partir de la gráfica o su pendiente.  <b>M.4.1.57.</b> Definir y reconocer una función cuadrática de manera algebraica y gráfica, determinando sus características: dominio, recorrido, monotonía, máximos, mínimos y paridad.</p>	<p><b>I.M.4.3.4.</b> Utiliza las TIC para graficar funciones lineales, cuadráticas y potencia (<math>n=1, 2,</math>), y para analizar las características geométricas de la función lineal (intersecciones y pendiente) y la función cuadrática (dominio, recorrido, monotonía, máximos, mínimo, paridad); reconoce y resuelve un problema modelado utilizando una función lineal o cuadrática.</p>	<p><b>Problemas del mundo real</b>                      Observación de problemas del mundo real que se pueden modelar con funciones y resolución gráfica en GeoGebra.  <b>Características principales de una función Cuadrática</b>                      Dar a conocer a los estudiantes las características principales de una función cuadrática.  <b>Comparación de funciones lineales y cuadráticas</b>                      Comparación de las características de las funciones lineales y cuadráticas. Comparación de las gráficas e identificación de sus características en GeoGebra.</p>	<p>su presentación algebraica y gráfica                       Creación de gráficas de una función lineal o cuadrática.                       Resolución de ejercicios de la vida real.</p>

**Fuente:** Clara Hiza

**GUÍA PARA LA INTERVENCIÓN EDUCATIVA**

**LECCIÓN 1: Introducción a GeoGebra**

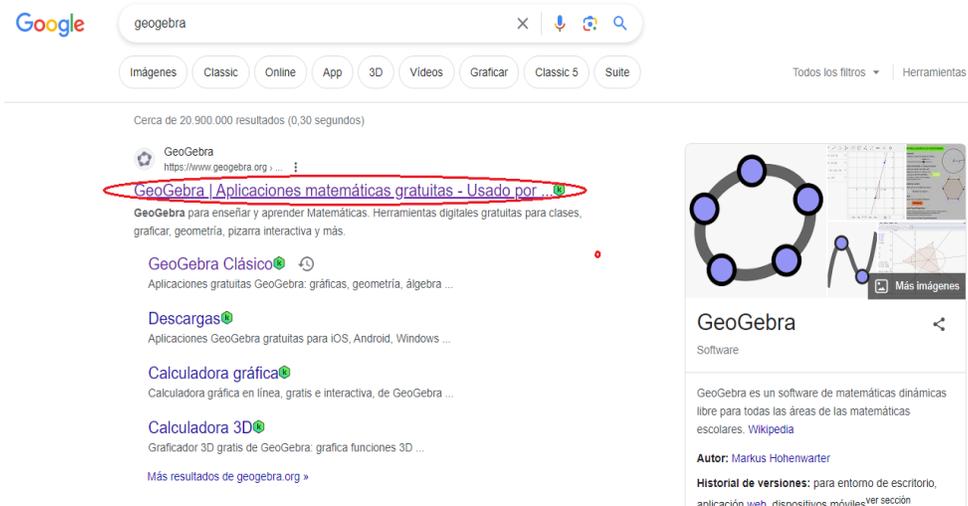


<b>DESTREZAS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Familiarizarse con la interfaz y el entorno de GeoGebra.</li> <li>-Aprender a navegar la ventana de vista gráfica, algebraica, hoja de cálculo, etc.</li> <li>-Aprender a utilizar las herramientas básicas para dibujar puntos, vectores, segmentos, rectas. Etc.</li> </ul>
<b>OBJETIVO</b>	Identificar y conocer las herramientas básicas de GeoGebra
<b>COMPONENTE TPACK</b>	Conocimiento Tecnológico (TK)
<b>TIEMPO DE DURACIÓN DE LA LECCIÓN</b>	45 minutos
<b>RECURSOS</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Celulares y laptop</li> <li>- Software de GeoGebra</li> <li>- Material de apoyo impreso y digital sobre GeoGebra.</li> <li>- Pizarra y marcadores.</li> </ul>	
<b>ACTIVIDAD UNO:</b> Presentación de GeoGebra y el proceso de descarga del programa.	

**Introducción de la clase**

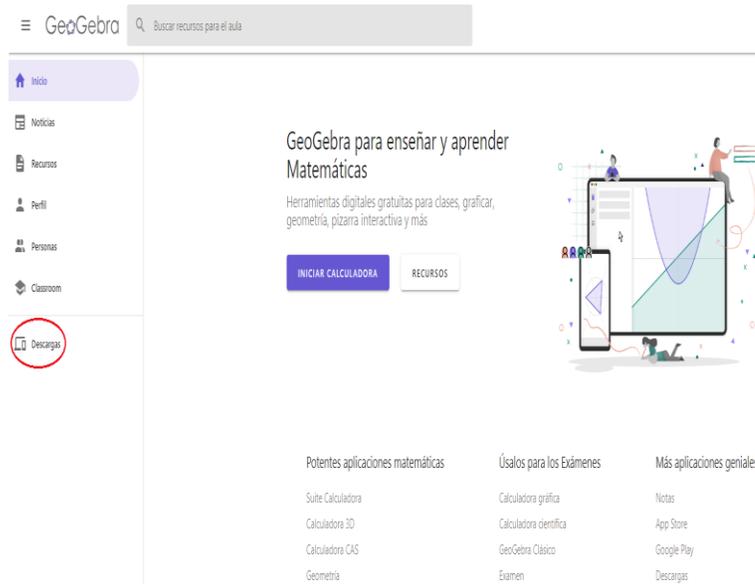
- Saludo y bienvenida a los estudiantes.
- Se establecen acuerdos de convivencia.
- El docente muestra un video introductorio sobre GeoGebra
- Se realiza una breve explicación sobre GeoGebra.
- Indicaciones y demostración de la descarga e ingreso a la herramienta GeoGebra.

Paso1.-Escribir en el buscador GeoGebra, dar clic en lo señalado



A screenshot of a Google search for "geogebra". The search bar shows "geogebra" and the results are filtered by "Imágenes". The first result is "GeoGebra | Aplicaciones matemáticas gratuitas - Usado por..." with a red circle around the title. Below it are links for "GeoGebra Clásico", "Descargas", "Calculadora gráfica", and "Calculadora 3D". On the right, there is a preview of the GeoGebra software interface.

Paso2.-Apacere la imagen que se presenta a continuación, pulsar en descargas.



A screenshot of the GeoGebra website. The header includes the GeoGebra logo and a search bar. A left sidebar contains navigation links: Inicio, Noticias, Recursos, Perfil, Personas, Classroom, and Descargas (circled in red). The main content area features the title "GeoGebra para enseñar y aprender Matemáticas" and a description: "Herramientas digitales gratuitas para clases, graficar, geometría, pizarra interactiva y más". Below this are buttons for "INICIAR CALCULADORA" and "RECURSOS". An illustration shows a person interacting with a large screen displaying a graph. At the bottom, there are three columns of links: "Potentes aplicaciones matemáticas" (Suite Calculadora, Calculadora 3D, Calculadora CAS, Geometría), "Úsalos para los Exámenes" (Calculadora gráfica, Calculadora científica, GeoGebra Clásico, Examen), and "Más aplicaciones geniales" (Notas, App Store, Google Play, Descargas).

Paso 3.-Desacargar GeoGebra Clásico 6

GeoGebra

- Inicio
- Noticias
- Recursos
- Perfil
- Personas
- Classroom
- Descargas**

### Descargar Aplicaciones GeoGebra

Aplicaciones GeoGebra gratuitas para iOS, Android, Wind

**Suite Calculadora**  
Explora funciones, resuelve ecuaciones, construye figuras geométricas y 3D.

DESCARGAR INICIO

**Calculadora 3D**  
Grafica funciones 3D, superficies y objetos 3D con GeoGebra Graficador 3D

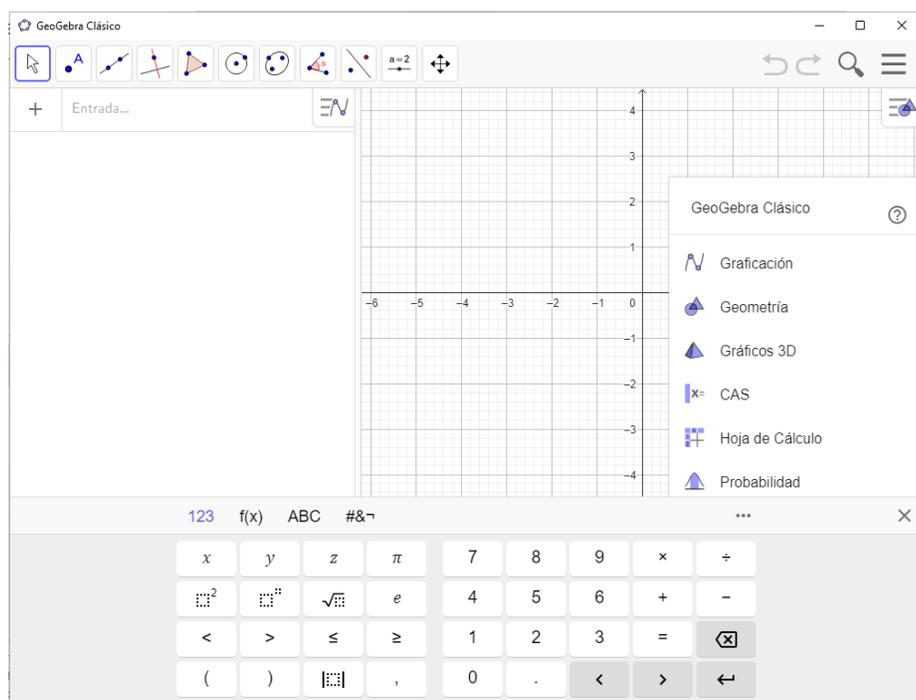
DESCARGAR INICIO

**GeoGebra Clásico 6**  
Aplicaciones gratuitas para geometría, hoja de cálculo, probabilidad y CAS

**DESCARGAR** INICIO

Acerca de GeoGebra  
Contactanos: office@geogebra.org

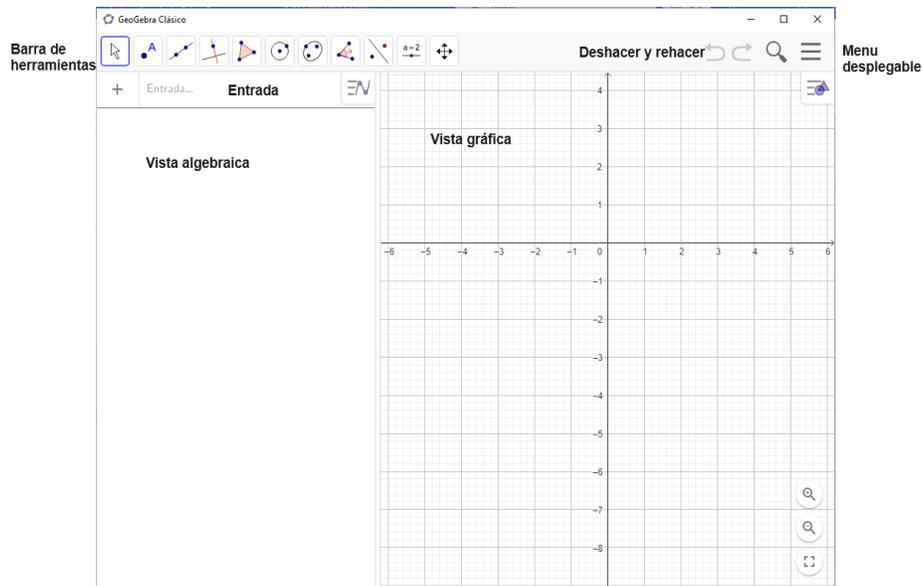
#### Paso4.- Ingresar a la herramienta descargada



### ACTIVIDAD DOS: Explicación de las herramientas básicas de GeoGebra.

#### Desarrollo de la clase

- Presentación de la interfaz de usuario de GeoGebra.



- **Explicación de las partes de la interfaz:**

**Vista gráfica:** La vista gráfica es el área principal de la ventana de GeoGebra donde puedes realizar construcciones matemáticas visuales. Aquí puedes crear y manipular objetos geométricos, funciones, puntos, líneas, curvas y otros elementos matemáticos. Puedes arrastrar y soltar elementos, cambiar sus propiedades y ver cómo interactúan entre sí.

**Barra de herramientas:** En la parte superior de la ventana, encontrarás la barra de herramientas que contiene una variedad de iconos y opciones que te permiten seleccionar diferentes funciones y herramientas de GeoGebra. Estas herramientas incluyen la creación de puntos, líneas, curvas, conicidades, y más. También hay herramientas para medir, transformar y realizar cálculos matemáticos.

**Vista algebraica:** Está ubicada a la derecha de la vista gráfica, la visión algebraica muestra representaciones algebraicas de los objetos y construcciones matemáticas que has creado en la vista gráfica. Esto incluye ecuaciones, coordenadas, expresiones algebraicas y relaciones matemáticas. Puedes editar directamente las expresiones algebraicas aquí para realizar cálculos y manipulaciones algebraicas.

**Menú desplegable:** En la esquina superior izquierda suele haber un menú desplegable que proporciona acceso a funciones y configuraciones adicionales de GeoGebra. Desde aquí, puedes acceder a opciones de archivo, configurar preferencias, guardar y cargar construcciones, y explorar recursos de ayuda y tutoriales.



- **Explicación de la barra de herramientas:**

La barra de herramientas de GeoGebra es la interfaz principal para acceder a las diversas funciones y comandos del programa. Contiene diferentes botones agrupados según su utilidad, es decir cada botón contiene un sub menú y la opción que se selecciona se queda en el botón. A continuación, se detalla los botones de la barra de herramientas.



Mover: Facilita la selección y movimiento de objetos en el lienzo.



Punto: Permite crear puntos en el lienzo de GeoGebra.



Recta: Contienen herramientas para crear rectas, segmentos, vectores, arcos, poligonales, etc.



Recta perpendicular: Incluyen comandos para crear rectas perpendiculares, paralela, mediatriz, bisectriz, tangentes, entre otras.



Polígono: Se usan para dibujar triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares y otros tipos de poligonales.



Circunferencia: Utilizada para trazar círculos y arcos.



Conicidad: Permite dibujar secciones cónicas, como elipse, parábola e hipérbola.



