



Máster de
formación del profesorado
de Educación Secundaria
en Ecuador



UNIVERSITAT DE
BARCELONA



DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA:

“FUNCIONES Y LÍMITES”

Trabajo Fin de Máster de la maestría de Formación del Profesorado
de Educación Secundaria del Ecuador

Cercado Aveiga Rolando Agustin

C.I.: 1205359191

Tutora: Edelmira Rosa Badillo Jiménez

Máster en Formación del Profesorado

13 de octubre de 2018

Resumen

El presente proyecto de investigación realizado como Trabajo Final de Master tiene la finalidad de ofrecer al currículo la planificación de la primera unidad didáctica “Funciones y Límites”, para mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje y la toma de decisiones.

La propuesta se enfoca en innovar nuevas estrategias y metodologías las cuales permita a los estudiantes de Tercer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “16 de Mayo”; aprender, diseñar, realizar y comprender las “funciones y límites”. Para lo cual se necesita cambiar la ideología de los estudiantes, debido a que, en nuestro medio, a los estudiantes no les gustan las matemáticas. Los estudiantes refieren que “es muy complejo y no se entiende”, por lo cual se trató de diseñar estrategias nuevas y a través del uso de las TIC se pretende poder demostrar a los estudiantes que la matemática es necesaria para toda muestra vida personal y profesional.

Palabras clave: planificación, funciones, límites.

Abstract

The present research project carried out as Final Master work aims to offer the curriculum planning the first didactic unit "Functions and limits", to improve the teaching process - learning and decision-making.

The proposal focuses on innovating new strategies and methodologies which allow students from third year of Bachelor of the “Unidad Educativa 16 de Mayo”; learn, design, realize and understand the "functions and limits". For which we need to change the ideology of the students, since, in our environment, students not like math. Students refer to that "is very complex and not understood", which sought to design new strategies and through the use of TIC intends to demonstrate to students that mathematics is necessary for all sample personal and professional life.

Keywords: planning, functions, limits.

Índice

Resumen	2
Abstract.....	2
Índice	3
Capítulo I.....	6
1.1. Objetivos.....	6
1.1.1. Objetivo General	6
1.1.2. Objetivos Específicos	6
1.2. Justificación	6
Capítulo II.....	8
2.1. Metodología.....	8
2.2. Presentación del Alumno.....	8
2.1.1 Contextualización de la labor docente del alumno	8
2.1.2 Presentación y análisis reflexivo de las evidencias de aprendizaje competencial realizadas durante el Máster de Matemática	9
2.3. Planes de clase propuestos.....	12
2.3.1. Planificación de la clase No. 1	13
2.3.2. Planificación de la clase No. 2	15
2.3.3. Planificación de la clase No. 3	20
2.3.4. Planificación de la clase No. 4	30
Capítulo III	32
Cercado Aveiga Rolando Agustín	3

3.1. Dificultades de aprendizaje advertidas en los alumnos	32
3.2. Interacción entre el profesor y los discentes.....	34
3.3. Dificultades inherentes a la propia actuación como docente.....	34
3.4. Análisis e interpretación de los datos obtenidos.....	35
3.5. Establecimiento de conclusiones resultantes de la investigación	41
3.6. Reflexiones finales	43
3.7. Autoevaluación General de los Aprendizajes Adquiridos.....	36
3.8. Referencias Bibliografía	40
3.9. Anexos.....	41

Javier Loyola, 13 de octubre del 2018

Yo, **Rolando Agustin Cercado Aveiga**, autor/a del Trabajo Final de Maestría, titulado: **Diseño de la Unidad Didáctica: "Funciones y Límites"**, estudiante de la Maestría en Educación, mención **Enseñanza de la Matemática** con número de identificación 120535919 - 1, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Rolando Agustin Cercado Aveiga

Firma: 

Capítulo I

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo General

Diseñar una planificación docente de la unidad didáctica “Funciones y Límites” para el Tercer Año de Bachillerato General Unificado del sistema educativo ecuatoriano que permita mejorar la labor docente en el aula, y que ayude a la adquisición de las destrezas básicas indispensables y deseables presentes en el Currículo Nacional Ecuatoriano durante el periodo académico 2018 – 2019.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Lograr que los estudiantes de Tercer Año de BGU alcancen las destrezas básicas imprescindibles y deseables del Currículo Nacional Ecuatoriano para el área de Matemática.
- Identificar las principales dificultades que los estudiantes experimentan en relación a la comprensión de los conceptos matemáticos y el proceso de solución de problemas relacionados con el tema de límites y funciones.
- Lograr un cambio de actitud en los estudiantes respecto de la concepción que tienen hacia la Matemática, a través de la lúdica y la aplicación de ejercicios propuestos en actividades de la vida diaria.
- Promover la utilización del razonamiento lógico y matemático como estrategia para la resolución de ejercicios matemáticos, además del análisis del significado de la solución encontrada, como una forma de cambiar la metodología pedagógica de enseñanza obsoleta basada en la repetición, memorización y el aprendizaje mecánico del proceso de solución.

1.2. Justificación

Se propone trabajar con los estudiantes la unidad de “Funciones y Límites”, la misma que corresponde a la primera unidad del Área de Matemática para el Tercer Año de Bachillerato General Unificado del Currículo Nacional Ecuatoriano, para analizar el desempeño y la efectividad de la labor docente y el grado de logro de destrezas y conocimientos básicos imprescindibles y deseables, ya que de esta forma, y a través de una valoración de logros se

puede diseñar nuevas estrategias y herramientas pedagógicas que ayuden a mejorar la labor del docente en el aula lo que se traduce en una mayor comprensión y desempeño del estudiante.

El (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) en la reforma curricular realizada, diferencia dos tipos de aprendizajes básicos en los estudiantes de BGU, los aprendizajes básicos imprescindibles y los aprendizajes básicos deseables. Los aprendizajes básicos imprescindibles.

Son considerados como básicos imprescindibles los aprendizajes que es preciso adquirir al término del subnivel de referencia para evitar una situación de riesgo alto de exclusión social para los estudiantes implicados, ya que su no adquisición comprometería gravemente su proyecto de vida personal y profesional, condicionaría muy negativamente su desarrollo personal y social y les impediría acceder a los procesos educativos y formativos posteriores y aprovecharlos. Es decir, se trata de aprendizajes mínimos obligatorios para la promoción escolar, ya que, si no se logran en los niveles en los que se promueven, son muy difíciles de alcanzar en momentos posteriores. (pág. 18).

Por otro lado, en la matriz de destrezas con criterios de desempeño del área de Matemática para el nivel de Bachillerato General Unificado, se expresa como destreza para el nivel: “aplicar las propiedades algebraicas de los números reales en la resolución de productos notables y en la factorización de expresiones algebraicas”¹, “conocer y aplicar el álgebra de límites de sucesiones convergentes...”², entre otros.

Por lo anteriormente expuesto, se justifica la realización del presente Trabajo de Fin de máster, para lo cual se propondrá una sucesión pedagógica que incluyan los temas referentes a la primera unidad de “Funciones y Límites”.

¹ M.5.1.1. Matriz de destrezas con criterios de desempeño del área de Matemática para el nivel de Bachillerato General Unificado, Bloque curricular 1, Álgebra y Funciones, <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/5-M.pdf>

² M.5.1.61. Matriz de destrezas con criterios de desempeño del área de Matemática para el nivel de Bachillerato General Unificado, Bloque curricular 1, Álgebra y Funciones, <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/5-M.pdf>

Capítulo II

2.1. Metodología

La intención es instruir los conceptos matemáticos, y las estrategias de resolución de problemas de la unidad de “Funciones y Límites” a los estudiantes de Tercer Año de BGU, utilizando estrategias pedagógicas y lúdicas que permitan cambiar la concepción de los estudiantes hacia la asignatura de Matemática y despertar su interés a través de la abstracción de problemas matemáticos, y la modelización matemática de problemas de la vida cotidiana, en tal sentido que los discentes encuentren una aplicación práctica para sus conocimientos matemáticos que van adquiriendo.

Por otro lado, se trabajará tomando en consideración el aprendizaje significativo y el constructivismo como ejes de la estrategia de enseñanza – aprendizaje.

2.2. Presentación del Alumno

2.1.1 Contextualización de la labor docente del alumno

Inicié mi experiencia profesional en la docencia mediante un concurso de méritos y oposición ofertado por el Ministerio de Educación del Ecuador, a través del cual fui designado para trabajar en la Unidad Educativa “16 de Mayo”, ubicada en el cantón Quinsaloma, en la cual laboro hasta la actualidad. Actualmente me encuentro cursando una Maestría de Matemática en la Universitat de Barcelona – España. Durante mi labor profesional he realizado cursos de actualización y capacitación relacionados con la labor docente. Mi experiencia va desde trabajar con estudiantes de octavo Grado de Educación General Básica hasta el Tercer Año de Bachillerato General Unificado. En el presente año lectivo me desempeño como tutor en el área de Matemática.

Mi aspiración como docente de la asignatura de Matemática es que los jóvenes discentes comprendan los conceptos matemáticos que trato de transmitir durante las clases, analizando los problemas para comprender la razón del proceso matemático empleado para encontrar la

solución, de modo que se abandone el obsoleto sistema memorístico, repetitivo y mecánico de enseñanza; por esta razón, el interés personal al elegir esta maestría, es de ampliar mi visión sobre nuevas técnicas y estrategias de enseñanza, que se adapte al ritmo de la sociedad actual, que cada día avanza a grandes pasos tecnológicamente. En este sentido, la experiencia adquirida durante el programa de máster ha sido muy positiva, pues a través de las enseñanzas y guía de los tutores, he abstraído mejores conocimientos y formas de llegar a los alumnos para que sean éstos quienes con mi guía puedan construir su propio conocimiento, comprendiendo los conceptos matemáticos y relacionándolos con aplicaciones en la vida diaria.

2.1.2 Presentación y análisis reflexivo de las evidencias de aprendizaje competencial realizadas durante el Máster de Matemática

Para la realización del presente trabajo de Fin de Máster, sobre la propuesta de una secuencia didáctica a ser aplicada en la Unidad Educativa 16 de Mayo de la ciudad de Quinsaloma, de la provincia de Los Ríos – Ecuador, para lo cual se consideró como elemento principal, el mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la labor docente con los alumnos del Tercer Año de BGU, a fin de que sea el estudiante el responsable de la construcción de su propio conocimiento, contando con la guía y tutoría del docente quien será el responsable de determinar, cuándo el estudiante ha adquirido el conocimiento considerado como “verdadero”. Para esto, es necesario poner en práctica todo lo aprendido en el Máster de Formación de Profesorado de Educación Secundaria del Ecuador, impartido por los docentes de la Universidad de Barcelona-España.

Además, se tomó en consideración que la labor del docente en el aula debe estar encaminada hacia el aprendizaje y el desarrollo del alumno como ser humano y como ser social. La formación integral del estudiante no puede lograrse solo a través del impulso de sus destrezas de pensamiento; es necesario un balance entre la capacidad de razonar y la de valorar, por lo cual, el propósito fundamental es el desarrollar la capacidad para pensar, razonar, comunicar, aplicar y valorar las relaciones entre las ideas y los fenómenos reales.

Este conocimiento y dominio de los procesos, le dará al estudiante la capacidad para describir, estudiar, modificar y asumir el control de su ambiente físico e ideológico, mientras desarrolla su capacidad de pensamiento y de acción de una manera efectiva.

La secuencia didáctica está planificada pensando en que el estudiante adquiera las herramientas que le permitan resolver problemas de su entorno inmediato y de la realidad nacional y mundial, procesando y organizando la información adecuadamente, aplicando modelos complejos de índole algebraica o funcional, con la ayuda de métodos o algoritmos matemáticos y el uso de las TIC. Además, valora y aprecia la Matemática y sus métodos, lo que le posibilita resolver problemas de otras áreas de conocimiento

Adicionalmente el trabajo se fundamenta en la sociología; es decir, que la educación brindada a los estudiantes constituya una práctica social útil para el individuo, y que estén basados en valores, destrezas y habilidades que le permitan integrarse con eficiencia e igualdad de condiciones y de cultura que todos los estudiantes ecuatorianos; es decir, que nuestros alumnos se conviertan en el futuro, en personas que aporten de manera efectiva en el desarrollo del país.

La planificación planteada, se estructuró en cuatro planes de clase, donde cada plan de clase cuenta con varias horas clase (40 minutos aproximadamente), dependiendo del tema tratado en cada plan de clase, de modo que se cubra toda la unidad didáctica de “Funciones y Límites”.

Durante el desarrollo de las clases expositivas, se expusieron ejemplos de aplicaciones en la vida diaria, con el objetivo que los estudiantes se interesen por la asignatura y los conceptos matemáticos puedan ser abstraídos de manera más fácil.

Durante el desarrollo de las sesiones de clase, se hizo especial hincapié en crear un ambiente de confianza con los estudiantes, basada en el respeto mutuo, de forma que se sientan en libertad de expresar cualquier inquietud en cuanto a los temas de la clase o al

proceso de resolución de ejercicios.

Como punto de partida para la elaboración de la propuesta de la secuencia didáctica se tomó en consideración la descripción de algunas características de enseñanza activa y creativa realizada por (Torre & Violant, 2003):

- a) Planificación flexible: esto permite dejar cierto margen para la improvisación y la solución de problemas in situ que puedan presentarse.
- b) Adaptación contextual: referente al espacio físico del aula o medio físico donde se desarrollen las sesiones de clase, el tiempo y distribución del horario de clase, el número de alumnos, etc.
- c) Clima distendido y gratificante: sin lugar a duda uno de los aspectos más importantes a tener en cuenta, pues la confianza y el bienestar es imprescindible para la expresión de ideas y la comunicación, la ausencia de temor a las burlas, el ambiente cooperativo, la presencia del humor, entre otros, constituye un factor indispensable para un mejor desempeño del estudiante en la clase.
- d) Participación activa: en el aula debe prevalecer la actividad y el protagonismo del estudiante sobre las explicaciones del docente, de este modo, se promueve el aprendizaje constructivista.
- e) Satisfacción de los alumnos: durante las sesiones de clase se buscará la satisfacción discente, promoviendo un clima positivo. La actividad gratificante conlleva a la comunicación del resultado, mientras que el aburrimiento se puede localizar en una transmisión que no conecta con el destinatario, porque la persona puede estar pasiva. La gratificación de logro del estudiante, el saber que pudo realizar una actividad de manera correcta se refleja en un deseo de continuidad, y a través de ésta se adquieren habilidades y hábitos sin apenas conciencia de esfuerzo.
- f) Conciencia de autoaprendizaje: constituye la sensación de que hemos adquirido un

conocimiento nuevo y de que algo ha cambiado en nuestro interior, haciéndonos más conscientes de nuestra capacidad de autoaprendizaje. Aunque no siempre se sepa explicar en ese momento el porqué, se intuye que lo vivido, por su significatividad o profundidad, ha valido la pena.

- g) Satisfacción docente: finalmente, desde la seguridad profesional (cognoscitiva, metodológica, afectiva, ...), el experimentar la satisfacción en mi labor diaria, me permite comunicarlo y al hacerlo, las respuestas de los alumnos son así mismo mejores, y en definitiva se gana autoridad o liderazgo. De este modo, la espiral constructiva se unifica con la formación dialógica y la calidad de la comunicación mejora.

2.3. Planes de clase propuestos

A continuación se presentan una secuencia de los planes de clase de la signatura de Matemática, como guía de la planificación docente en el sistema educativo ecuatoriano para mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje referente a la metodología utilizada para la solución de Funciones y Limites, y que ayude a la adquisición de las destrezas básicas indispensables y deseables presentes en el Currículo Nacional Ecuatoriano para estudiantes de Tercer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “16 de Mayo”, durante el periodo académico 2018 – 2019.

Datos Informativos:

Área de asignatura: Matemática

Curso: Tercer Año de Bachillerato General Unificado. Número de unidad de planificación:

Uno

Título de la unidad de planificación: Funciones y límites

2.3.1. Planificación de la clase No. 1

Objetivo específico:	Evaluar las destrezas y conocimientos de los estudiantes de Tercero de Bachillerato, adquiridos hasta el momento.		
Tiempo:	45 minutos		
Estrategias metodológicas	Recursos	Indicadores de logro	Actividades de evaluación Técnicas e Instrumentos
1. Experiencia -Lluvia de ideas a través de preguntas: ¿Qué es una ecuación? ¿Qué es una función? ¿Cuáles son las características de una función? ¿Qué es un vector? ¿Cómo se puede representar un vector en el plano?	Lápiz Borrador de goma. Esfero. Hojas de papel bond. Marcadores de colores.	Entiende lo que es una ecuación, una función y un vector. Representa adecuadamente un vector en el plano.	Técnica: -Prueba Instrumento: -Cuestionario.