Medición: Proporcionan herramientas para calcular distancias, ángulos, áreas, pendientes y otros parámetros.



Transformación: Permiten aplicar traslaciones, rotaciones, homotecias y otras transformaciones a los objetos.



Interacción: Se encuentran las herramientas de deslizador, texto, imagen,

botón, casilla de control, casilla de entrada.



Generales (Propiedades): Proporciona opciones para editar y ajustar las propiedades de los objetos seleccionados.

**ACTIVIDAD 3: Práctica guiada en la creación de gráficos simples en GeoGebra.**

- Práctica guiada en la creación de puntos, líneas, segmentos, construcción de un triángulo, creación de una circunferencia y graficación de una función.

**Creación de puntos:** Para crear un punto, se debe hacer clic en el botón "punto" de la barra de herramientas y luego hacer otro clic en el lienzo o vista gráfica de GeoGebra.

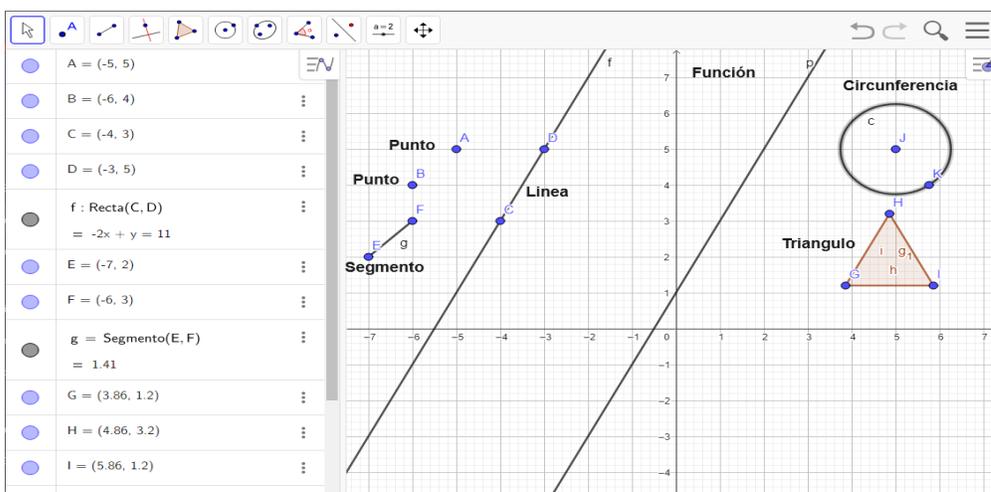
**Creación de líneas y segmentos:** Para la creación de una línea, se debe seleccionar el botón "línea" en la barra de herramientas y crear dos puntos en el lienzo. Al hacer este procedimiento, se crea una línea infinita. Para graficar un segmento, se selecciona el botón "segmento" y se crean dos puntos, lo que dará como resultado el segmento.

**Construcción de un triángulo:** Para construir un triángulo, se debe seleccionar la herramienta "polígono" y en el lienzo se deben ubicar tres puntos y cerrar el triángulo.

**Construcción de una circunferencia:** Selecciona la herramienta "circunferencia". En el lienzo, arrastra el ratón para escoger el tamaño de la circunferencia.

**Graficación de una función:** Para crear el gráfico de funciones, se debe escribir directamente en la barra de entrada de GeoGebra. Por ejemplo, " $Y = 2x + 1$ ". El programa creará automáticamente el gráfico de la función.

El resultado de la práctica guiada se puede observar a continuación.



**Cierre**

- Los estudiantes archivan en una carpeta los trabajos que realizaron utilizando las



herramientas de GeoGebra.

- El docente fomenta la reflexión entre los alumnos mediante las siguientes preguntas:  
¿Qué aprendieron hoy? ¿La clase le pareció fácil o difícil? ¿Por qué? Si enfrentaron dificultades, ¿cómo las superaron?
- El docente se despide de la clase de una manera cordial y agradecida.

**RESULTADOS ESPERADOS**

- **Familiarización con la Interfaz:** Los estudiantes deben estar familiarizados con la interfaz de GeoGebra, incluyendo la barra de herramientas, el área de entrada y las opciones de visualización.
- **Creación de Gráficos Básicos:** Los estudiantes deben ser capaces de crear, puntos, líneas, segmentos, circunferencias, triángulos y graficar funciones básicas.

**ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS**

**Tarea:** Revisar la materia de funciones matemáticas.

**LECCIÓN 2: Funciones lineales**



<b>DESTREZAS</b>	<p><b>M.4.1.46.</b> Elaborar modelos matemáticos sencillos como funciones en la solución de problemas.</p> <p><b>M.4.1.47.</b> Definir y reconocer funciones lineales en <math>Z</math>, con base en tablas de valores, de formulación algebraica y/o representación gráfica, con o sin el uso de la tecnología.</p> <p><b>M.4.1.48.</b> Reconocer funciones crecientes y decrecientes a partir de su representación gráfica o tabla de valores.</p> <p><b>M.4.1.49</b> Definir y reconocer una función real identificando sus características: dominio, recorrido, cortes con los ejes y monotonía.</p> <p><b>M.4.1.50</b> Definir y reconocer una función lineal de manera algebraica y gráfica e identificar su monotonía a partir de la gráfica o su pendiente.</p>
<b>OBJETIVO</b>	Comprender y aplicar conceptos fundamentales de funciones lineales.
<b>COMPONENTE TPACK</b>	Conocimiento pedagógico de Contenido (PCK) Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)
<b>TIEMPO DE DURACIÓN DE LA LECCIÓN</b>	45 minutos
<b>RECURSOS</b>	
- Celulares y laptop con GeoGebra instalado.	



- Material de apoyo impreso y digital sobre funciones lineales.
- Pizarra y marcadores.

**ACTIVIDAD UNO:** Explicación de las características de las funciones lineales.

### **Introducción de la clase**

- Saludo y bienvenida a los estudiantes.
- Se establecen acuerdos de convivencia.
- El docente plantea preguntas introductorias de lo que se verá en la clase:
  - ¿Qué son funciones lineales?
  - ¿Cuál es la forma que se expresa una función lineal?
  - ¿Qué es una pendiente?
  - ¿Qué grafico origina una función lineal?

### **Desarrollo de la clase**

- **Explicación de la Función Lineal:**

#### **Definición**

Una función lineal es un tipo de función matemática que describe una relación lineal entre dos variables. Se llama "lineal" porque, cuando se representa gráficamente, produce una línea recta. La ecuación general de una función lineal se expresa de la siguiente manera:

$$f(x)=mx+b$$

Donde:

- $f(x)$  es la notación de la función.
- $x$  es la variable independiente (generalmente representada en el eje horizontal).
- $m$  es la pendiente de la línea, que representa el grado de inclinación de la línea. Si  $m$  es positiva, la función es creciente. Si  $m$  es negativa, es decreciente.
- $b$  es la ordenada al origen, que es el valor de  $f(x)$  cuando  $x$  es igual a cero. Es el punto donde la línea corta el eje vertical (eje  $y$ ), es decir, el punto  $(0,b)$  es donde la gráfica de la función intercepta al eje de las ordenadas.

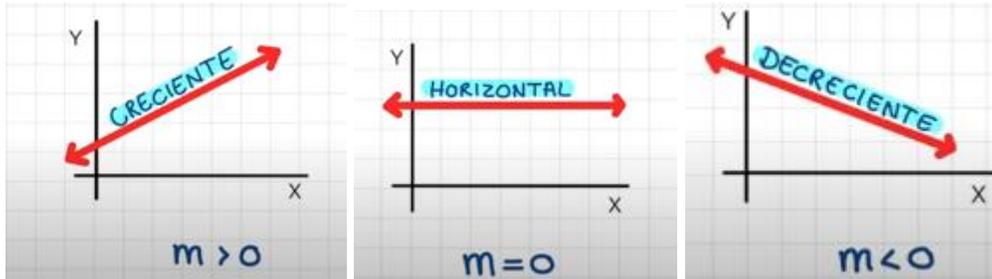
#### **Características principales de una Función Lineal**

- Su gráfica es una línea recta.
- No tienen máximos ni mínimos, ya que su dominio y rango son todos los números reales.
- La tasa de cambio (pendiente) es constante, lo que significa que el cambio en  $y$  es constante por cada cambio de 1 unidad en  $x$ .



- Se pueden desplazar de forma vertical al cambiar  $b$ , o de forma horizontal al cambiar  $m$ .
- Dos puntos son suficientes para determinar una función lineal.
- Son muy utilizadas para modelar relaciones de proporcionalidad directa entre dos variables.

**Explicación de la Pendiente (creciente, decreciente o nula)**



Como se mencionó anteriormente la pendiente es la inclinación de la recta con respecto al eje de las abscisas (eje  $x$ ) cuando  $m > 0$  la pendiente es creciente, cuando  $m = 0$  la pendiente es nula, es decir ni crece ni decrece y cuando  $m < 0$  es decreciente.

• **Ejercicios:**

**1.- Determinar  $m$  y  $b$  de la función  $f(x) = 2x + 3$**

Como se puede observar, si la forma de una función lineal es  $f(x) = mx + b$ , la solución sería  $m = 2$  y  $b = 3$ .

Para ejercicios posteriores cabe recalcar que  $f(x)$  puede ser remplazada por “ $y$ ”, es decir la fórmula de una función lineal quedaría.  $y = mx + b$ .

**2.- Encontrar  $m$  y  $b$  de la función  $3y = 6x$ .**

$$3y = 6x$$

$$y = \frac{6x}{3}$$

$$y = 2x$$

la solución sería  $m = 2$  y  $b = 0$ .

**3.- Encontrar  $m$  y  $b$  en la ecuación  $y = 5$**

En este caso si acudimos a la forma de una función lineal que es  $f(x) = mx + b$  reemplazamos en la formula podemos determinar  $y = 0x + 5$ . Es decir:

$$m = 0$$

$$b = 5$$

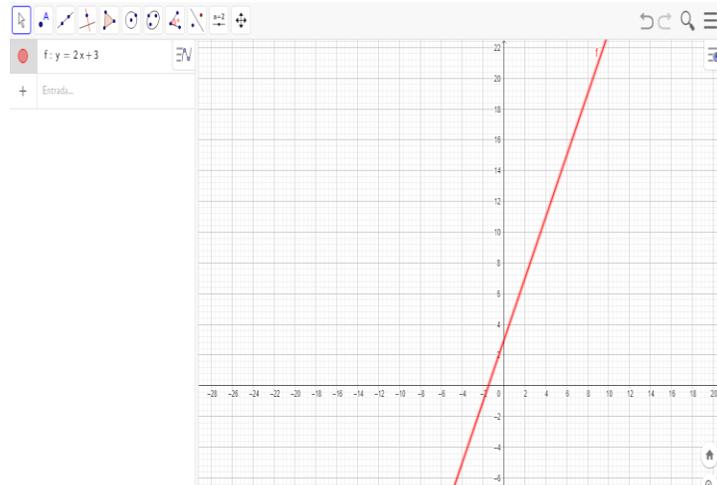
**ACTIVIDAD DOS:** Creación de gráficos de funciones lineales en GeoGebra.



Para crear representaciones gráficas en GeoGebra, vamos a trazar las funciones lineales de los ejercicios anteriores.

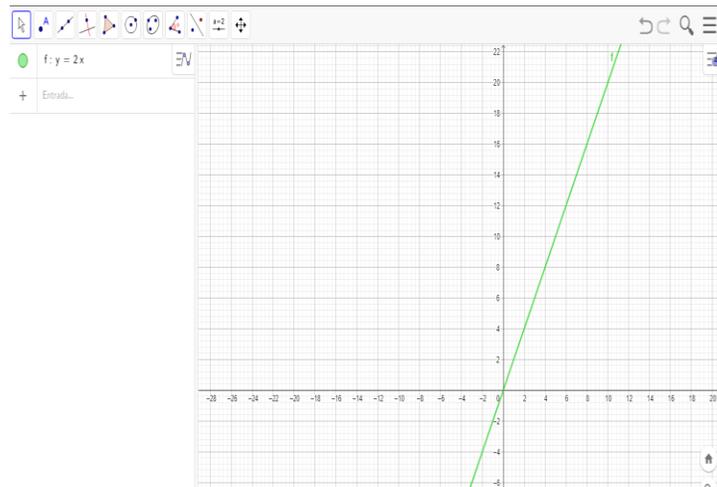
**1.-  $f(x)=2x+3$**

Para Graficar en GeoGebra debemos ubicarnos en el área de entrada y digitar  $f(x)=2x+3$ , sin embargo, al escribir  $y= 2x+3$  o solamente  $2x+3$  el programa graficará la misma solución es decir una línea recta.



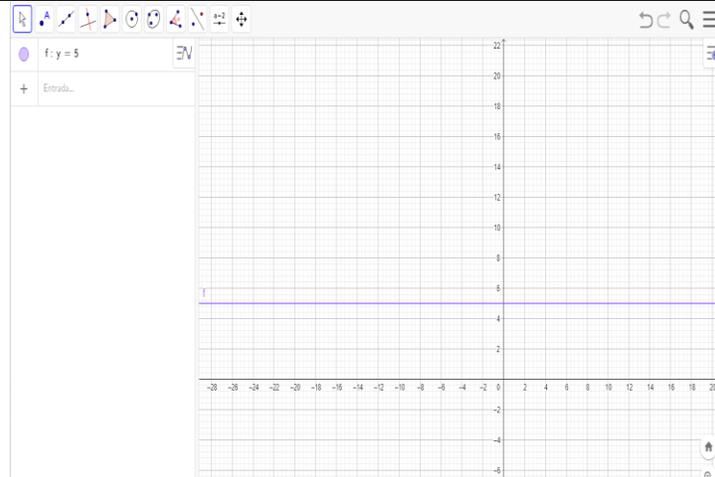
**2.-  $3y=6x$**

Si se ingresa de esta forma  $3y= 6x$  al programa, GeoGebra lo define como una ecuación lo correcto es ingresar  $y=2x$ .



**3.-  $y=5$**

Para graficar esta función en GeoGebra solamente se debe digitar en el área de “Entrada”  $y=5$ .