<p>Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Reflexión</p> <p>- ¿En qué ejemplos de la vida cotidiana utilizo una ecuación para resolver un problema? ¿Una función? ¿Y un vector?</p> <p>3. Conceptualización</p> <p>A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase: -Ecuación, función, vector.</p> <p>4. Aplicación</p> <p>Debido a que esta primera clase es para evaluar los conocimientos adquiridos hasta ahora, se aplicará un test:</p> <p>Resuelve las siguientes ecuaciones lineales</p> <p>a. $\frac{4x - 3}{2} = \frac{5x + 1}{3}$</p> <p>b. $\frac{x - 3}{2} + 7 = x - \frac{5 - x}{4}$</p> <p>Determina el dominio y recorrido de estas funciones en \mathbb{R}.</p> <p>a. $f(x) = 2x - 1$</p> <p>b. $f(x) = 3x^2$</p>	<p>Borrador de tiza líquida. Pizarra.</p>	<p>Entiende la aplicación de la Matemática en la solución a problemas de la vida cotidiana.</p> <p>Es capaz de resolver ejercicios básicos de ecuaciones lineales, funciones y vectores.</p>	
---	---	--	--

<p>Las componentes rectangulares de \vec{u} y \vec{v} son $\vec{u} = (-1, 3)$ y $\vec{v} = (2, -2)$. Calcula las componentes de:</p> <p>a. $\vec{u} + \vec{v}$</p> <p>b. $-\frac{1}{3} \vec{v}$</p> <p>Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto A $(-3, 3)$ y tiene por vector director $\vec{v} = \vec{i}$</p>			
--	--	--	--

2.3.2. Planificación de la clase No. 2

La clase No. 2 se dividirá en 3 horas clase.			
Objetivo específico:	Entender las propiedades y usos de los exponentes y logaritmos.		
Tiempo:	150 minutos (3 horas clase, primera semana)		
Destrezas con criterio de desempeño a ser desarrolladas	<p>Reconocer y graficar funciones exponenciales analizando sus características: monotonía, concavidad y comportamiento al infinito.</p> <p>Aplicar las propiedades de los exponentes y los logaritmos para resolver ecuaciones e inecuaciones con funciones exponenciales y logarítmicas con ayuda de las TIC.</p> <p>Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones exponenciales o logarítmicas identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas y juzgar la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.</p>		
Estrategias metodológicas	Recursos	Indicadores de logro	Actividades de evaluación Técnicas e instrumentos
<p>1. Experiencia</p> <p>Lluvia de ideas a través de preguntas: ¿Para qué sirven los exponentes? ¿Y los logaritmos?</p>	<p>Lápiz Borrador de goma. Esfero. Hojas de papel bond.</p>	<p>Comprende y utiliza correctamente las propiedades de los exponentes y logaritmos.</p>	<p>Técnica: Observación Instrumento: Lista de cotejo</p>

<p>Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Conceptualización</p> <p>A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Exponentes y logaritmos. -Función Exponencial. -Función Logarítmica. -Ecuaciones Exponenciales. -Ecuaciones Logarítmicas. <p>3. Aplicación</p> <p>Antes de entrar al estudio de sus funciones, daremos un repaso al uso y propiedades de los mismos, tanto de exponentes como de logaritmos.</p> <p>A continuación, se expondrán ejemplos de la vida cotidiana en los que se utiliza una función exponencial o logarítmica para modelar el ejercicio.</p> <p>De igual manera se realizará para las ecuaciones exponenciales y logarítmicas.</p>	<p>Marcadores de colores. Borrador de tiza líquida. Pizarra. Proyector. Material audiovisual sobre trayectoria de cohetes espaciales durante el despegue.</p>	<p>Comprende y utiliza correctamente las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas.</p> <p>Utiliza las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas para resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.</p>	
CONTENIDO CIENTÍFICO			
<p>Exponentes</p> <p>Dados dos números reales $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$, definimos a la potencia enésima de a como:</p>			

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factores}}$$

Si $a \neq 0$,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Podemos representar una raíz mediante exponentes fraccionarios.

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}; n \in \mathbb{N}, n \neq 1, a > 0$$

Logaritmos

Recuerda ahora que el logaritmo de un número es el exponente al que debemos elevar la base para obtener ese número.

Dados dos números $a, n \in \mathbb{R}$ siendo $a > 0, a \neq 1$ definimos el logaritmo de a base n , denotado por $\log_n a$ como:

$$\log_n a = b \Leftrightarrow n^b = a, n > 0, n \neq 1$$

Propiedades

Ilustración 1. Propiedades de los Exponentes y Logaritmos

Exponentes	Logaritmos
<p>1. El producto de potencias de igual base es igual a la misma base elevada a la suma de los exponentes.</p> $a^n \cdot a^m = a^{n+m}, a \in \mathbb{R}$	<p>1. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.</p> $\log_n(a \cdot b) = \log_n a + \log_n b \quad \begin{matrix} a, b > \\ n > 0 \end{matrix}$
<p>2. La potencia de otra potencia es igual a la base elevada a todos los exponentes multiplicados.</p> $(a^n)^m = a^{n \cdot m}; a, n, m \in \mathbb{R}$	<p>2. El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base</p> $\log_n a^b = b \cdot \log_n a \quad \begin{matrix} a, b, n \in \mathbb{R} \\ a, n > 0 \end{matrix}$
<p>3. Cualquier número diferente a cero elevado al exponente 0 es igual a 1.</p> $a^0 = 1; a \in \mathbb{R}, a \neq 0$	<p>3. El logaritmo de una fracción es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.</p> $\log_n a/b = \log_n a - \log_n b \quad \begin{matrix} a, b, n \in \mathbb{R} \\ a, n > 0 \end{matrix}$
<p>4. 0 elevado a cualquier potencia, menos 0, es igual a 0.</p> $0^a = 0; a \in \mathbb{R}, a \neq 0$	<p>4. El logaritmo de la base es 1.</p> $\log_a a = 1 \Rightarrow \ln e = 1$
	<p>5. El logaritmo de 1 es siempre 0.</p> $\log_a 1 = 0$
	<p>6. $a^{\log_a x} = x \Rightarrow e^{\ln x} = x$</p>
	<p>7. $\log_a a^x = x \Rightarrow \ln e^x = x$</p>

Fuente: Libro de Matemática de Tercer Año de BGU del Ministerio de Educación del Ecuador (pág. 16).

Funciones exponenciales

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$x \rightarrow f(x) = a^x, \text{ donde } a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$$

A la función que asigna a la variable independiente x el valor $f(x) = a^x$ la llamamos función exponencial de base a , donde a es un número real positivo diferente de 1.

Podemos definir la función biyectiva: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$$x \rightarrow f(x) = b^x$$

Propiedades	
<ul style="list-style-type: none"> • Dominio: $D(f) = \mathbb{R}$ • Recorrido: $R(f) =]0, +\infty)$ • Acotación: Está acotada inferiormente por 0. • Intersecciones con los ejes: eje OY en el punto $(0, 1)$, ya que $a^0 = 1$. • Continuidad: Es continua en \mathbb{R}. • Tendencia: La recta $y \rightarrow 0$ es una asíntota horizontal. <p>Si $a > 1$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$</p> <p>Si $0 < a < 1$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Periodicidad: No es periódica. • Simetría: No es simétrica. • Crecimiento y decrecimiento: Es estrictamente creciente si $a > 1$, y estrictamente decreciente si $0 < a < 1$. • Extremos relativos: No tiene. • Inyectividad: Es inyectiva, puesto que cualquier recta horizontal que tracemos sobre la gráfica la intercepta como máximo un punto. Esto es si $f(x_1) = f(x_2)$ <p>Entonces $x_1 = x_2$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sobreyectividad: No es sobreyectiva, pues el recorrido no es \mathbb{R}. <p>Por tanto f no es biyectiva.</p>

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \quad x \rightarrow f(x) = \log_a x$$

Fuente: Libro de Matemática de Tercer Año de BGU del Ministerio de Educación del Ecuador (pág. 18).