**ACTIVIDAD 3: Resolución de ejercicios prácticos del mundo real.**

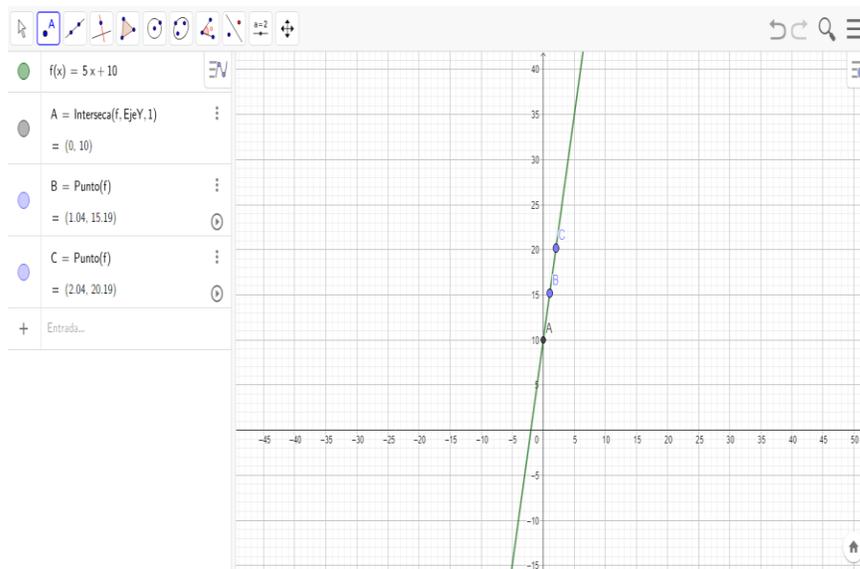
**Ejercicios prácticos:**

**Determinar el valor de m y de b de cada ejercicio y graficar en el programa GeoGebra.**

1.- Un electricista cobra \$10 por la asistencia técnica a domicilio y \$5 la hora de trabajo. Determinar la ecuación que relaciona el dinero que costaría la factura de una reparación por el tiempo que se ocupe.

Para resolver este ejercicio se debe tener en cuenta que las palabras “por cada” representa el valor de “m” y “b” es el valor inicial. Entonces al reemplazar en la fórmula de funciones lineales que es  $f(x) = mx + b$  quedaría  $f(x) = 5x + 10$ .

Al graficar esta función en GeoGebra se genera el siguiente gráfico.



**Explicación del gráfico.**

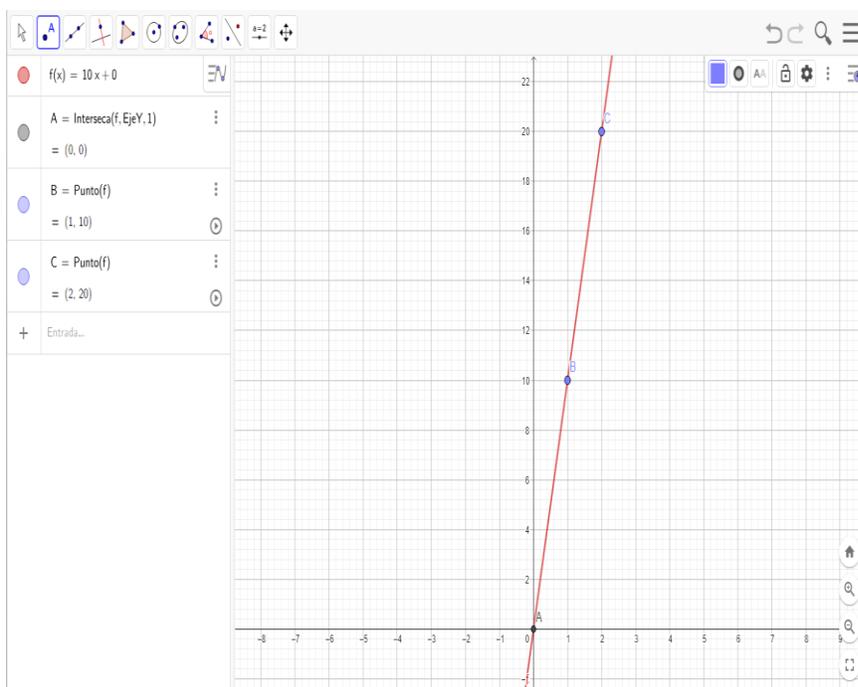


En el grafico anterior el eje “x” representa el tiempo de trabajo y el eje “y” el dinero que obtiene el electricista mientras transcurre el tiempo. Es decir, solo al llegar al domicilio gana \$10 (valor inicial), sin que trascorra el tiempo ( $x=0$ ) en el grafico representa el punto A, al cumplirse una hora ( $x=1$ ) ganara \$15 (Punto B), a las 2 horas su tarifa es de \$20 (Punto C) y mientras más tiempo transcurre gana más dinero.

2.- Un estudiante ahorra \$10 cada semana. Escribe una función lineal que modele su ahorro acumulado en función del número de semanas.

Para resolver este ejercicio se debe considerar que no existe un valor inicial. Entonces al reemplazar en la formula  $f(x)=mx+b$ . Quedaría  $f(x)= 10x+0$

Al graficar la solución en GeoGebra se genera el siguiente gráfico.



### Explicación del gráfico.

En el grafico anterior el eje “x” representa las semanas y el eje “y” el dinero ahorrado mientras transcurre el tiempo. Como no existe un ahorro inicial en punto A representa (0,0) al transcurrir una semana se ahorró \$10, a la segunda semana \$20 y así sucesivamente.

### Cierre

- Los estudiantes archivan en una carpeta los trabajos que realizaron utilizando las herramientas de GeoGebra.
- El docente fomenta la reflexión entre los alumnos mediante las siguientes preguntas:



¿Qué aprendieron hoy? ¿La clase le pareció fácil o difícil? ¿Por qué? Si enfrentaron dificultades, ¿cómo las superaron?

- El docente se despide de la clase de una manera cordial y agradecida

**RESULTADOS ESPERADOS**

- **Aprendizaje de funciones lineales:** Los estudiantes deben conocer la definición de función lineal y sus características principales
- **Creación de Gráficos Básicos:** Los estudiantes deben ser capaces de realizar gráficos de funciones lineales en GeoGebra.
- **Deducir la función lineal de problemas de la vida real:** Los estudiantes deben ser capaces de crear una función lineal a partir de enunciados de problemas reales.

**ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS**

**Videos:** Visualizar los siguientes videos

[https://www.youtube.com/watch?v=PnATAsxu\\_oo&t=380s](https://www.youtube.com/watch?v=PnATAsxu_oo&t=380s)

<https://www.youtube.com/watch?v=mV9lghz0OIE>

**LECCIÓN 3: Funciones cuadráticas**



<b>DESTREZAS</b>	<b>M.4.1.57.</b> Definir una función cuadrática de manera algebraica y gráfica, determinando sus características: dominio, recorrido, máximos, mínimos, monotonía y paridad.
<b>OBJETIVO</b>	Comprender y aplicar conceptos fundamentales de funciones cuadráticas.
<b>COMPONENTE TPACK</b>	Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK) Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)
<b>TIEMPO DE DURACIÓN DE LA LECCION</b>	45 minutos
<b>RECURSOS</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Celulares y laptop con GeoGebra instalado.</li> <li>- Material de apoyo impreso y digital sobre funciones cuadráticas.</li> <li>- Pizarra y marcadores.</li> </ul>	
<b>ACTIVIDAD UNO:</b> Introducción a las funciones cuadráticas.	



### **Introducción de la clase**

- Saludo y bienvenida a los estudiantes.
- Se establecen acuerdos de convivencia.
- El docente plantea preguntas introductorias de lo que se verá en la clase:
  - ¿Qué son funciones cuadráticas?
  - ¿Cuál es la forma que se expresa una función cuadrática?
  - ¿Qué grafico resulta de una función cuadrática?
- Se utiliza un video introductorio de conocimientos previos que deberían tener los estudiantes.

<https://www.youtube.com/watch?v=xRq3feSSfyc>

### **Desarrollo de la clase**

- **Explicación de la Función Cuadrática:**

#### **Definición**

Una función cuadrática es un tipo de función matemática que se caracteriza por tener una relación cuadrática entre dos variables. Su forma general se expresa de la siguiente manera:

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

Donde:

$f(x)$  es la notación de la función.

$x$  es la variable independiente.

$a$ ,  $b$ , y  $c$  son coeficientes constantes, donde "a" debe ser diferente de cero.

Las funciones cuadráticas se conocen comúnmente como "parábolas" y tienen una forma característica en forma de U o una curva suave.

#### **Características principales de una Función Cuadrática**

Sus principales características son:

Su gráfica es una parábola.

Tienen un único vértice dado por  $(x, y) = (-b/2a, f(-b/2a))$

Pueden tener raíces o ceros (puntos donde cortan al eje X)

Si  $a > 0$  la parábola se abre hacia arriba y si  $a < 0$  se abre hacia abajo.

El signo de  $a$  controla la concavidad de la parábola.

El término  $bx$  desplaza la parábola horizontalmente.

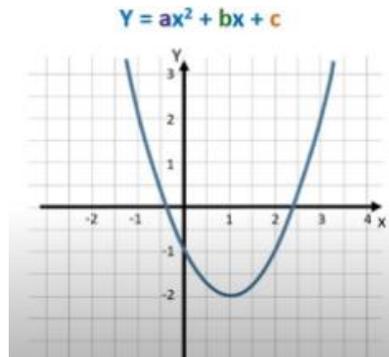
El término  $c$  desplaza la parábola verticalmente.

Dominio: todos los números reales



Rango: todos los valores de y que cumplen la función

Son muy utilizadas para modelar el lanzamiento de proyectiles, trayectorias y en general situaciones con variación cuadrática.



**ACTIVIDAD DOS:** Creación de gráficos de funciones cuadráticas en GeoGebra.

Ejercicio:  $y = x^2 + 5x + 3$

Para resolver paso a paso la función cuadrática:

$$f(x) = x^2 + 5x + 3$$

Seguimos los siguientes pasos:

Identificamos los valores de a, b y c:

$$a = 1$$

$$b = 5$$

$$c = 3$$

Calculamos el vértice de la parábola utilizando la fórmula:

$$x = -b/2a$$

$$x = -5/2(1)$$

$$x = -2.5$$

Calculamos y evaluando x en la función original:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = (-2.5)^2 + 5(-2.5) + 3$$

$$f(x) = 6.25 - 12.5 + 3$$

$$f(x) = -3.25$$

Entonces el vértice está en el punto (-2.5, -3.25)

Factorizamos la expresión para encontrar las raíces:  $x^2 + 5x + 3 = (x + 3)(x + 1)$

Igualamos cada factor a 0 para hallar raíces:

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$



$$x + 1 = 0$$

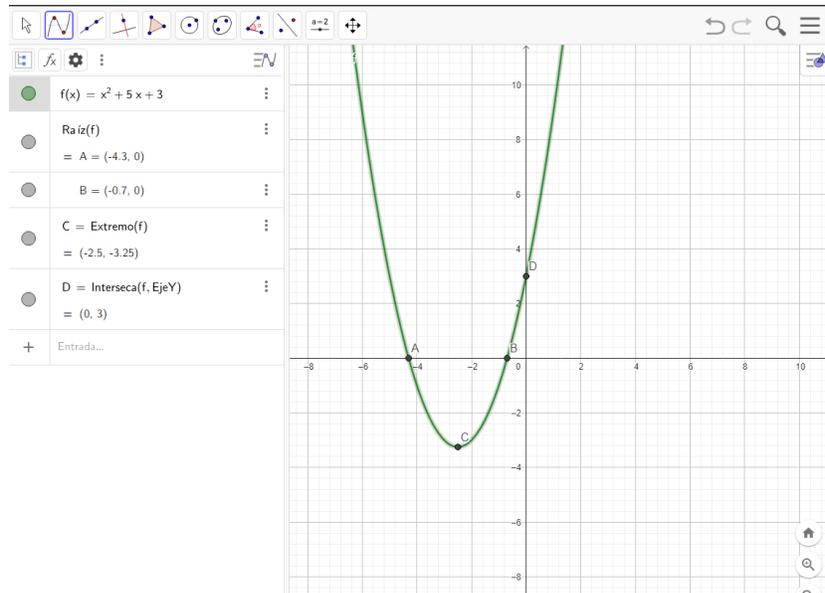
$$x = -1$$

Las raíces (ceros de la función) son -3 y -1.

Respuesta: Esta función cuadrática tiene vértice en  $(-2.5, -3.25)$ , corta al eje X en -3 y -1, y abre hacia arriba al tener  $a > 0$ .

Gráfico en GeoGebra:

Para realizar el gráfico basta con escribir la función cuadrática en el sitio de entrada.



Ejercicio:

Resolvemos paso a paso la función cuadrática:

$$f(x) = 4x^2 - 8x + 5$$

Identificamos los coeficientes:  $a = 4$   $b = -8$   $c = 5$

Calculamos el vértice:  $x = -b/2a$

$$x = -(-8)/2(4)$$

$$x = 1$$

Calculamos "y" evaluando "x" en la función original:

$$f(x) = 4(1)^2 - 8(1) + 5$$

$$f(x) = 4 - 8 + 5$$

$$f(x) = 1$$

El vértice es  $(1, 1)$

$$\text{Factorizamos: } 4x^2 - 8x + 5 = (2x - 1)(2x - 5)$$

Igualamos a 0 y resolvemos:



$$2x - 1 = 0$$

$$x = 1/2 \quad 2x - 5 = 0$$

$$x = 5/2$$

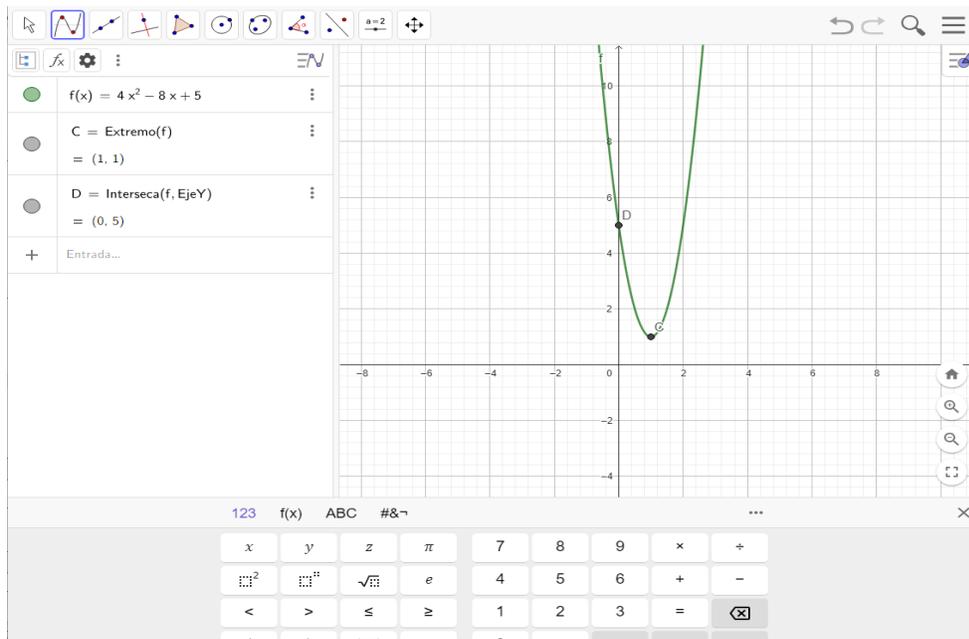
Las raíces (ceros) son:

$$x = 1/2$$

$$x = 5/2$$

En conclusión, esta función cuadrática tiene vértice (1,1), cortes en  $x = 1/2$  y  $x = 5/2$ , y abre hacia arriba.