Funciones logarítmicas

A la función que asigna a la variable independiente x el valor $f(x) = \log_a x$ la llamamos función logarítmica en base a , donde a es un número real positivo diferente de 1.

Análogamente se cumple que $a^{\log_a x} = x$. Vemos entonces que las funciones exponenciales y logarítmicas son funciones inversas.

Ecuaciones exponenciales

Para resolver una ecuación exponencial, además de la definición y las propiedades de las potencias y los logaritmos, utilizaremos:

- La inyectividad de las funciones exponenciales:
 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow a^{x_1} \neq a^{x_2}$ lo que equivale a $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$

La inyectividad permite convertir una ecuación exponencial en otra ecuación cuya resolución es más sencilla.

- Un cambio de variable: en general $a^x = t$.

Este cambio de variable permite convertir una ecuación exponencial, cuya incógnita es x , en otra ecuación, cuya incógnita es t , y de resolución más sencilla.

Ecuaciones logarítmicas

Llamamos ecuaciones logarítmicas a aquellas ecuaciones cuya incógnita viene afectada por un logaritmo.

Para resolver estas ecuaciones utilizaremos, además de la definición y las propiedades de los logaritmos, la inyectividad de las funciones logarítmicas:

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow \log_a x_1 \neq \log_a x_2 \text{ lo que equivale a } \log_a x_1 = \log_a x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

La inyectividad permite convertir una ecuación logarítmica en otra ecuación cuya resolución es más sencilla. No obstante, en este caso, debemos rechazar, si las hay, las soluciones de esta última ecuación que al sustituir en la ecuación inicial originen el logaritmo de un número negativo.

2.3.3. Planificación de la clase No. 3

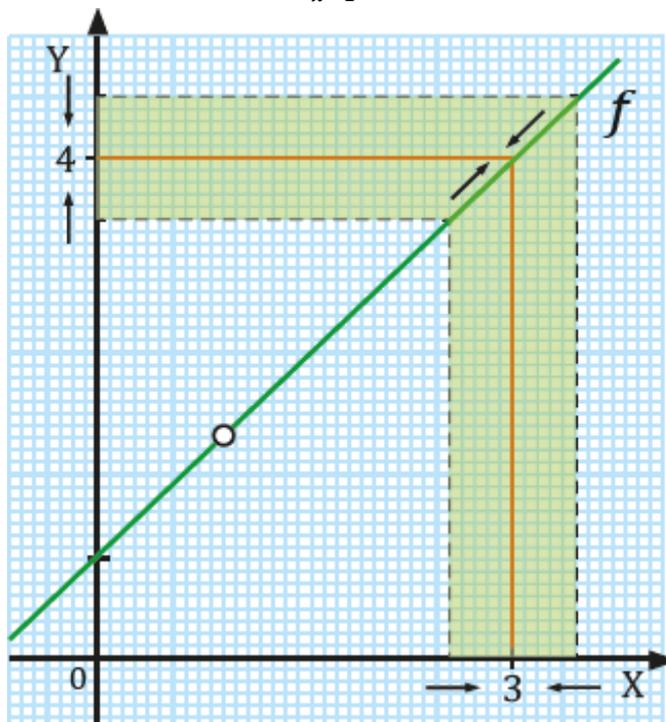
La clase No. 3 se dividirá en 9 horas clase.			
Objetivo específico:		Entender las propiedades y usos de los exponentes y logaritmos.	
Tiempo:	450 minutos (9 horas clase, segunda, tercera y cuarta semana)		
Destrezas con criterio de desempeño a ser desarrolladas	Interpretar el concepto geométrico de los límites.		
	Resolver y plantear problemas reales o hipotéticos que pueden ser modelizados con derivadas de funciones cuadráticas identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas, juzgando la pertinencia y validez de los resultados obtenidos.		
	Interpretar de manera geométrica y física la primera derivada (pendiente de la tangente, velocidad instantánea) de funciones polinomiales de grado ≤ 4 con apoyo de las TIC.		
Interpretar de manera física la segunda derivada (aceleración media, aceleración instantánea) de una función polinomio de grado ≤ 4 para analizar la monotonía, determinar los máximos y mínimos de estas funciones y graficarlas con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets).			
Calcular de manera intuitiva la derivada de funciones racionales cuyos numeradores y denominadores sean polinomios de grado ≤ 2 para analizar la monotonía, determinar los máximos y mínimos de estas funciones y graficarlas con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets)			
Resolver aplicaciones reales o hipotéticas con ayuda de las derivadas de funciones polinomiales de grado ≤ 4 y de funciones racionales cuyos numeradores y denominadores sean polinomios de grado ≤ 2 y juzgar la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.			
Estrategias Metodológicas	Recursos	Indicadores de logro	Actividades de evaluación Técnicas e instrumentos
1. Experiencia Cada clase, dependiendo del tema a tratar, se partirá de una serie de lluvias de ideas que se detallan a continuación:	Lápiz Borrador de goma.	Comprende y utiliza correctamente las propiedades de los límites.	Técnica: Observación

<p>¿Qué es un límite? ¿Qué valores toma una función que tiende hasta el infinito? ¿Es posible calcular la suma de dos valores muy grandes (no determinados) que tienden al infinito? ¿Para qué sirven los límites? ¿Cómo se representa geoméricamente un límite? ¿Qué es la derivada de una función? ¿Cómo se representa físicamente una derivada? ¿Qué es la “ley de la cadena”?</p> <p>Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de cada clase.</p> <p>2. Conceptualización</p> <p>A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante las clases:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Límites de funciones. -Límite finito de una función en un punto. -Límites laterales finitos. -Relación entre límite y los límites laterales. -Límite infinito de una función en un punto. -Límites de una función en el infinito. -Propiedades de los límites 	<p>Esfero. Hojas de papel bond. Marcadores de colores. Borrador de tiza líquida. Pizarra. Proyector. Material audiovisual. Calculadora s gráficas.</p>	<p>Emplea correctamente las propiedades de las derivadas.</p> <p>Abstrae el concepto de derivada y la utiliza en la “ley de la cadena”.</p> <p>Comprende el concepto físico de un límite.</p> <p>Comprende e interpreta el concepto físico y geométrico de la primera derivada.</p> <p>Comprende e interpreta el concepto físico de la segunda derivada.</p> <p>Resuelve y plantea problemas reales o hipotéticos que</p>	<p>Instrumento: Lista de cotejo</p>
--	--	---	--

<p>-Propiedades</p> <p>-Indeterminaciones.</p> <p>-Cálculo de límites.</p> <p>-Límites de funciones polinómicas.</p> <p>-Límites de funciones racionales.</p> <p>-Límites de funciones definidas a trozos.</p> <p>-Levantar indeterminaciones para calcular límites.</p> <p>-Aplicación de límites</p> <p>-Asíntotas verticales</p> <p>-Asíntotas horizontales</p> <p>-Continuidad</p> <p>-Continuidad en un punto</p> <p>-Continuidad lateral</p> <p>-Continuidad en un intervalo</p> <p>-Propiedades de las funciones continuas</p> <p>-Continuidad de las funciones elementales.</p> <p>3. Aplicación</p> <p>Durante las clases y dependiendo del tema que se está tratando en la clase se expondrán casos de aplicación práctica en la vida cotidiana de límites, derivadas, como ejemplo aquí se mencionan los siguientes:</p> <p>-En la administración de un negocio, su dueño necesita conocer según el nivel de producción, cuál</p>		<p>pueden ser modelizados con derivadas de funciones cuadráticas identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas, juzgando la pertinencia y validez de los resultados obtenidos.</p>	
---	--	--	--

<p>sería el menor costo para obtener la mayor ganancia posible.</p> <p>-Cuando vas en un auto y este acelera, esa “variación de la velocidad en un tiempo determinado” se lo puede representar mediante una derivada.</p> <p>-En la medicina la aplicación de las derivadas es muy útil, por ejemplo, supongamos que se está estudiando la velocidad de crecimiento de un cultivo de bacterias, con la primera derivada podríamos calcular la velocidad de este crecimiento.</p> <p>-Debido a la interpretación física de la segunda derivada con la cual podemos medir la aceleración, se pueden plantear muchos ejemplos en la vida cotidiana que involucren a la aceleración como el cambio de la velocidad que experimenta un cuerpo en el transcurso de un tiempo determinado.</p>			
<p>CONTENIDO CIENTÍFICO</p>			
<p>Límites de funciones</p> <p>Un número real L es el límite de una función $f(x)$ cuando x tiende a x_0 si para cualquier número real positivo ϵ, existe un número real δ, tal que si $0 < x - x_0 < \delta$, entonces $f(x) - L < \epsilon$. Lo simbolizamos escribiendo:</p> $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ <p>Límite finito de una función en un punto</p>			

Considera la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ $x \neq 1 \Rightarrow f(1)$ no existe.