Gráfico en GeoGebra:



### ACTIVIDAD 3: Resolución de ejercicios prácticos.

1.- La altura de un cohete modelo se representa por la función  $h(t) = -5t^2 + 50t + 100$ , donde  $t$  es el tiempo en segundos y  $h$  la altura en metros. ¿Cuál es la altura máxima alcanzada y en qué instante ocurre?

Para resolver este ejercicio solamente se necesita calcular el vértice, ya que el eje “x” representa el tiempo y el eje “y” representa la altura máxima.

El procedimiento sería:

Identificamos que se trata de una función cuadrática de la forma:  $f(x)=ax^2+bx+c$ .

$h(t) = -5t^2 + 50t + 100$  (cabe recalcar que la función cuadrática puede estar representada por cualquier letra en este caso “t”.)



La altura máxima se alcanza en el vértice de la parábola. Calculamos las coordenadas del vértice con:

$$t = -b/2a$$

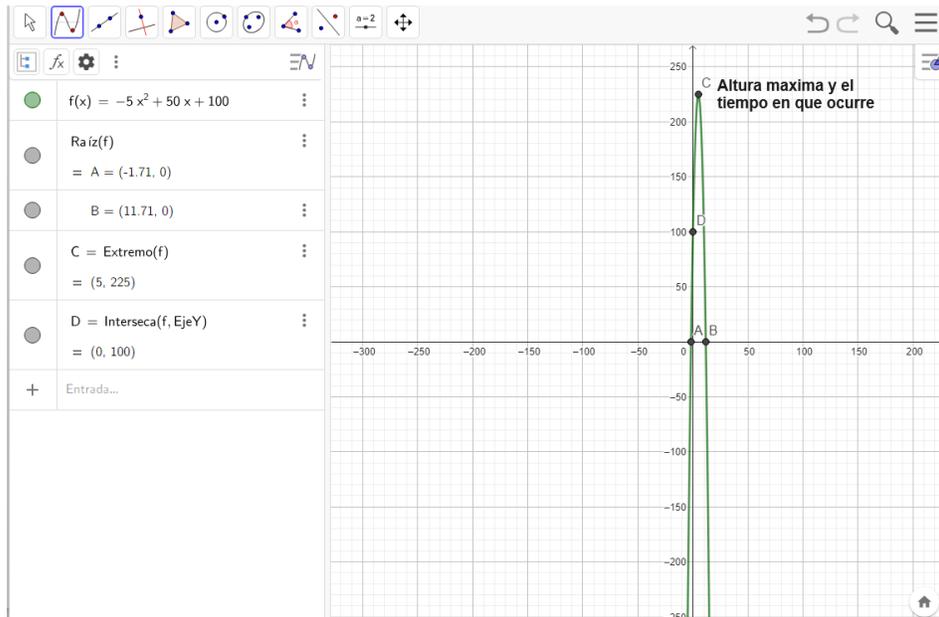
$$t = -50/-2(-5)$$

$$t = 5 \text{ segundos}$$

$$h(t) = -5(5)^2 + 50(5) + 100$$

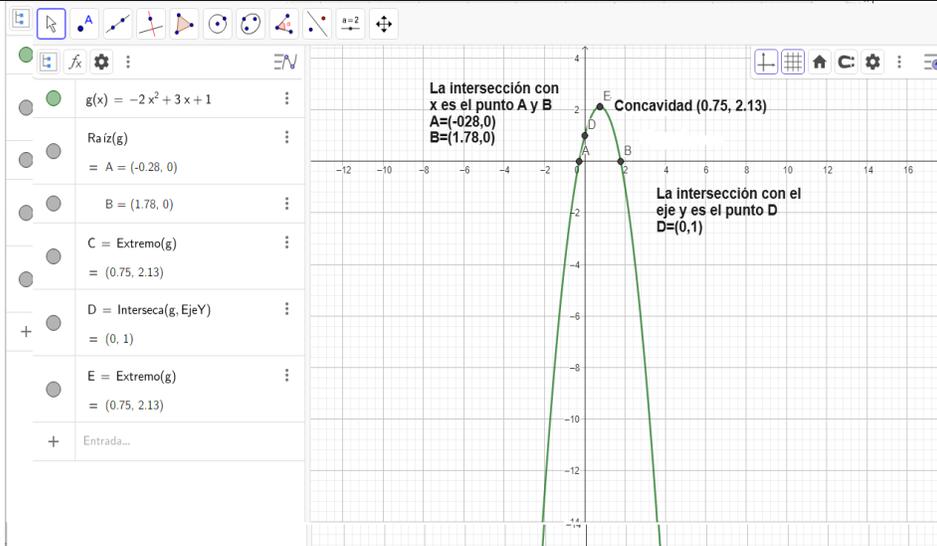
$$h(t) = 250 \text{ metros}$$

Por lo tanto, la altura máxima es de 250 metros y ocurre cuando  $t = 5$  segundos.



2.-  $g(x) = -2x^2 + 3x + 1$ : Grafica esta función cuadrática y determina su concavidad y sus puntos de intersección con los ejes x e y.

Para resolver este ejercicio se procedió a graficar en GeoGebra y las incógnitas se determinó observando el gráfico realizado.



### Cierre

- Los estudiantes archivan en una carpeta los trabajos que realizaron utilizando las herramientas de GeoGebra.
- El docente fomenta la reflexión entre los alumnos mediante las siguientes preguntas: ¿Qué aprendieron hoy? ¿Los conocimientos aprendidos les parecieron fácil o difícil?
- El docente se despide de la clase de una manera cordial y agradecida

### RESULTADOS ESPERADOS

- **Aprendizaje de funciones cuadráticas:** Los estudiantes deben ser capaces de resolver funciones cuadráticas incluido: la identificación de los coeficientes, cálculo del vértice y de los puntos de corte en los ejes “x” y “y”
- Creación de Gráficos de funciones cuadráticas en GeoGebra:** Los estudiantes deben ser capaces de crear, gráficos de funciones cuadráticas en GeoGebra e identificar los componentes de la parábola que resulta de la solución de una función.

### ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

#### Tarea:

- 1.-  $f(x)=x^2-4$ : Grafica esta función cuadrática y encuentra sus raíces y el vértice de la parábola.
- 2.-  $k(x)=x^2+4x+4$ : Grafica esta función cuadrática. Encuentra su vértice y las raíces.



LECCIÓN 4: Análisis comparativo de funciones lineales y cuadráticas



<b>DESTREZAS</b>	<p><b>M.4.1.47.</b> Definir funciones lineales en <math>Z</math>, con base en tablas de valores, de formulación algebraica y/o representación gráfica, con o sin el uso de la tecnología.</p> <p><b>M.4.1.48.</b> Reconocer funciones crecientes y decrecientes a partir de su representación gráfica o tabla de valores.</p> <p><b>M.4.1.49</b> Definir y reconocer una función real identificando sus características: dominio, recorrido, monotonía, cortes con los ejes.</p> <p><b>M.4.1.50</b> Definir y reconocer una función lineal algebraica y gráficamente e identificar su monotonía a partir de la gráfica o su pendiente.</p> <p><b>M.4.1.57.</b> Definir y reconocer una función cuadrática de manera algebraica y gráfica, determinando sus características: dominio, recorrido, máximos, mínimos, monotonía y paridad.</p>
<b>OBJECTIVO</b>	Comparar las características y propiedades de funciones lineales y cuadráticas por medio de sus expresiones algebraicas y representaciones gráficas.
<b>COMPONENTE TPACK</b>	Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK):
<b>TIEMPO DE DURACIÓN DE LA LECCION</b>	45 minutos
<b>RECURSOS</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Celulares y laptop con GeoGebra instalado.</li> <li>- Material de apoyo impreso y digital sobre funciones cuadráticas.</li> <li>- Pizarra y marcadores.</li> </ul>	
<b>ACTIVIDAD UNO: Análisis de las propiedades de funciones lineales y cuadráticas.</b>	

**Introducción de la clase**

- Saludo y bienvenida a los estudiantes.
- Se establecen acuerdos de convivencia.
- El docente plantea preguntas introductorias de lo que se verá en la clase:
  - ¿Recuerdan las características principales de las funciones lineales y cuadráticas?
  - ¿Pueden diferenciar la gráfica de una función lineal y cuadrática?



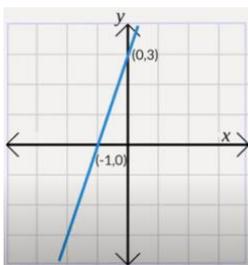
**Desarrollo de la clase**

A continuación, te proporciono una tabla comparativa que destaca las diferencias clave entre las funciones lineales y cuadráticas:

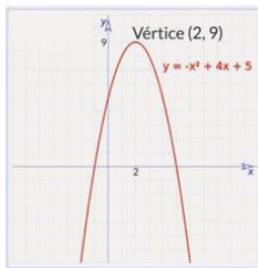
<b>Características</b>	<b>Función Lineal</b>	<b>Función Cuadrática</b>
Ecuación general	$f(x) = mx + b$	$f(x) = ax^2 + bx + c$
Grado de la función	1 (lineal)	2 (cuadrática)
Forma de la gráfica	Línea recta	Parábola
Dirección de la gráfica	Siempre es una línea recta (Creciente si $m > 0$ , decreciente si $m < 0$ , horizontal)	Puede ser hacia arriba o hacia abajo.
Vértice	No tiene vértice	Tiene un vértice en $(-b/2a, f(-b/2a))$
Intersección con el eje x	Siempre tiene una raíz real	Puede tener 0, 1 o 2 raíces reales
Intersección con el eje y	Punto (0,b)	Punto (0,c)
Dominio	Todos los números reales	Todos los números reales
Rango	Todos los números reales	Dependiendo del valor de "a"
Concavidad	No aplica	Puede ser cóncava hacia arriba o hacia abajo (Hacia arriba si $a > 0$ , hacia abajo si $a < 0$ ).
Extremos	No aplica	Tiene un vértice como punto crítico.
Ejemplos	$f(x)=2x+3$	$f(x)=x^2-4x+3$

- **Análisis comparativo de las gráficas de las funciones lineales vs funciones cuadráticas:**

**Grafica de funciones lineales**



**Grafica de funciones cuadráticas**





La grafica de función lineal corresponde a una línea recta y la de una función cuadrática a una parábola.

**ACTIVIDAD DOS:** Realización de ejercicios para identificar y/o diferenciar funciones lineales y cuadráticas.

Ejercicios: identificar cual es una función lineal y cual es una función cuadrática.

1.-  $f(x) = 2x + 1$

2.-  $h(x) = (1/2)x - 3$

3.-  $f(x) = x^2 + 2x + 1$

4.-  $q(x) = 7x - 9$

5.-  $h(x) = -(x+1)^2 + 4$

6.-  $g(x) = -3x + 4$

7.-  $q(x) = (x^2)/2 - x + 4$

8.-  $r(x) = 2(x^2) - 4x$

9.-  $f(x) = x^2 - 4$

10.-  $n(x) = -2x$

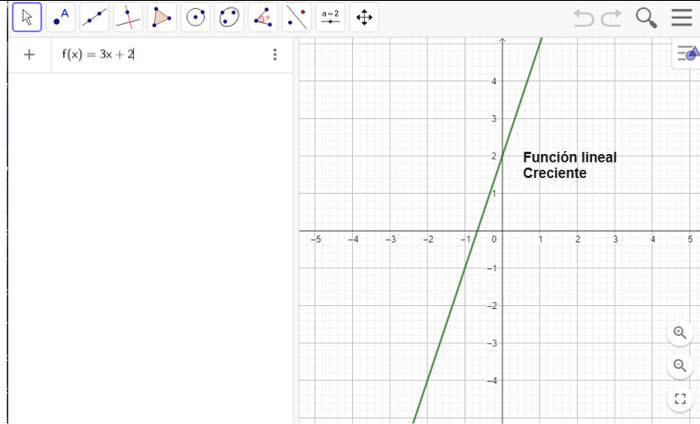
11.-  $h(x) = 4x$

**ACTIVIDAD 3:** Ejercicios guiados para identificar las gráficas de funciones lineales y cuadráticas y además identificar las características de cada función.

En las siguientes gráficas identificar si pertenece a una función lineal o cuadrática, en caso de ser lineal identificar si es creciente, decreciente u horizontal. En caso de ser cuadrática identificar su concavidad (cóncava hacia arriba o hacia abajo y como se origina su concavidad), vértice, intercepción en el eje "x" y "y".