Fuente: Libro de Matemática de Tercer Año de BGU del Ministerio de Educación del Ecuador (pág. 22).

Límites laterales finitos

Considera la función por partes:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 2 \\ -x + 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \text{ y el punto } x = 2.$$

x	f(x)	x	f(x)
1,9	2,9	2,1	0,9
1,99	2,99	2,01	0,99
1,999	2,999	2,001	0,999
...

Decimos que el límite lateral de f cuando x tiende a 2 por la izquierda es 3; y cuando x tiende a 2 por la derecha es 1.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3 \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$$

Un número real L es el límite lateral de una función $f(x)$ cuando x tiende a x_0 por la izquierda (o la derecha) si para cualquier número real positivo ε , existe un número real δ , tal que para

todos los puntos $x < x_0$ (o $x > x_0$), si $0 < |x - x_0| < \delta$, entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$. Lo simbolizamos escribiendo respectivamente:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \qquad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$$

Relación entre el límite y los límites laterales

La condición necesaria y suficiente para que exista el límite de una función en un punto es que existan los dos límites laterales de la función en dicho punto y que ambos coincidan.

Límite infinito de una función en un punto

Sea la función:

$$f(x) = \frac{x}{(x-1)^2(x+2)^2}$$

Consideramos los puntos $x = 1$ y $x = -2$.

Decimos entonces que el límite de la función f cuando x tiende a 1 es más infinito ($+\infty$) y que el límite de la función f cuando x tiende a -2 es menos infinito ($-\infty$). Lo simbolizamos escribiendo:

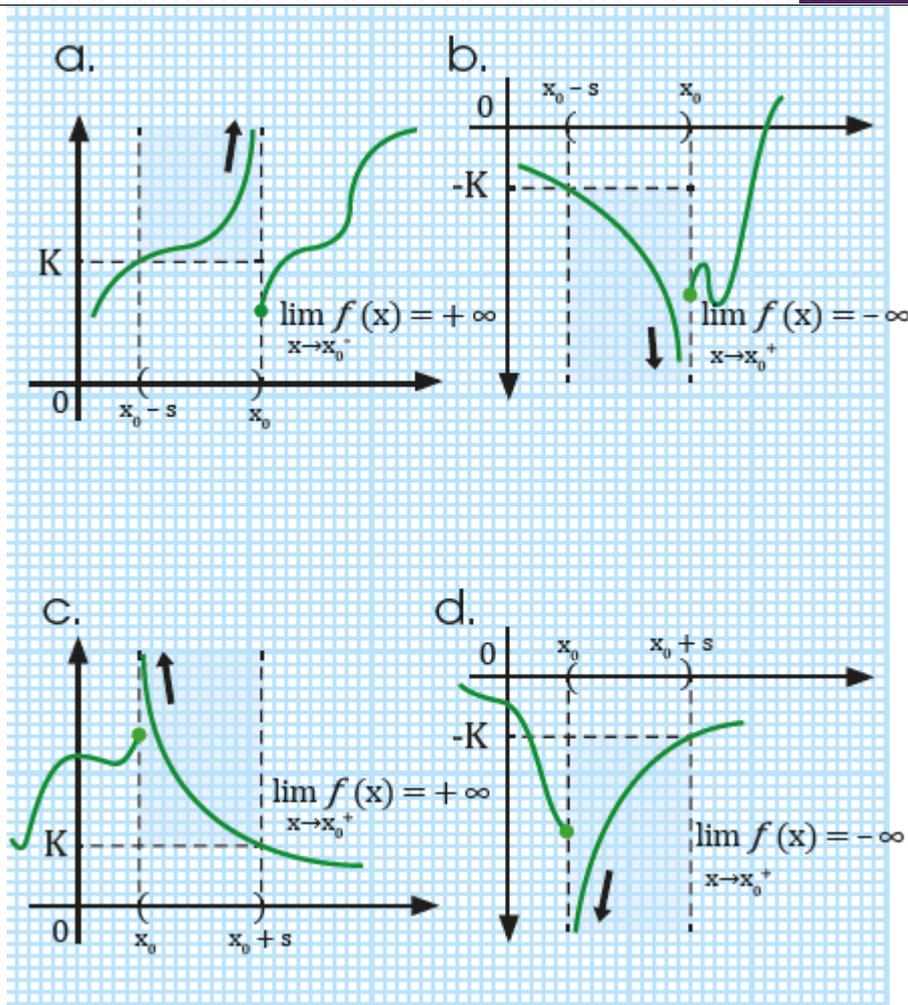
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$$

Los límites laterales en un punto también pueden hacerse infinitos.

Si al acercarse x a x_0 por la izquierda las imágenes por f se hacen cada vez mayores (o menores), diremos que el límite lateral de f cuando x tiende a x_0 por la izquierda es más infinito (o menos infinito). Lo simbolizamos:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty & \text{b. } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \\ \text{c. } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty & \end{array}$$

Igualmente, al acercarse x a x_0 por la derecha:



Fuente: Libro de Matemática de Tercer Año de BGU del Ministerio de Educación del Ecuador (pág. 24).

Límites de una función en el infinito

Un número real L es el límite de una función f cuando x tiende a más infinito (menos infinito) si y solo si para cualquier número real positivo, ε , existe un número real positivo, M , tal que, si x es mayor que M (menor que $-M$), entonces la distancia entre $f(x)$ y L es menor que ε .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M > 0 \mid x > M \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M > 0 \mid x < -M \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

Límite finito en el infinito

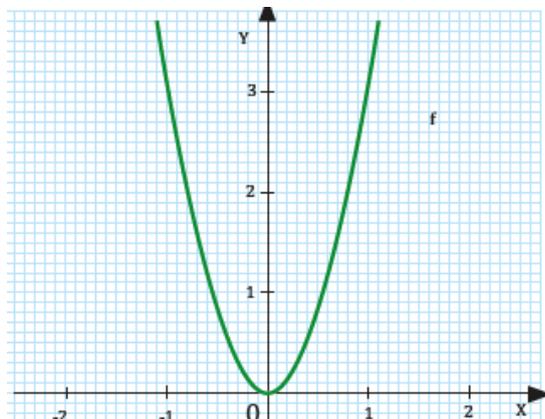
Si al tender x a más infinito (o menos infinito) las imágenes por f se aproximan cada vez más a L , diremos que el límite de f cuando x tiende a más infinito (o menos infinito) es L . Lo simbolizamos:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$$

Límite infinito en el infinito

Considera ahora la función $f(x) =$



De la observación de la gráfica de f , deducimos que, para valores de x cada vez mayores, las imágenes $f(x)$ también toman valores positivos infinitamente grandes. Análogamente, podemos comprobar que, para valores de x cada vez menores, las imágenes también toman valores positivos infinitamente grandes. Decimos que el límite de la función f cuando x tiende a más infinito (o menos infinito) es más infinito, y lo representamos así:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall k > 0, \exists M > 0, x > M \Rightarrow f(x) > k$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall k > 0, \exists M > 0, x < -M \Rightarrow f(x) > k$$

Propiedades de los límites:

- El límite de una función en un punto, si existe, es único.
- El límite de la función constante en un punto es la misma constante.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} k = k$$

-El límite de la función identidad en un punto es el valor de ese punto.

-Si $\lim (x)$ y $\lim (x)$ existen y son finitos se verifica:

$$f(x) = x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = x_0$$

		Ejemplo
L4.1.	$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ y $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + g(x)) = 7$
L4.2.	$\lim_{x \rightarrow x_0} (k \cdot f(x)) = k \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f(x), k \in \mathbb{R}.$	$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} 5 \cdot f(x) = 5 \cdot \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 15$
L4.3.	$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ y $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 13 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4 \cdot 13 = 52$
L4.4.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)},$ si $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$	$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4 \\ \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow -2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow -2} g(x)} = \frac{-4}{-1} = 4$
L4.5.	$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)^{g(x)}] = [\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)]^{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)},$ si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$	$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x)^{g(x)} = (\lim_{x \rightarrow 1} f(x))^{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = 2^6 = 64$
L4.6.	$\lim_{x \rightarrow x_0} g[f(x)] = g[\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)],$ si g es continua en $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	

Fuente: Libro de Matemática de Tercer Año de BGU del Ministerio de Educación del Ecuador (pág. 26).

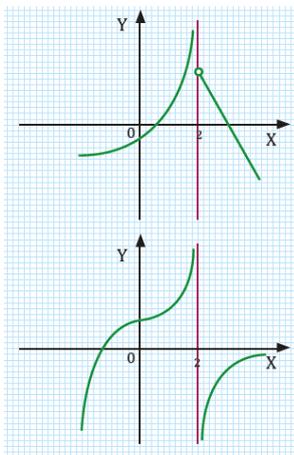
Indeterminaciones

Son resultados de operaciones cuyo resultado no es conocido, como:

$$\frac{\infty}{\infty} \quad \infty - \infty \quad 0 \cdot \infty \quad 1^\infty \quad 0^0 \quad \infty^0 \quad \frac{0}{0}$$

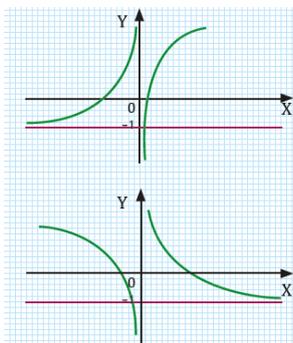
Aplicación de los límites Asíntotas verticales

La recta $x = x_0$ es una asíntota vertical de una función f si se cumple alguna de las condiciones siguientes:



$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \pm \infty \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \pm \infty$$

Asíntotas horizontales



La recta $y = L$ es una asíntota horizontal de una función f si se cumple alguna de las condiciones siguientes;

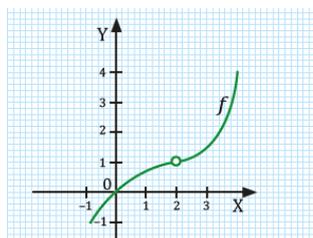
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$$

Continuidad de una función

Continuidad de una función en un punto.

Una función f es continua en un punto x_0 si se verifican las tres condiciones siguientes:



Existe $f(x_0)$

Existe $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ y es *finito*

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Continuidad lateral

Una función f es continua por la izquierda en un punto x_0 si y solo si se verifica

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0).$$

Una función f es continua por la derecha en un punto x_0 si y solo si se verifica

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0).$$

Continuidad de una función en un intervalo

Una función f es continua en un intervalo abierto si y solo si es continua en cada uno de los puntos del intervalo.

Una función f es continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ si y solo si:

- f es continua en el intervalo abierto (a, b) .
- f es continua por la derecha en $x = a$.
- f es continua por la izquierda en $x = b$.

Una función f es continua en un intervalo semiabierto $[a, b[$, donde b puede ser un número real o $+\infty$, si:

f es continua en el intervalo abierto $]a, b[$.

f es continua por la derecha en $x = a$.

Esta última definición también aplica para un intervalo semiabierto $]a, b]$, pero ahora f debe ser continua por la izquierda en $x = b$.

Propiedades de las funciones continuas

Como consecuencia de las propiedades de los límites, se verifican las siguientes propiedades de las funciones continuas:

- La función constante $f(x) = k$ es continua en todo su dominio, $D(f) = \mathbf{R}$, por cuanto:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} k = k = f(x_0)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0 = f(x_0)$$

- La función identidad, $f(x) = x$, es continua en todo su dominio, $D(f) = \mathbf{R}$, por cuanto:

2.3.4. Planificación de la clase No. 4

Al final de la Unidad de Planificación se evaluará a los estudiantes según lo planeado, para determinar sus conocimientos adquiridos y si su apreciación respecto de la asignatura ha cambiado; para esto, se propone lo siguiente.

Evaluación de conocimientos adquiridos:

1. Para describir los efectos de un terremoto se utiliza la escala de Richter. Según esta

$$M = \frac{2}{3} \log \left(\frac{E}{E_0} \right)$$

escala, la magnitud M de un terremoto viene dada por la expresión:

Donde E es la energía del terremoto y E_0 es una constante igual a $2.5 \cdot 10^4$ J.

Calcula la energía liberada en el terremoto de San Francisco del año 1906 si su magnitud fue de 8.25 en la escala de Richter.

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 10x + 4}{2x^2 - 7x - 14}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 2}{3x - 6}$

c. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{2x + 6} - 4}$

d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - x}{(2 - x)^2}$

e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 - 5x + 3}{2x^2 - 9}$

2. Calcula los siguientes límites.

3. Grafica la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$, y halla las asíntotas verticales y horizontales.

4. Determina los valores de a y b para que la siguiente función sea continua en \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} 5 \operatorname{sen} x & \text{si } x < -\frac{\pi}{2} \\ a \operatorname{sen}(x) + b & \text{si } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 2 \cos(x) + 3 & \text{si } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Evaluación de la apreciación de los estudiantes hacia la asignatura

¿Cree que las matemáticas son útiles en la vida cotidiana de las personas?

Sí _____ No _____

1. ¿Cree que las matemáticas le serán útiles a usted en el futuro?

Sí _____ No _____

2. ¿Ha cambiado su apreciación de la asignatura respecto de la que tenía al inicio del curso?

Sí _____ No _____

3. ¿Cree que las clases han sido dinámicas?

Sí _____ No _____

4. ¿Qué ha sido lo más difícil que le ha parecido de los temas tratados?

5. ¿Qué ha sido lo más fácil que le ha parecido de los temas tratados?

6. ¿Cómo cree, según su criterio que podría aprender más fácilmente los temas de la asignatura?

Capítulo III

3.1. Dificultades de aprendizaje advertidas en los alumnos

Durante las primeras clases, se observó que la mayoría de estudiantes no tenían los conocimientos matemáticos previos para comprender los conceptos matemáticos de funciones, inclusive, la falta de destrezas y conocimientos incluían errores en las multiplicaciones, reducción de términos semejantes, operaciones combinadas, siendo más común los errores en las operaciones con números positivos y negativos y despejar variables, lo cual dificultó el avance normal para cumplir con el tiempo establecido en la planificación de la clase, por lo cual se tuvo que recordar estos temas y reforzar sus conocimientos, mediante el envío de tareas para la casa, en donde el estudiante se le pedía realizar ejercicios propuestos en clase y a través del uso de las TIC observar vídeos educativos en la plataforma de YouTube, utilizar herramientas informáticas como GeoGebra y WolframAlpha para reafirmar los temas en donde tengan mayor dificultad, luego en clase se volvía a reforzar, y explicar los conceptos y procesos en los cuales aún existan dudas.

Adicionalmente a lo anterior, los estudiantes no estaban acostumbrados a aplicar el razonamiento matemático para resolver los ejercicios planteados, puesto que hasta el momento (durante la educación general básica media y superior) habían aprendido a resolver problemas matemáticos de manera mecánica, donde el docente enseñaba el método de solución y los estudiantes lo memorizaban y lo volvían a aplicar cuando era necesario, pero nunca razonaba el por qué se resolvía de una u otra forma, por lo cual, además, estaban acostumbrados a utilizar un único método de solución al problema.

Otro punto observado, fue el hecho de que los estudiantes se rehusaban a participar en clase, por temor a equivocarse y ser objeto de burla de sus compañeros de clase, en este punto se trabajó desde el inicio fomentando el respeto en el aula, entre estudiantes y docente –

alumno, de tal forma que la comunicación sea mejor, y la interacción ayude a mejorar el logro de destrezas y la adquisición de conocimientos para los discentes.

Lo anteriormente mencionado, constituyen las principales dificultades advertidas en los estudiantes durante las sesiones de clase propuestas.