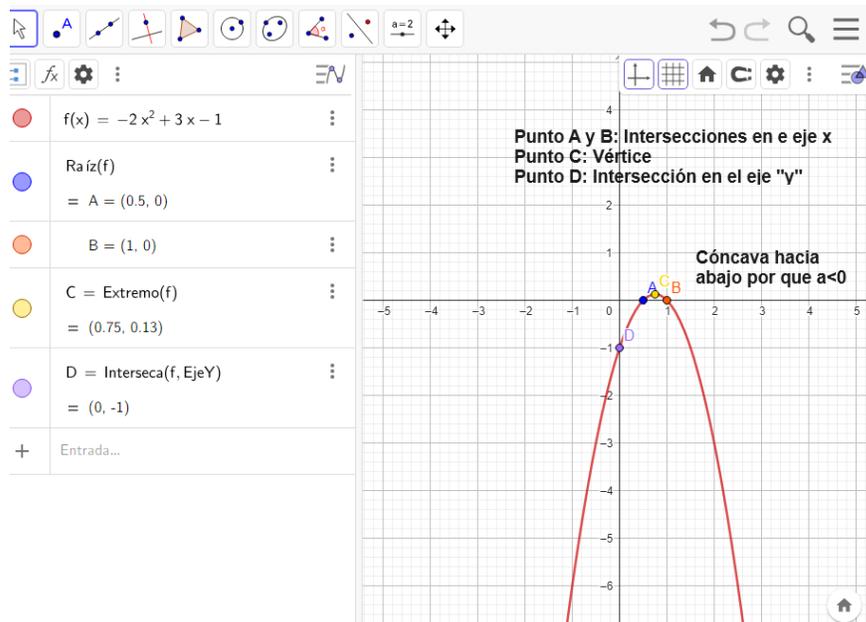
Grafica 1.-

$f(x) = 3x + 2$



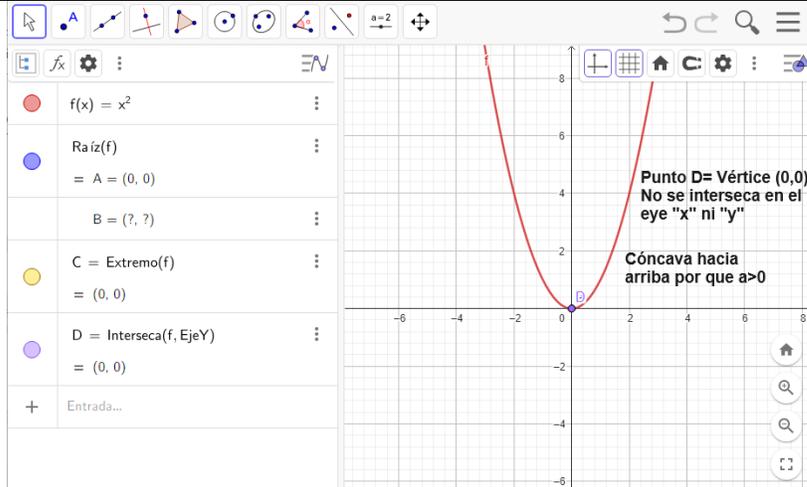
Grafica 2.-

$$f(x) = -2x^2 + 3x - 1$$



Grafica 3.-

$$f(x) = x^2$$



Este ejercicio se tomó para explicar que  $x^2$  es una función cuadrática y dar a conocer sus características.

### Cierre

- Los estudiantes archivan en una carpeta los trabajos que realizaron utilizando las herramientas de GeoGebra.
- El docente fomenta la reflexión entre los alumnos mediante las siguientes preguntas:  
¿Qué aprendieron hoy? ¿Los conocimientos aprendidos les parecieron fácil o difícil?
- El docente se despide de la clase de una manera cordial y agradecida

### RESULTADOS ESPERADOS

- **Aprendizaje de funciones cuadráticas:** Los estudiantes deben ser capaces de identificar funciones lineales y cuadráticas tanto en su forma algebraica como en su gráfica, además deben conocer las características de cada función.

### ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

#### Tarea:

Realizar un resumen de la clase haciendo énfasis en los puntos clave recalcados en la clase.

## **CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **6. Conclusiones y recomendaciones**

#### **6.1 Conclusiones**

- La efectividad de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones matemáticas es positiva, ya que la mayoría de los estudiantes (83%) llegaron a dominar los conocimientos requeridos en comparación con el 16.7% que ya dominaban los conocimientos requeridos antes de intervención educativa.
- Antes de la intervención educativa los estudiantes presentaban vacíos conceptuales y dificultades para resolver ejercicios sobre el tema, estos aspectos se identificaron mediante la ficha de observación, y la entrevista aplicada a los estudiantes.
- Se desarrolló una estrategia didáctica sólida y efectiva basada en el modelo TPACK para enseñar funciones matemáticas a estudiantes de EGB Superior, utilizando GeoGebra. La estrategia educativa se compone de cuatro lecciones, en cada una de las cuales se llevan a cabo actividades relacionadas con el tema de la lección. Además, contiene ejercicios de práctica y evaluaciones específicas que se centran en funciones lineales y cuadráticas, utilizando el programa GeoGebra.
- Al evaluar la estrategia didáctica mediante el instrumento lista de cotejos se concluye que la metodología TPACK con GeoGebra tuvo un impacto positivo, mejorando la comprensión conceptual y desempeño procedimental de los estudiantes en funciones matemáticas, ya que la mayoría de los estudiantes dominan los conocimientos requeridos.
- Como complemento al presente trabajo es necesario desarrollar futuras investigaciones en relación a la contribución de la metodología TPACK en otras disciplinas educativas, al mismo tiempo de evaluar el desarrollo de competencias digitales en los estudiantes, a



través de la integración efectiva de diversas tecnologías.

- El presente estudio ha demostrado el valor y la efectividad de la integración de la tecnología educativa, el modelo TPACK y GeoGebra como una poderosa herramienta didáctica para enseñar funciones matemáticas. Este enfoque tiene el potencial de enriquecer la enseñanza y el aprendizaje en Matemáticas y en otras disciplinas, impulsando la innovación y el fortalecimiento de las habilidades digitales en la educación.

## **6.2 Recomendaciones**

- Considerar la incorporación de GeoGebra como parte integral en la enseñanza de Matemáticas. La mejora en la comprensión y el rendimiento de los estudiantes respalda la utilidad de esta herramienta. Se pueden realizar talleres de capacitación para que los docentes se familiaricen y aprovechen plenamente GeoGebra en sus clases.
- Se recomienda que se continúe aplicando la estrategia didáctica desarrollada para abordar vacíos conceptuales en otros temas de Matemáticas y áreas relacionadas. Esto puede contribuir al fortalecimiento de la base de conocimientos de los estudiantes y mejorar su desempeño académico.
- La estrategia didáctica basada en el modelo TPACK y GeoGebra se puede compartir y promover entre otros educadores. La capacitación adicional en la implementación de esta estrategia puede ser beneficiosa para asegurar su adopción efectiva en otros contextos educativos.
- Se sugiere que se continúen realizando investigaciones en el campo de la metodología TPACK, no solo en Matemáticas, sino también en diferentes disciplinas y contenidos educativos. Además, se podría investigar más a fondo la evaluación del desarrollo de competencias digitales en estudiantes a través del modelo TPACK y explorar la integración efectiva de diversas tecnologías en la educación.



- La línea de investigación de tecnologías para la educación en la UNAE debería seguir explorando y promoviendo enfoques innovadores como la integración de tecnología educativa y el modelo TPACK. Esto puede contribuir significativamente a la mejora continua de la calidad de la educación y la preparación de los estudiantes en un mundo digital en constante cambio.



Auccahuallpa, R., Vásquez, R., & Rodríguez, D. (2022). Beneficios del uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. *IV Congreso Internacional de la Universidad Nacional de Educación*, 267-274.

<https://congresos.unae.edu.ec/index.php/ivcongresointernacional/article/view/507>

Brito, L. (2022). *GeoGebra como herramienta didáctica para el aprendizaje de las cónicas y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo 2021*. [Escuela Superior Politécnica de Chimborazo]. <http://dspace.esPOCH.edu.ec/handle/123456789/17275>

Contreras, F. (2016). El aprendizaje significativo y su relación con otras estrategias. *Horizonte de la Ciencia*, 6(10), 130-140.

Pari, A., & Auccahuallpa, R. (2022). La implementación del GeoGebra por el profesorado ecuatoriano en la enseñanza de la Matemáticas. *Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)*, 12(2), Article 2.

Pérez Valera, J. I., Paira Navarro, D. C., Matos Pacheco, F. A., Romero Valdivia, M. S. & Quispe Llamoca, R. (2022). Revisión de la literatura del uso de GeoGebra y su relación con el aprendizaje en el período 2012-2021. Universidad de Lima, Facultad de Ciencias Empresariales y Económicas, Carrera de Economía.

<https://hdl.handle.net/20.500.12724/16435>

Rodríguez, M. F., & Acurio, S. A. (2021). Modelo TPACK y metodología activa, aplicaciones en el área de matemática. Un enfoque teórico. *Revista Científica UISRAEL*, 8(2), 49-64.

<https://doi.org/10.35290/rcui.v8n2.2021.394>

Romero, J. L., Romero, J., Reyes Contreras, R., Barboza, L. A., & Romero, R. (2022). Uso del GeoGebra como estrategia de aprendizaje significativo en el estudio de las gráficas y transformaciones de funciones. *EDMETIC*, 11(1), Article 1.

<https://doi.org/10.21071/edmetic.v11i1.13345>



- Rubio, D., & Jiménez, J. (2021). Constructivismo y tecnologías en educación. Entre la innovación y el aprender a aprender. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana*, 23(36), 61-92. <https://doi.org/10.19053/01227238.12854>
- Vásconez, C., & Inga, E. (2021). El modelo de aprendizaje TPACK y su impacto en la innovación educativa desde un análisis bibliométrico. *INNOVA Research Journal*, 6(3), Article 3. <https://doi.org/10.33890/innova.v6.n3.2021.1773>
- Villacís, D. (2022). *Aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de funciones lineales con estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa "Manuel de Jesús Calle" del cantón Quevedo. Periodo 2021-2022.* [Escuela Superior Politécnica de Chimborazo]. <http://dspace.esPOCH.edu.ec/handle/123456789/17147>

## ANEXOS

### Anexo A. Ficha de observación para diagnosticar la situación inicial

**Objetivo:** El propósito de la ficha de observación es diagnosticar la situación actual del docente, los estudiantes y los recursos tecnológicos disponibles **previo** al uso de GeoGebra como herramienta didáctica en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.

Ficha de observación de conocimientos TPACK			
<b>Fecha:</b> _____			
<b>Grado:</b> _____			
<b>Responsable:</b> _____			
<b>Aspectos a observar:</b> Situación de los componentes del modelo TPACK previo al uso de GeoGebra como herramienta didáctica en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.			
Aspectos a observar por cada Componente	Sí	No	Observaciones
<b>Conocimiento Tecnológico (TK):</b>			
¿El docente demuestra dominio en el uso del software GeoGebra?			
¿Los estudiantes tienen conocimientos previos en el manejo del software de GeoGebra?			
¿El docente utiliza las diferentes vistas (Algebraica, Geométrica, 2D, 3D u otra) de GeoGebra para el desarrollo de la clase?			
¿Los estudiantes cuentan con la infraestructura tecnológica necesaria para usar GeoGebra en el salón de clase?			
¿Los estudiantes pueden realizar construcciones básicas en GeoGebra?			
¿Los estudiantes cuentan con suficientes computadoras para utilizar GeoGebra?			
¿Existe conectividad a internet estable para el uso de GeoGebra?			
¿Se dispone de proyector, pizarra digital u otra tecnología para las clases con GeoGebra?			

### Ficha de observación de conocimientos TPACK

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Grado:** \_\_\_\_\_

**Responsable:** \_\_\_\_\_

**Aspectos a observar:** Situación de los componentes del modelo TPACK previo al uso de GeoGebra como herramienta didáctica en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.

Aspectos a observar por cada Componente	Sí	No	Observaciones
<b>Conocimiento Pedagógico (PK):</b>			
¿El docente adapta la enseñanza a los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje?			
¿Se fomenta la resolución de problemas y pensamiento crítico?			
¿El docente utiliza estrategias didácticas al enseñar funciones lineales?			
¿El docente promueve el aprendizaje activo y colaborativo en clase?			
¿Se promueve la participación activa de los estudiantes en clase?			
<b>Conocimiento de Contenido (CK):</b>			
¿El docente muestra dominio conceptual del tema de funciones lineales?			
¿Los estudiantes tienen conocimientos previos sólidos sobre el tema?			
¿Se identifica ausencia de vacíos conceptuales en los estudiantes sobre funciones lineales?			
¿El docente resuelve variedad de ejercicios sobre funciones lineales en el pizarrón?			
¿Los estudiantes aplican adecuadamente procedimientos para resolver ejercicios sobre funciones lineales en sus cuadernos de apuntes de la asignatura?			
¿Los estudiantes presentaron ausencia de errores frecuentes al resolver funciones lineales?			
<b>Total:</b>			
<b>Responsable:</b> _____			

## **Anexo B. Guía de Entrevista dirigida a los estudiantes de décimo año EGB en la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe San José del cantón Nabón comuna Zhiña**

### **Objetivo:**

Conocer la percepción de los estudiantes sobre la efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.

### **Datos informativos:**

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

Responsable: \_\_\_\_\_

### **Instrucciones:**

En cada una de las siguientes interrogantes responda libremente según sea su percepción acerca de la efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones matemáticas en función lineal a estudiantes de Educación General Básica Superior.

1. Antes de utilizar el software GeoGebra en clase, ¿cómo describiría su conocimiento sobre las funciones matemáticas? ¿Se le dificultaba este tema? Explique

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

2. Ahora que realizó actividades con GeoGebra sobre funciones matemáticas, ¿cómo describiría su nivel de comprensión sobre este tema?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

3. La forma en que su docente de Matemáticas combinó la tecnología (GeoGebra) y la enseñanza de las funciones, ¿fue una buena estrategia para mejorar su aprendizaje? Explique

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

4. A partir de la experiencia en la clase ¿encontró alguna dificultad o limitación al usar la herramienta de GeoGebra para aprender funciones matemáticas? Explique

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

5. En su opinión, ¿cuáles fueron los aspectos más útiles o interesantes de utilizar GeoGebra para comprender las funciones matemáticas?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

6. ¿Recomendaría a sus profesores seguir utilizando GeoGebra para enseñar otros temas de Matemáticas? ¿Por qué?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

7. En una escala de 1 a 5, ¿qué puntaje le daría a GeoGebra como herramienta para aprender funciones matemáticas?

---

---

8. ¿Tiene alguna recomendación para mejorar el uso de GeoGebra en futuras clases de Matemáticas?

---

---

9. ¿El uso de GeoGebra para aprender funciones matemáticas le resultó entretenido y motivador? ¿Por qué?