3.2. Interacción entre el profesor y los discentes

La buena relación entre profesor y estudiantes lograda tras concluir las sesiones de clase, se logró de manera gradual; el primer paso constituyó el más difícil de lograrlo (romper el hielo), ya que los estudiantes no participaban de manera voluntaria, y se rehusaban a compartir con la clase cuando se les solicitaba pasar al frente del aula a resolver un ejercicio propuesto. Para poder superar esto, se trabajó brindándoles la confianza, basada en el respeto mutuo y la consideración, esto permitió crear un ambiente adecuado en el aula de clase, donde siempre se exhortaba a los estudiantes a expresar sus ideas y pensamientos sin temor a equivocarse, puesto que si erraban nadie los juzgaría, por el contrario, serviría como un punto de partida ya que me brindaba una perspectiva de cuáles eran las dificultades en los conocimientos que habían adquirido hasta el momento, y poder reforzarlos para que razonen y comprendan los ejercicios planteados y la interpretación de las soluciones.

3.3. Dificultades inherentes a la propia actuación como docente.

Es importante autoevaluarnos como docentes, puesto que esto permite advertir los fallos y dificultades que puedan presentarse para poder tomar los correctivos necesarios que permitan mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que esto afecta directamente al éxito o fracaso del estudiante.

Durante las sesiones de clase, se presentaron algunas dificultades con los estudiantes, las mismas que se corrigieron a medida que se progresaba, como es el caso de educandos que no prestaban atención a las indicaciones por varios motivos, entre ellos, el desinterés por la clase, específicamente por la asignatura; estudiantes que se rehusaban a participar o que presentaban cierta resistencia al trabajo en equipo.

Otra dificultad advertida, fue que por motivos de fuerza mayor como la ejecución del programa educando familia y otras actividades extracurriculares fomentadas por el Ministerio

de Educación del Ecuador, no se alcanzó a tratar todos los contenidos previstos para una sesión de clase, por lo cual fue necesario tratarlos en las clases siguientes, siendo necesario el replantear el tiempo establecido para cada clase; además, algunas actividades planificadas tomaron más tiempo del previsto puesto que algunos estudiantes no comprendían el por qué se proponía resolver un determinado ejercicio matemático de una u otra forma, puesto que como se mencionó anteriormente, la mayoría de estudiantes habían aprendido a resolver los problemas matemáticos de manera mecánica y no se les pedía razonar, y mucho menos interpretar los resultados obtenidos.

Para tratar de contrarrestar la mayoría de estas dificultades, se empleó como herramienta pedagógica el uso de material lúdico, lo cual ayudó a que el estudiante pueda relacionar una aplicación de la vida real con el ejercicio planteado, esto les permitió construir su propio conocimiento, ya que podían relacionar el conocimiento que ya poseían con el nuevo, asimilarlo, procesarlo y reestructurarlo.

Finalmente, mencionar que en el aula de clase no se cuenta herramientas que permitan la utilización de material audiovisual, por lo que muchas veces el proyector con el que cuenta la institución educativa estaba siendo utilizado por otro docente, esto impedía que se pueda facilitar a la clase una experiencia más interactiva, ya que se pretendía ejemplificar la relación de ejercicios determinados con aplicaciones prácticas de la vida diaria.

3.4. Análisis e interpretación de los datos obtenidos

La aplicación de la planificación propuesta para proveer una guía de la planificación docente en el sistema educativo ecuatoriano que permita mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje referente a la metodología utilizada para la solución de Funciones y Límites, y que ayude a la adquisición de las destrezas básicas indispensables y deseables presentes en el Currículo Nacional Ecuatoriano, se lo realizó con estudiantes de Tercer Año de Bachillerato,

de la Unidad Educativa “16 de Mayo”, ubicada en el cantón Quinsaloma de la Provincia de Los Ríos, durante el periodo académico 2018 – 2019. La valoración de esta implementación tuvo lugar en clases de 36 estudiantes de entre 16 y 17 años de edad. El profesor tiene más de 8 años de experiencia laboral en el campo de la docencia. Las clases se dividieron en sesiones de 45 y 90 minutos, bajo el enfoque de Aprendizaje Significativo y el Constructivismo; integrando tanto conocimientos previos como a adquirir. Lo cual permitió evaluar y valorar el proceso de enseñanza – aprendizaje, para reflexionar sobre en torno a la enseñanza matemática y las diferentes vicisitudes que puedan ocurrir en la labor docente para adoptar las debidas correcciones de manera más adecuada.

Para la valoración se consideraron tres reflexiones, que se mencionan a continuación:

a) Reflexión descriptiva ¿qué ha ocurrido?

En este punto, se consideró la actividad de los discentes, la actividad del profesor y los comentarios expresados de las diferentes actividades propuestas en cada una de las sesiones de clase.

En lo relativo a los educandos, se anotó sobre los conocimientos que poseían, la actitud, la colaboración, la participación, el trabajo en equipo, la concentración, la aptitud.

Respecto al docente, se anotó las estrategias pedagógicas utilizadas, la motivación, la metodología, los contenidos planificados, la experiencia en el aula, la evaluación y las dificultades presentadas.

En relación a los comentarios expresados de las diferentes actividades propuestas en cada una de las sesiones de clase, se consideró el entorno del aula, la interacción docente – alumno, alumno – alumno, la elección de recursos materiales, tanto audiovisuales como lúdicos, participación de los estudiantes.

Ver anexo 1. Análisis de las clases desarrolladas.

b) Reflexión analítica ¿por qué ha ocurrido así?

En este apartado, se analizó de manera general las sesiones de clase planificadas, aplicando los criterios de idoneidad propuesto por (Godino, Bencomo, Font, & Wilhelmi, 2007), a continuación, se mencionan los más relevantes:

Idoneidad epistémica. - Durante la sesión de la segunda clase, se explicó a los estudiantes el significado de ecuación y de sistema de ecuaciones, y se instruyó sobre los métodos para resolver un sistema de ecuaciones; además, se relacionó a las ecuaciones y el sistema de ecuaciones con aplicaciones prácticas en la vida real, los estudiantes no. A modo de ejemplo se les dijo lo siguiente:

“Un sistema de ecuaciones permite encontrar una solución a un problema donde se tenga dos variables o más y que para cada una de ellas exista una respuesta, por ejemplo, suponga que la edad de Juan y del padre de Juan suman 60 años; además, la edad del padre de Juan es el triple que la edad de Juan, y se desea averiguar la edad de cada uno, en este ejemplo, se pueden plantear dos ecuaciones con dos incógnitas cada una, la edad de Juan y su padre, además, se necesita relacionar la una ecuación con la otra para encontrar la solución”.

Ver Anexo 1. Análisis de las clases desarrolladas.

Idoneidad cognitiva. - Para evaluar la idoneidad cognitiva se partirá del desempeño y las reflexiones de los estudiantes que comunican durante las sesiones de clase, las evaluaciones tanto orales como escritas, entre otros. Durante las sesiones planificadas para las clases 3, 4, 6 y 7, los estudiantes no tenían los conocimientos previos necesarios para comprender los temas propuestos.

Durante la tercera sesión de clase, se pretendía instruir al estudiante a resolver un sistema de ecuaciones por el método gráfico; sin embargo, algunos discentes no sabían cómo representar una ecuación de primer grado con dos incógnitas en el plano cartesiano.

El objetivo de la cuarta y sexta sesión de clase fue instruir a los estudiantes sobre cómo resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método de sustitución y de igualación respectivamente; sin embargo, para esto, se requería que los estudiantes fuesen capaces de despejar una variable, lo cual no fue así, ya que varios alumnos se confundían al despejar, sobre todo, el principal error que cometían era en los signos (positivo o negativo), mientras que otros educandos no comprendían el proceso que se explicaba.

Durante la séptima sesión se trató el método de Kramer como una estrategia para encontrar la solución a un sistema de ecuaciones de primer grado de dos incógnitas; sin embargo, algunos estudiantes no sabían cómo plantear y resolver una determinante. Por lo tanto, para que el aprendizaje sea significativo, se tuvo que reforzar los conocimientos previos, en especial, la reducción de términos semejantes, y el despeje de variables, para esto, además de las explicaciones dadas durante la hora clase, se enviaron tareas a casa y se trabajó de manera interdisciplinaria con docentes de otras asignaturas, por ejemplo física y química, a quienes se les solicitó la colaboración en este tema, para que durante sus sesiones de clase se tome en consideración el refuerzo de estos conocimientos.