---

---

10. En general, ¿diría que la integración de la tecnología en la pedagogía de funciones matemáticas fue una estrategia efectiva para mejorar su aprendizaje? Explique

---

---

## Anexo C. Ficha de observación para diagnosticar la propuesta

**Objetivo:** El propósito de la ficha de observación es valorar **posterior** a la implementación de la propuesta la efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica en la enseñanza de funciones lineales. Para el efecto se utiliza el modelo TPACK teniendo como sujetos de observación al docente, los estudiantes de Educación General Básica Superior y el software de GeoGebra.

Ficha de observación de la implementación de la propuesta			
<b>Fecha:</b> _____ <b>Grado:</b> _____ <b>Responsable:</b> _____			
<b>Aspectos a observar:</b> Efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.			
Aspectos a observar por cada Componente	Sí	No	Observaciones
<b>Conocimiento Tecnológico (TK):</b>			
¿El docente demostró dominio en el uso del software de GeoGebra durante la resolución de ejercicios de funciones lineales?			
¿El docente utilizó las diferentes vistas (Algebraica, Geométrica, 2D, 3D u otra) de GeoGebra para el desarrollo de la clase?			
¿Los estudiantes manejaron adecuadamente las herramientas básicas de GeoGebra?			
¿El docente y los estudiantes contaron con la infraestructura tecnológica necesaria para usar GeoGebra durante la resolución de ejercicios de funciones lineales?			
¿Los estudiantes aprovecharon las funciones avanzadas de GeoGebra para comprender los conceptos referentes a las funciones lineales?			
¿Existieron computadoras suficientes para los estudiantes durante la resolución de ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra?			
¿Existió conectividad a internet estable durante la resolución de ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra?			
<b>Conocimiento Pedagógico (PK):</b>			
¿El docente adaptó la enseñanza de funciones lineales en GeoGebra a los diferentes estilos de aprendizaje?			

### Ficha de observación de la implementación de la propuesta

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Grado:** \_\_\_\_\_

**Responsable:** \_\_\_\_\_

**Aspectos a observar:** Efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.

Aspectos a observar por cada Componente	Sí	No	Observaciones
¿El docente fomentó el pensamiento crítico en la resolución de problemas de funciones lineales en GeoGebra?			
¿El docente utilizó estrategias didácticas al enseñar funciones lineales en GeoGebra?			
¿El docente promovió el aprendizaje activo y colaborativo en clase durante la resolución de ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra?			
¿El docente promovió la participación activa de los estudiantes en clase?			
¿Se aplicaron evaluaciones sobre la resolución de ejercicios de funciones lineales alineadas al uso de GeoGebra?			
<b>Conocimiento de Contenido (CK):</b>			
¿El docente mostró dominio conceptual del tema de funciones lineales usando GeoGebra?			
¿Los estudiantes pudieron resolver los ejercicios de funciones lineales en su cuaderno y en GeoGebra, llegando a los mismos resultados?			
¿Los estudiantes lograron superar los vacíos conceptuales identificados inicialmente previo al uso de GeoGebra?			
¿El docente resolvió gran variedad de ejercicios sobre funciones lineales utilizando GeoGebra?			
¿Los estudiantes aplicaron adecuadamente procedimientos para resolver ejercicios sobre funciones lineales en GeoGebra?			
¿Los estudiantes presentaron ausencia de errores frecuentes al operar funciones lineales en GeoGebra?			
¿Los estudiantes fueron capaces de resolver los ejercicios de funciones lineales en corto tiempo con el uso de GeoGebra?			
<b>Total:</b>			
<b>Responsable:</b> _____			

## Anexo D. Lista de cotejos para valorar el conocimiento de los estudiantes

**Objetivo:** El propósito de la lista de cotejos es evaluar el desempeño de los estudiantes de Educación General Básica Superior en el uso de GeoGebra como herramienta didáctica en la enseñanza de funciones matemáticas.

Lista de cotejos								
Matriz de evaluación								
Fecha:								
Materia:								
Tema:								
Docente:								
<b>Objetivo:</b> Valorar a través del modelo TPACK el desempeño de los estudiantes en la resolución de ejercicios de funciones lineales mediante el uso de la herramienta didáctica GeoGebra.								
Componentes de evaluación del conocimiento de los estudiantes								
1. Conocimiento Tecnológico (TK)			2. Conocimiento Pedagógico (PK)			3. Conocimiento de Contenido (CK)		
4. Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK)			5. Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK)			6. Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)		
7. Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK)								
Escala de valoración individual de los componentes del modelo TPACK								
Criterio de valoración de cada componente						Puntuación		
Cumple con todas las características						2		
Cumple con una de las características						1		
No cumple con ninguna de las características						0		
Evaluación global								
Alumnos	Componentes del modelo TPACK							Puntuación Global (sobre 14)
	1	2	3	4	5	6	7	
1.								
2.								
3.								
4.								
5.								
6.								
Escala de valoración global del nivel de conocimiento de los estudiantes sobre la resolución de ejercicios de funciones lineales mediante el uso de GeoGebra								
Criterio de valoración				Nivel de logro				

Domina los conocimientos requeridos.	12-14
Alcanza los conocimientos requeridos.	9-11
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos.	6-8
No alcanza los aprendizajes requeridos.	3-5
No alcanza un nivel mínimo de comprensión de los aprendizajes requeridos	0-2
Responsable de la evaluación	

A continuación, se muestran los ítems de cumplimiento para cada uno de los componentes del modelo TPACK:

### 1. Conocimiento Tecnológico (TK):

El estudiante demuestra habilidad en el uso de las herramientas básicas de GeoGebra para graficar funciones.

El estudiante utiliza correctamente las herramientas de GeoGebra para modificar propiedades de las funciones graficadas.

### 2. Conocimiento Pedagógico (PK):

El estudiante es capaz de explicar los conceptos clave sobre funciones matemáticas de manera clara y organizada.

El estudiante plantea preguntas que fomentan la comprensión y aplicación de los conceptos sobre funciones.

### 3. Conocimiento de Contenido (CK):

El estudiante demuestra comprensión de los elementos y propiedades de las funciones matemáticas.

El estudiante resuelve correctamente ejercicios y problemas que involucran el uso de funciones matemáticas.

### 4. Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK):

El estudiante utiliza representaciones gráficas en GeoGebra para explicar conceptos clave sobre funciones.

El estudiante plantea ejemplos y analogías que facilitan la comprensión de las funciones matemáticas.

### 5. Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK):

El estudiante aprovecha las herramientas de GeoGebra para representar gráficamente distintos tipos de funciones matemáticas.

El estudiante utiliza GeoGebra para mostrar cómo cambian las gráficas al modificar parámetros y propiedades de las funciones.

### 6. Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK):

El estudiante incorpora actividades con GeoGebra que promueven el aprendizaje activo y la experimentación sobre funciones.

El estudiante plantea actividades colaborativas apoyadas en el uso de GeoGebra.

**7. Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK):**

El estudiante diseña una clase aprovechando GeoGebra para enseñar conceptos clave sobre funciones matemáticas.

El estudiante crea representaciones gráficas interactivas con GeoGebra que mejoran la comprensión de las funciones.

**Anexo E. Ficha de observación para diagnosticar la situación inicial (aplicada)**

<b>Ficha de observación de conocimientos TPACK</b>			
<b>Fecha:</b> 25/08/2023			
<b>Grado:</b> 10 EGB			
<b>Responsable:</b> Clara Hiza			
<b>Aspectos a observar:</b> Situación de los componentes del modelo TPACK previo al uso de GeoGebra como herramienta didáctica en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.			
<b>Aspectos a observar por cada Componente</b>	<b>Sí</b>	<b>No</b>	<b>Observaciones</b>
<b>Conocimiento Tecnológico (TK):</b>			
¿El docente demuestra dominio en el uso del software GeoGebra?	X		
¿Los estudiantes tienen conocimientos previos en el manejo del software de GeoGebra?	X		
¿El docente utiliza las diferentes vistas (Algebraica, Geométrica, 2D, 3D u otra) de GeoGebra para el desarrollo de la clase?	X		
¿Los estudiantes cuentan con la infraestructura tecnológica necesaria para usar GeoGebra en el salón de clase?		X	El docente trabaja con su computador
¿Los estudiantes pueden realizar construcciones básicas en GeoGebra?	X		
¿Los estudiantes cuentan con suficientes computadoras para utilizar GeoGebra?		X	No teléfonos de ellos y computador del docente
¿Existe conectividad a internet estable para el uso de GeoGebra?	X		En una casa cerca del sector se solicita autorización para trabajar con el internet
¿Se dispone de proyector, pizarra digital u otra tecnología para las clases con GeoGebra?		X	
<b>Conocimiento Pedagógico (PK):</b>			

### Ficha de observación de conocimientos TPACK

**Fecha:** 25/08/2023

**Grado:** 10 EGB

**Responsable:** Clara Hiza

**Aspectos a observar:** Situación de los componentes del modelo TPACK previo al uso de GeoGebra como herramienta didáctica en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.

Aspectos a observar por cada Componente	Sí	No	Observaciones
¿El docente adapta la enseñanza a los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje?	X		
¿Se fomenta la resolución de problemas y pensamiento crítico?	X		
¿El docente utiliza estrategias didácticas al enseñar funciones lineales?	X		
¿El docente promueve el aprendizaje activo y colaborativo en clase?	X		
¿Se promueve la participación activa de los estudiantes en clase?	X		
<b>Conocimiento de Contenido (CK):</b>			
¿El docente muestra dominio conceptual del tema de funciones lineales?	X		
¿Los estudiantes tienen conocimientos previos sólidos sobre el tema?	X		
¿Se identifica ausencia de vacíos conceptuales en los estudiantes sobre funciones lineales?		X	
¿El docente resuelve variedad de ejercicios sobre funciones lineales en el pizarrón?	X		
¿Los estudiantes aplican adecuadamente procedimientos para resolver ejercicios sobre funciones lineales en sus cuadernos de apuntes de la asignatura?	X		
¿Los estudiantes presentaron ausencia de errores frecuentes al resolver funciones lineales?	X		
<b>Total:</b>	15	4	
<b>Responsable: Clara Hiza</b>			

## **Anexo F. Guía de Entrevista dirigida a los estudiantes de décimo año EGB (1 ejemplo)**

### **Objetivo:**

Conocer la percepción de los estudiantes sobre la efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.

### **Datos informativos:**

Nombre: CARCHI PAUCAR JOCELYN ESTEFANIA

Fecha: 12 junio 2023

Grado: 10 EGB

Responsable: Clara Hiza

### **Instrucciones:**

En cada una de las siguientes interrogantes responda libremente según sea su percepción acerca de la efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones matemáticas en función lineal a estudiantes de Educación General Básica Superior.

1. Antes de utilizar el software GeoGebra en clase, ¿cómo describiría su conocimiento sobre las funciones matemáticas? ¿Se le dificultaba este tema? Explique  
no se conocía del instrumento tecnológico, conocimiento en el tema de funciones matemáticas era bajo porque no sabía cómo desarrollar los ejercicios. Si tenía dificultad al realizar la gráfica y en el plano cartesiano y en el desarrollo del mismo.

2. Ahora que realizó actividades con GeoGebra sobre funciones matemáticas, ¿cómo describiría su nivel de comprensión sobre este tema?  
Me resulta más fácil realizarla comprobación de los ejercicios que realizo para ver si los valores que obtuve están realizados de una forma correcta y me es más fácil comprender utilizando esta herramienta.

3 La forma en que su docente de Matemáticas combinó la tecnología (GeoGebra) y la enseñanza de las funciones, ¿fue una buena estrategia para mejorar su aprendizaje?  
Explique  
La combinación de tecnología como GeoGebra y la enseñanza de funciones fue una estrategia efectiva para mejorar el aprendizaje, por lo que se puso en práctica en la casa con varios ejercicios.

4 A partir de la experiencia en la clase ¿encontró alguna dificultad o limitación al usar la herramienta de GeoGebra para aprender funciones matemáticas? Explique  
El internet es deficiente por lo que se realizó una petición en una casa que nos ayuden para hacer uso del internet y se utilizó la computadora de la docente para realizar el ejercicio.

5 En su opinión, ¿cuáles fueron los aspectos más útiles o interesantes de utilizar GeoGebra

para comprender las funciones matemáticas?

Interactuar con las gráficas y objetos matemáticos, lo que les permite experimentar y descubrir patrones. Esta interacción ayudo el aprendizaje mediante la exploración y el descubrimiento

6 ¿Recomendaría a sus profesores seguir utilizando GeoGebra para enseñar otros temas de Matemáticas? ¿Por qué?

Si por que la clase es más dinámica e interactiva buscando siempre que todos participemos

7 En una escala de 1 a 5, ¿qué puntaje le daría a GeoGebra como herramienta para aprender funciones matemáticas?

La calificación que le damos es un 5 porque se puede comprobar si lo que realizamos está bien o hay falla al realizarlos distintos ejercicios.

8 ¿Tiene alguna recomendación para mejorar el uso de GeoGebra en futuras clases de Matemáticas?

Que sean más constantes las clases utilizando esta herramienta en distintos temas

9 ¿El uso de GeoGebra para aprender funciones matemáticas le resultó entretenido y motivador? ¿Por qué?

Si porque me ayudo a entender y comprender de una manera más divertida los distintos temas especialmente en el tema de funciones lineales

10 En general, ¿diría que la integración de la tecnología en la pedagogía de funciones matemáticas fue una estrategia efectiva para mejorar su aprendizaje? Explique

Si por que nos ayudó a mejorar la imaginación e interactuar entre nosotros las distintas respuestas de los ejercicios planteados

## Anexo G. Ficha de observación para diagnosticar la propuesta (Aplicada)

Ficha de observación de la implementación de la propuesta			
<b>Fecha:</b> _____ <b>Grado:</b> ___ decimo <b>Responsable:</b> ___ Clara Hiza <b>Aspectos a observar:</b> Efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.			
Aspectos a observar por cada Componente	Sí	No	Observaciones
<b>Conocimiento Tecnológico (TK):</b>			
¿El docente demostró dominio en el uso del software de GeoGebra durante la resolución de ejercicios de funciones lineales?	X		
¿El docente utilizó las diferentes vistas (Algebraica, Geométrica, 2D, 3D u otra) de GeoGebra para el desarrollo de la clase?	X		
¿Los estudiantes manejaron adecuadamente las herramientas básicas de GeoGebra?	X		
¿El docente y los estudiantes contaron con la infraestructura tecnológica necesaria para usar GeoGebra durante la resolución de ejercicios de funciones lineales?	X		
¿Los estudiantes aprovecharon las funciones avanzadas de GeoGebra para comprender los conceptos referentes a las funciones lineales?	X		
¿Existieron computadoras suficientes para los estudiantes durante la resolución de ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra?			
¿Existió conectividad a internet estable durante la resolución de ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra?	X		
<b>Conocimiento Pedagógico (PK):</b>			
¿El docente adaptó la enseñanza de funciones lineales en GeoGebra a los diferentes estilos de aprendizaje?	X		
¿El docente fomentó el pensamiento crítico en la resolución de problemas de funciones lineales en GeoGebra?	X		

**Ficha de observación de la implementación de la propuesta**

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Grado:** \_\_\_ decimo

**Responsable:** \_\_\_ Clara Hiza

**Aspectos a observar:** Efectividad del uso de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones lineales a estudiantes de Educación General Básica Superior.

<b>Aspectos a observar por cada Componente</b>	<b>Sí</b>	<b>No</b>	<b>Observaciones</b>
¿El docente utilizó estrategias didácticas al enseñar funciones lineales en GeoGebra?	X		
¿El docente promovió el aprendizaje activo y colaborativo en clase durante la resolución de ejercicios de funciones lineales usando GeoGebra?	X		
¿El docente promovió la participación activa de los estudiantes en clase?	X		
¿Se aplicaron evaluaciones sobre la resolución de ejercicios de funciones lineales alineadas al uso de GeoGebra?			
<b>Conocimiento de Contenido (CK):</b>			
¿El docente mostró dominio conceptual del tema de funciones lineales usando GeoGebra?	X		
¿Los estudiantes pudieron resolver los ejercicios de funciones lineales en su cuaderno y en GeoGebra, llegando a los mismos resultados?	X		
¿Los estudiantes lograron superar los vacíos conceptuales identificados inicialmente previo al uso de GeoGebra?	X		
¿El docente resolvió gran variedad de ejercicios sobre funciones lineales utilizando GeoGebra?	x		
¿Los estudiantes aplicaron adecuadamente procedimientos para resolver ejercicios sobre funciones lineales en GeoGebra?	X		
¿Los estudiantes presentaron ausencia de errores frecuentes al operar funciones lineales en GeoGebra?	X		
¿Los estudiantes fueron capaces de resolver los ejercicios de funciones lineales en corto tiempo con el uso de GeoGebra?	X		
<b>Total:</b>	3	0	
<b>Responsable:</b>			

## Anexo H. Listas de cotejos aplicados antes y después de la propuesta

Lista de cotejos antes de la propuesta								
Matriz de evaluación								
Fecha:								
Materia:			Matemáticas					
Tema:			Funciones lineales					
Docente:			Clara Hiza					
<b>Objetivo:</b> Valorar a través del modelo TPACK el desempeño de los estudiantes en la resolución de ejercicios de funciones lineales mediante el uso de la herramienta didáctica GeoGebra.								
Componentes de evaluación del conocimiento de los estudiantes								
1. Conocimiento Tecnológico (TK)			2. Conocimiento Pedagógico (PK)			3. Conocimiento de Contenido (CK)		
4. Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK)			5. Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK)			6. Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)		
7. Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK)								
Escala de valoración individual de los componentes del modelo TPACK								
Criterio de valoración de cada componente						Puntuación		
Cumple con todas las características						2		
Cumple con una de las características						1		
No cumple con ninguna de las características						0		
Evaluación global								
Alumnos	Componentes del modelo TPACK							Puntuación Global (sobre 14)
	1	2	3	4	5	6	7	
Estudiante 1	1	1	2	1	1	1	1	8
Estudiante 2	2	2	2	2	2	2	2	14
Estudiante 3	2	1	2	1	1	2	1	10
Estudiante 4	1	1	1	1	1	1	1	7
Estudiante 5	1	1	2	1	1	1	1	8
Estudiante 6	1	0	1	0	1	1	1	5

<b>Escala de valoración global del nivel de conocimiento de los estudiantes acerca de la resolución de ejercicios de funciones lineales mediante el uso de GeoGebra</b>	
<b>Criterio de valoración</b>	<b>Nivel de logro</b>
Domina los conocimientos requeridos.	12-14
Alcanza los conocimientos requeridos.	9-11
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos.	6-8
No alcanza los aprendizajes requeridos.	3-5
No alcanza un nivel mínimo de comprensión de los aprendizajes requeridos	0-2
Responsable de la evaluación	Clara Hiza

<b>Lista de cotejos después de finalizar la propuesta</b>		
<b>Matriz de evaluación</b>		
Fecha:		
Materia:	Matemáticas	
Tema:	Funciones lineales	
Docente:	Clara Hiza	
<b>Objetivo:</b> Valorar a través del modelo TPACK el desempeño de los estudiantes en la resolución de ejercicios de funciones lineales mediante el uso de la herramienta didáctica GeoGebra.		
<b>Componentes de evaluación del conocimiento de los estudiantes</b>		
1. Conocimiento Tecnológico (TK)	2. Conocimiento Pedagógico (PK)	3. Conocimiento de Contenido (CK)
4. Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK)	5. Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK)	6. Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)
7. Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK)		
<b>Escala de valoración individual de los componentes del modelo TPACK</b>		
<b>Criterio de valoración de cada componente</b>	<b>Puntuación</b>	
Cumple con todas las características	2	
Cumple con una de las características	1	
No cumple con ninguna de las características	0	
<b>Evaluación global</b>		

Alumnos	Componentes del modelo TPACK							Puntuación Global (sobre 14)
	1	2	3	4	5	6	7	
Estudiante 1	2	2	2	1	2	2	2	13
Estudiante 2	2	2	2	2	2	2	2	14
Estudiante 3	2	1	2	1	1	2	1	10
Estudiante 4	2	1	2	2	2	2	1	12
Estudiante 5	2	2	2	2	2	2	2	14
Estudiante 6	2	2	2	2	2	2	2	14
<b>Escala de valoración global del nivel de conocimiento de los estudiantes acerca de la resolución de ejercicios de funciones lineales mediante el uso de GeoGebra</b>								
<b>Criterio de valoración</b>				<b>Nivel de logro</b>				
Domina los conocimientos requeridos.				12-14				
Alcanza los conocimientos requeridos.				9-11				
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos.				6-8				
No alcanza los aprendizajes requeridos.				3-5				
No alcanza un nivel mínimo de comprensión de los aprendizajes requeridos				0-2				
Responsable de la evaluación				Clara Hiza				

**Anexo I. Autorización para realizar la investigación en la UECIB “SAN JOSE” por parte de la máxima autoridad de la institución**



UNIDAD EDUCATIVA COMUNITARIA INTERCULTURAL BILINGÜE  
"SAN JOSÉ"

Acuerdo ministerial N° 180 24 de octubre del 2009  
Teléfono 3054658 Email: [colegiointerculturalbosjose@gmail.com](mailto:colegiointerculturalbosjose@gmail.com)  
Nabon-Azuay-Ecuador



Oficio Nro. 037

-UECIBSJ-2022

Zhíña, 05 de octubre de 2022

Lic.  
Clara Yadira Hiza  
DOCENTE DE LA UECIB SAN JOSE.

Presente.

De mi consideración:

Primeramente quiero hacerle llegar un fraterno y cordial saludo deseándole el mayor de los éxitos en sus funciones que Ud. realiza día a día en bien de la educación de los jóvenes y señoritas de nuestra institución.

En referencia al oficio recibido con la fecha 05 de octubre de 2022, donde solicita permiso para poner en práctica actividad denominada Estados del Arte para la investigación el uso de GeoGebra para la enseñanza de funciones con los estudiantes de décimo año de EGB de esta institución.

**Autorizo** que realice la actividad solicitado siempre y cuando tenga concordancia con los saberes y conocimiento del currículo de EIB

Sin otro particular suscribo.

Atentamente:

Angel Lalvay  
LIDER EDUCATIVO UECIB SAN JOSE  
CELULAR 0993403268  
CORREO [angel.lalvay@educacion.gob.ec](mailto:angel.lalvay@educacion.gob.ec)



## Anexo J. Triangulación

Subcategorías	Guía de observación	Entrevista	Ficha de observación para diagnosticar la propuesta	Lista de cotejos	Interpretaciones
TK	El profesor muestra un sólido dominio en la utilización de GeoGebra, mientras que los estudiantes cuentan con cierto nivel de conocimiento previo sobre esta herramienta. El docente emplea eficazmente las diversas vistas de GeoGebra. Sin embargo, enfrentamos limitaciones debido a la carencia de infraestructura tecnológica adecuada. A pesar de esto, los estudiantes son capaces de llevar a cabo construcciones básicas utilizando GeoGebra.	La combinación de GeoGebra y la enseñanza de funciones resultó ser una estrategia altamente eficaz para potenciar el proceso de aprendizaje. A pesar de enfrentar dificultades debido a la limitada conectividad a internet en la institución, logramos superar este obstáculo de manera exitosa. La función interactiva de GeoGebra resultó beneficiosa para el proceso de aprendizaje al fomentar la exploración y el descubrimiento. Los estudiantes evaluaron positivamente GeoGebra por su capacidad para	El docente exhibió un sólido dominio en la utilización de GeoGebra, y los estudiantes manejaron las herramientas de GeoGebra con destreza. El docente empleó diversas vistas de GeoGebra como parte del proceso de enseñanza. Sin embargo, enfrentamos desafíos debido a la falta de la infraestructura tecnológica adecuada. A pesar de esto, los estudiantes sacaron provecho de las funciones avanzadas de GeoGebra para mejorar su comprensión de los conceptos relacionados con las funciones lineales.	El estudiante muestra destreza en la utilización de las funciones esenciales de GeoGebra para la creación de gráficos de funciones. Además, el estudiante genera representaciones gráficas interactivas con GeoGebra que contribuyen a una mejor comprensión de las funciones. Asimismo, el estudiante saca provecho de las herramientas de GeoGebra para crear representaciones gráficas de	Se evidencio que el docente demostró un sólido dominio en el uso de GeoGebra, mientras que los estudiantes tenían cierto nivel de conocimiento previo de esta herramienta. El docente utilizó eficazmente las diversas vistas de GeoGebra para mejorar la enseñanza. Sin embargo, se enfrentaron limitaciones debido a la falta de una infraestructura tecnológica adecuada en la institución. A pesar de esto, los estudiantes fueron capaces de llevar a cabo construcciones básicas utilizando GeoGebra.

Subcategorías	Guía de observación	Entrevista	Ficha de observación para diagnosticar la propuesta	Lista de cotejos	Interpretaciones
		<p>mejorar la comprensión de las funciones lineales, otorgándole las calificaciones más altas. En resumen, esta estrategia demostró ser efectiva al estimular la imaginación, fomentar la interacción entre los estudiantes y permitir la exploración de diversas soluciones en los ejercicios propuestos.</p>		<p>diversos tipos de funciones matemáticas.</p>	
<b>PK</b>	<p>El profesor efectivamente ajusta su enseñanza para satisfacer las necesidades de diversos ritmos y estilos de aprendizaje. Se fomenta el desarrollo del pensamiento</p>	<p>Los estudiantes expresan su recomendación de utilizar GeoGebra para la enseñanza de otros temas, y también sugieren aumentar la frecuencia de su uso en las clases. Además, consideraron que</p>	<p>El profesor ajustó la enseñanza de funciones lineales en GeoGebra para adaptarse a diversos estilos de aprendizaje. Además, promovió activamente el pensamiento crítico en el aula y empleó estrategias didácticas efectivas. También, se</p>	<p>El estudiante demuestra la capacidad de comunicar con claridad y organización los conceptos fundamentales relacionados con las funciones</p>	<p>Se pudo establecer que el profesor ajustó efectivamente su enseñanza para satisfacer las necesidades de diversos ritmos y estilos de aprendizaje. Además, se promovió el desarrollo del</p>

<b>Subcategorías</b>	<b>Guía de observación</b>	<b>Entrevista</b>	<b>Ficha de observación para diagnosticar la propuesta</b>	<b>Lista de cotejos</b>	<b>Interpretaciones</b>
	crítico en el aula, y el docente emplea estrategias didácticas de manera consistente. Además, se promueve la participación activa y colaborativa entre estudiantes	trabajar con GeoGebra resultó entretenido y motivador.	llevaron a cabo evaluaciones que implicaban la resolución de ejercicios en GeoGebra como parte del proceso de aprendizaje.	matemáticas. Además, el estudiante utiliza ejemplos y analogías que ayudan a mejorar la comprensión de estos conceptos.	pensamiento crítico en el aula, y el docente empleó estrategias didácticas de manera consistente. También se fomentó la participación activa y colaborativa estudiantil. Los estudiantes expresaron su recomendación de utilizar GeoGebra para la enseñanza de otros temas y encontraron la experiencia entretenida y motivadora.
<b>CK</b>	El profesor demuestra un profundo entendimiento conceptual en el tema de funciones lineales, mientras que los estudiantes cuentan con una base sólida de conocimientos	Algunos estudiantes tenían un conocimiento limitado sobre funciones matemáticas antes de utilizar GeoGebra. Sin embargo, después de utilizar GeoGebra, su comprensión y	El profesor demostró un sólido dominio conceptual de las funciones lineales utilizando GeoGebra. Los estudiantes fueron capaces de resolver los ejercicios tanto en sus cuadernos como en GeoGebra. El docente abordó una amplia gama de	El estudiante resuelve correctamente ejercicios y problemas que involucran el uso de funciones matemáticas. El estudiante incorpora actividades con	Se destacó que el docente mostraba un profundo entendimiento conceptual en el tema de funciones lineales. A pesar de que el docente abordó numerosos ejercicios relacionados con funciones lineales, aún se identificaron vacíos conceptuales, en

Subcategorías	Guía de observación	Entrevista	Ficha de observación para diagnosticar la propuesta	Lista de cotejos	Interpretaciones
	<p>previos en esta área. El docente aborda una gran cantidad de ejercicios relacionados con funciones lineales, pero aún se detectan lagunas en la comprensión de los estudiantes. A pesar de esto, los estudiantes aplican de manera adecuada los procedimientos para resolver estos ejercicios, aunque a veces cometen errores comunes en el proceso.</p>	<p>conocimiento sobre el tema aumentó significativamente.</p>	<p>ejercicios relacionados con funciones lineales utilizando GeoGebra. Los estudiantes lograron superar las deficiencias conceptuales que se identificaron previamente antes de utilizar GeoGebra. Además, los estudiantes pudieron resolver los ejercicios de manera eficiente y en un tiempo reducido gracias al uso de GeoGebra.</p>	<p>GeoGebra que promueven el aprendizaje activo y la experimentación sobre funciones.</p>	<p>la comprensión de los estudiantes. Sin embargo, los estudiantes aplicaron adecuadamente los procedimientos para resolver ejercicios, aunque cometieron errores comunes en el proceso. El uso de GeoGebra contribuyó significativamente a mejorar la comprensión y el conocimiento de los estudiantes respecto a las funciones lineales. Es decir, algunos estudiantes tenían un conocimiento limitado sobre funciones matemáticas. sin embargo, con la intervención educativa se logró consolidar estos conocimientos.</p>

## **Anexo K. Validación de los instrumentos**

### **Formato de Validación de Instrumentos**

#### **Presentación:**

Reciba un cordial saludo de parte del Lcda. Clara Hiza, estudiante del programa de Maestría en Tecnología e Innovación Educativa de la Universidad Nacional de Educación. El motivo de esta entrevista es la validación de los instrumentos desarrollados para valorar la investigación desarrollada acerca del modelo TPACK a través de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior.

Objetivo, valorar la efectividad del contenido de los siguientes instrumentos: Ficha de observación para diagnosticar la situación inicial, guía de Entrevista para valorar la propuesta, Ficha de observación para diagnosticar la propuesta y Lista de cotejos para valorar el conocimiento de los estudiantes.

#### **Datos informativos:**

Nombres y Apellidos:

Lcda. Maritza Janeth Carrillo Naranjo.

Institución donde labora:

Unidad Educativa "San Pedro" Guanujo

Cargo que desempeña:

Docente

Nivel de formación:

TERCER NIVEL

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Lcda. Maritza Janeth Carrillo Naranjo". The signature is stylized and includes a large circular flourish.

**Instrucciones:**

En cada uno de los criterios marque con una x en base al grado de cumplimiento de los instrumentos que usted acaba de revisar, según la siguiente escala 1 deficiente, 2 aceptable, y 3 satisfactorio.

**Valoración**

No.	Criterio	1 Deficiente	2 Aceptable	3 Satisfactorio
1	<b>Suficiencia:</b> Los instrumentos cubren los aspectos clave a diagnosticar sobre el modelo TPACK y GeoGebra como herramienta pedagógica.		X	
2	<b>Pertinencia:</b> Los ítems de todos los instrumentos se alinean al propósito de diagnosticar la situación que se presentan en las etapas de la investigación.			X
3	<b>Claridad:</b> Los instrumentos están formulados con un lenguaje claro, específico y apropiado, las preguntas son precisas y fáciles de entender.			X
4	<b>Vigencia:</b> Es adecuado a la situación presente de la institución y a los objetivos que persiguen los modelos educativos actuales.			X
5	<b>Objetividad:</b> Los instrumentos están diseñados específicamente de acuerdo a la naturaleza y características de la investigación, sin inducir a una alternativa de respuesta específica.			X
6	<b>Estrategia:</b> El método utilizado en cada instrumento está en correspondencia al propósito del estudio.			X
7	<b>Consistencia:</b> Los ítems de los instrumentos descompone adecuadamente las categorías para que las opciones de respuesta tengan fundamento lógico.			X
8	<b>Estructura:</b> Los instrumentos presentan una estructura consistente con el modelo teórico TPACK y los objetivos de la investigación. Se evidencia organización y cohesión temática entre los ítems de una misma variable o componente. La estructura es adecuada y no presenta limitaciones significativas.		X	
	TOTAL			

*Observaciones:* Uno como docente debe aplicar la TPACK para que los estudiantes pongan en práctica y puedan desenvolverse de lo mejor en realizar los trabajos de GeoGebra y tengan mejores conocimientos de cómo se debe hacer.

*Gracias por su colaboración.*

## Formato de Validación de Instrumentos

### Presentación:

Reciba un cordial saludo de parte del Lcda. Clara Hiza, estudiante del programa de Maestría en Tecnología e Innovación Educativa de la Universidad Nacional de Educación. El motivo de esta entrevista es la validación de los instrumentos desarrollados para valorar la investigación desarrollada acerca del modelo TPACK a través de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior.

Objetivo, valorar la efectividad del contenido de los siguientes instrumentos: Ficha de observación para diagnosticar la situación inicial, guía de Entrevista para valorar la propuesta, Ficha de observación para diagnosticar la propuesta y Lista de cotejos para valorar el conocimiento de los estudiantes.

### Datos informativos:

Nombres y Apellidos:

Martha Enidh Erreyes Armijos

Institución donde labora:

Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe Shiña

Cargo que desempeña

Docente de matemáticas

Nivel de formación

Cuarto nivel

Mgs. Innovación y Liderazgo Educativo



Firmado electrónicamente por:  
MARTHA ENIDH  
ERREYES ARMIJOS

**Instrucciones:**

En cada uno de los criterios marque con una x en base al grado de cumplimiento de los instrumentos que usted acaba de revisar, según la siguiente escala 1 deficiente, 2 aceptable, y 3 satisfactorio.

**Valoración**

No.	Criterio	1 Deficiente	2 Aceptable	3 Satisfactorio
1	<b>Suficiencia:</b> Los instrumentos cubren los aspectos clave a diagnosticar sobre el modelo TPACK y GeoGebra como herramienta pedagógica.			X
2	<b>Pertinencia:</b> Los ítems de todos los instrumentos se alinean al propósito de diagnosticar la situación que se presentan en las etapas de la investigación.			X
3	<b>Claridad:</b> Los instrumentos están formulados con un lenguaje claro, específico y apropiado, las preguntas son precisas y fáciles de entender.			X
4	<b>Vigencia:</b> Es adecuado a la situación presente de la institución y a los objetivos que persiguen los modelos educativos actuales.			X
5	<b>Objetividad:</b> Los instrumentos están diseñados específicamente de acuerdo a la naturaleza y características de la investigación, sin inducir a una alternativa de respuesta específica.			X
6	<b>Estrategia:</b> El método utilizado en cada instrumento está en correspondencia al propósito del estudio.			X
7	<b>Consistencia:</b> Los ítems de los instrumentos descompone adecuadamente las categorías para que las opciones de respuesta tengan fundamento lógico.			X
8	<b>Estructura:</b> Los instrumentos presentan una estructura consistente con el modelo teórico TPACK y los objetivos de la investigación. Se evidencia organización y cohesión temática entre los ítems de una misma variable o componente. La estructura es adecuada y no presenta limitaciones significativas.			X
	TOTAL			

*Observaciones:*

.....

.....

.....

*Gracias por su colaboración.*

## Anexo L. Evidencia de la intervención educativa

### Intervención educativa

Los alumnos se encuentran haciendo uso de la aplicación GeoGebra.



Visualización de GeoGebra en la resolución de funciones lineales .



Estudiantes trabajando en la resolución de ejercicios mediante GeoGebra.



## Anexo M. Evaluación de la propuesta por expertos



Universidad Nacional de Educación  
Maestría en Tecnología e Innovación Educativa

### Evaluación de expertos

Apreciado profesor Martha Enidh Erreyes Armijos con número de cédula de identidad 1105136244. Se comunica con usted Clara Yadira Hiza Hiza de cédula de identidad 0604257634, con el objetivo solicitar su evaluación de la propuesta de tema de tesis titulada: El modelo TPACK a través de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior. Para el efecto a continuación le envío la información requerida de la propuesta de la tesis, en la que consta el tema de investigación, objetivo general y específicos de investigación, la propuesta con su objetivo general y específicos, la planificación curricular y las lecciones de la guía para la intervención educativa.

**Objetivos generales de la investigación:** Determinar la efectividad de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones matemáticas en función lineal a estudiantes de Educación General Básica Superior.

**Objetivos específicos de la investigación:**

- Diagnosticar el nivel de aprendizaje sobre funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior.
- Desarrollar una estrategia didáctica con el modelo TPACK de las funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior basada en la utilización de GeoGebra como herramienta didáctica.
- Evaluar la estrategia didáctica sobre funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior posterior a la utilización del GeoGebra como herramienta didáctica.

**Tema de la investigación:** Propuesta educativa para el aprendizaje de funciones matemáticas aplicando el modelo TPACK mediante el uso de GeoGebra como herramienta pedagógica.

**Objetivo general de la propuesta:**

Diseñar una guía didáctica para el aprendizaje de funciones matemáticas aplicando el modelo TPACK mediante el uso de GeoGebra como herramienta pedagógica.

### Evaluación de expertos

A continuación, se presentan los parámetros a evaluar y la escala cuantitativa que deberá usar para hacer la evaluación de acuerdo a su criterio sobre la información presentada de la propuesta.

La escala a ser utilizada es la siguiente:

Parámetro a evaluar	Objetivo general de la propuesta	Planificación microcurricular	Lecciones	Características de la guía didáctica	
				Diseño	Recursos
Redacción	5	5	5	4	5
Pertinencia	5	5	5	5	5
Relación con el objetivo general de la investigación	5	5	4	4	4
Relación con los objetivos específicos de la investigación	5	5	5	4	5

#### Observaciones:

---



---



---



---

**Nombre completo del evaluador:**

---

**Correo electrónico:** \_\_\_\_\_.

**Asignatura que dicta en la docencia:** \_\_\_\_\_.

**Tiempo de experiencia en el ejercicio de la docencia (años):** \_\_\_\_\_.

**Firma:** \_\_\_\_\_.

### **Evaluación de expertos**

Apreciado profesor Maritza Janeth Carrillo Naranjo con número de cédula de identidad 0201062874 Se comunica con usted Clara Yadira Hiza Hiza de cédula de identidad 0604257634, con el objetivo solicitar su evaluación de la propuesta de tema de tesis titulada: El modelo TPACK a través de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior. Para el efecto a continuación le envío la información requerida de la propuesta de la tesis, en la que consta el tema de investigación, objetivo general y específicos de investigación, la propuesta con su objetivo general y específicos, la planificación curricular y las lecciones de la guía para la intervención educativa.

**Objetivos generales de la investigación:** Determinar la efectividad de GeoGebra como herramienta didáctica aplicando el modelo TPACK en la enseñanza de funciones matemáticas en función lineal a estudiantes de Educación General Básica Superior.

**Objetivos específicos de la investigación:**

- Diagnosticar el nivel de aprendizaje sobre funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior.
- Desarrollar una estrategia didáctica con el modelo TPACK de las funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior basada en la utilización de GeoGebra como herramienta didáctica.
- Evaluar la estrategia didáctica sobre funciones matemáticas en estudiantes de Educación General Básica Superior posterior a la utilización del GeoGebra como herramienta didáctica.

**Tema de la investigación:** Propuesta educativa para el aprendizaje de funciones matemáticas aplicando el modelo TPACK mediante el uso de GeoGebra como herramienta pedagógica.

**Objetivo general de la propuesta:**

Diseñar una guía didáctica para el aprendizaje de funciones matemáticas aplicando el modelo TPACK mediante el uso de GeoGebra como herramienta pedagógica.

**Evaluación de expertos**

A continuación, se presentan los parámetros a evaluar y la escala cuantitativa que deberá usar para hacer la evaluación de acuerdo a su criterio sobre la información presentada de la propuesta.

La escala a ser utilizada es la siguiente:

1. Muy regular, 2. Regular, 3. Bueno, 4. Muy bueno, 5. Excelente.

Parámetro a evaluar	Objetivo general de la propuesta	Planificación micro curricular	Lecciones	Características de la guía didáctica	
				Diseño	Recursos
Redacción	5	5	5	5	5
Pertinencia	5	5	5	5	5
Relación con el objetivo general de la investigación	5	5	5	5	5
Relación con los objetivos específicos de la investigación	5	5	5	5	5

**Observaciones:**

La propuesta de esta investigación es aplicable por que la planificación se adapta al currículo nacional \_\_\_\_\_ .

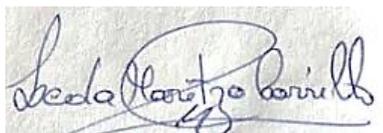
**Nombre completo del evaluador:** Maritza Janeth Carrillo Naranjo

**Correo electrónico:** carrillonaranjomaritzajanrth@gmail.com

**Asignatura que dicta en la docencia:** Matemática

**Tiempo de experiencia en el ejercicio de la docencia (años):** 34

**Firma:**



## Cláusula De La Propiedad Intelectual



### Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Clara Yadira Hiza Hiza autor/a del trabajo de titulación “El modelo TPACK a través de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Lugar, fecha

Azogues 21 – 10 - 2023



CLARA YADIRA HIZA  
HIZA

---

Clara Yadira Hiza Hiza  
0604257634

## Licencia y autorización para publicación en el Repositorio institucional



### Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Clara Yadira Hiza Hiza en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación **“El modelo TPACK a través de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior”**, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNA E una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNA E para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Azogues, 21 de octubre del 2023



Clara Yadira Hiza Hiza  
C.I. 0604257634

Aprobación del tutor



## CERTIFICADO DE APROBACIÓN DEL TUTOR

Certificado para Protocolo de Titulación Maestría en Tecnología e Innovación Educativa

---

### **Maestría en Tecnología e Innovación Educativa I Cohorte**

Yo, Roxana Auccahuallpa Fernandez, tutor del Protocolo de Titulación de la Maestría en Tecnología e Innovación Educativa I Cohorte denominado “El modelo TPACK a través de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de funciones matemáticas en los estudiantes de Educación Básica Superior” perteneciente al maestrante: Clara Yadira Hiza Hiza con C.I 060425763-4 .Doy fe de haber guiado y aprobado el Protocolo de Titulación. También informo que el trabajo fue revisado con la herramienta de prevención de plagio donde reportó el 10 % de coincidencia en fuentes de internet, apegándose a la normativa académica vigente de la Universidad.

Azogues, 05 de noviembre del 2023



Roxana Auccahuallpa Fernandez