Cabe indicar que los logros obtenidos fueron satisfactorios puesto que como se puede observar en el desempeño de los estudiantes en la última evaluación propuesta, fueron capaces resolver los ejercicios propuestos de manera satisfactoria.

Ver Anexo 1. Análisis de las clases desarrolladas.

Idoneidad interaccional. - Durante las sesiones de clase se promovió la interacción entre el profesor y los alumnos. En la tercera clase, los estudiantes expresan interrogantes como: “¿por qué la intersección de las rectas de las ecuaciones graficadas representa la solución al problema?”, a partir de esto, se fomentó una base que constituiría un eje fundamental en las clases subsecuentes, el razonamiento matemático, la lógica deductiva y relacionar el ejercicio con un ejemplo práctico de la vida real. En este punto, se trató de minimizar el riesgo de existencia de posibles conflictos semióticos, por lo cual, para explicar mejor la inquietud del alumno mencionada anteriormente, se ejemplificó lo siguiente: “...traten de abstraer lo siguiente: el eje de las abscisas representan los posibles valores para la primera variable, y el eje de las ordenadas, representa los posibles valores para la segunda variable tanto para de la primera ecuación como de la segunda ecuación respectivamente, por lo cual el punto en el cual se cruzan las rectas que representan estas ecuaciones, es el punto en el cual los valores tanto para la primera como para la segunda variable es el mismo en las dos ecuaciones, por lo cual dicho punto representa la solución del ejercicio planteado, ahora representaremos lo dicho en la pizarra y lo volveremos a repasar...”, además de explicarlo de manera verbal, donde se pide al estudiante que trate de abstraerlo, también se utiliza un gráfica en la pizarra y se repasa lo mencionado nuevamente para una mejor comprensión del estudiante.

Idoneidad mediacional.- En el transcurso de todas las sesiones de clase programadas, se utilizaron recursos mínimos disponibles en la institución educativa, como la pizarra, el lápiz y papel, recursos manipulativos, retroproyector³, dispositivos de cálculo y graficación (calculadora); al no disponer de internet en el aula ni los

³ No disponible en todas las clases por cuanto en la institución educativa únicamente se cuenta con un retroproyector, y en ocasiones lo estaba utilizando otro docente.

recursos TIC necesarios, se optó por solicitar a los estudiantes el utilizar el software GeoGebra en casa o en un centro de cómputo para graficar las ecuaciones de algunos ejercicios de tareas enviadas a la casa y comparar con sus propios gráficos, de esta forma si habían cometido algún error, podrían autocorregirse, analizando el error cometido.

Idoneidad emocional.- Como se mencionó anteriormente, algunos estudiantes no prestaban atención al inicio de las clases por desinterés hacia la asignatura y los temas tratados, puesto que anteriormente no se les había motivado; por lo cual, se trabajó en todas las clases de motivarlos, dándoles ejemplos de la importancia de la matemática para la vida diaria, y de cómo todas las situaciones que nos encontramos en nuestro día a día, pueden ser modelizados o representados mediante una expresión matemática.

Además, se utilizó la lúdica como estrategia de enseñanza-aprendizaje para despertar el interés de los educandos hacia los temas tratados en las clases. Otra estrategia utilizada, fue el formar grupos de trabajo, donde cada estudiante tenía la tarea de expresar sus ideas, promoviendo además de su participación, el desarrollo de sus habilidades socioemocionales. Con esto, se logró que los estudiantes se integren a las actividades solicitadas por el docente y, sobre todo, se obtuvo una mayor participación.

Idoneidad ecológica.- Las sesiones de clase se planificaron tomando en consideración su interdisciplinariedad, sobre todo durante las primeras sesiones de clase, donde fue necesario recordar y reforzar los conocimientos previos (reducción de términos semejantes; sumas, multiplicaciones y divisiones entre números positivos y negativos; representación de una recta en el plano artesiano, etc.) que son necesarios para poder comprender y trabajar temas en asignaturas como Física y Química; de esta forma se

logró desarrollar la competencia matemática en los discentes.

En función de los criterios de idoneidad mencionados anteriormente, se elaboró la siguiente tabla que representa la valoración de dichos criterios en cada una de las sesiones de clase (hora clase).

Tabla 1. Evaluación de los criterios de idoneidad de la secuencia pedagógica

Criterios de idoneidad	Plan de clase																
	1		2			3			4				5				
	Horas de clase																
	1	1	2	3	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4
Epistémica	Red	Med															
Cognitiva	Red	Med															
Interaccional	Red	Med															
Mediacional	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med
Emocional	Red	Med															
Ecológica	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med

Simbología: **baja**, **media**, **alta**.

3.5. Establecimiento de conclusiones resultantes de la investigación

Considerando tanto el desempeño como docente, logros en el aula de clase, así como los imprevisto e inconvenientes suscitados, y finalmente la interacción y el desarrollo de los estudiantes al finalizar las sesiones de clase planificadas, considero oportuno el mencionar algunos puntos para mejorar tanto la experiencia como el desempeño docente, mismos que detallo a continuación:

- Como docente, es necesario conocer un poco más los intereses individuales de cada estudiante, puesto que no es posible planificar una actividad con el propósito de despertar el interés del alumno hacia el tema tratado o hacia la asignatura, por lo cual, si se analiza los intereses personales de cada estudiante, es posible planificar mejor las actividades con el fin mencionado anteriormente.

- Al planificar las sesiones de clase, se consideró el tiempo necesario para cada actividad, asumiendo que los estudiantes poseían los conocimientos necesarios para abordar los temas tratados en cada sesión de clase; sin embargo, se debe considerar que no todos los estudiantes contarán con los conocimientos previos, como sucedió en el transcurso de las clases, por lo cual, para no realizar demasiados ajustes en cuanto al tiempo planificado, resulta oportuno utilizar la estrategia optada por mi persona, lo cual consistió en utilizar el tiempo de horas extracurriculares (luego de finalizar la jornada de clase, pero durante la jornada docente), para reforzar los temas de la clase con los estudiantes que se identifique que presentan mayor dificultad para comprender y que necesiten recordar y reforzar conocimientos de años anteriores.
- La mayoría de estudiantes tuvieron inconvenientes y se notó su confusión cuando se les pedía relacionar y describir un ejemplo donde se podría aplicar una ejercicio planteado en la vida real, puesto que hasta el momento, casi toda su enseñanza ha sido memorística, repetitiva y mecánica; frente a esto, se debe plantear la posibilidad de realizar proyectos micro curriculares que involucren al estudiante en la aplicación práctica de la resolución de problemas de la vida utilizando sus conocimientos matemáticos adquiridos.
- En cuanto a la formación de grupos de trabajo, el resultado fue bueno; sin embargo, se podría mejorar, sobre todo en las relaciones sociales de los estudiantes el rotar los integrantes de los grupos para que no se formen favoritismos, y se asigne un coordinador diferente para cada clase, de esta forma se fomenta la participación de todos los estudiantes, donde todos pueden exponer sus ideas, conjeturas y conclusiones.

3.6. Reflexiones finales

Puesto que el propósito de realizar el presente Trabajo Final de Máster (TFM), consistía, además de facilitar una guía didáctica para el Tercer Año de Bachillerato General Unificado en la asignatura de matemática, en determinar la mejor estrategia con la cual los estudiantes comprendiesen de mejor manera el proceso de resolución de Funciones y Límites se concluye que, de las estrategias y herramientas pedagógicas utilizadas, con lo cual los estudiantes responden mejor a los que el docente considera el “conocimiento logrado”, es el relacionar un determinado ejercicio con un ejemplo práctico de la vida diaria; es decir, los discentes aprenden mejor cuando relacionan la matemática con sus conocimientos que ya poseen y lo abstraen; por lo cual, el razonamiento matemático constituyó un eje fundamental durante la sesiones de clase.

Finalmente, luego de concluir el TFM, puedo evaluar el gran aporte del proceso llevado hasta aquí por todos y cada uno de los docentes con los que he contado en el transcurso de mi formación en la Universidad de Barcelona; lo cual ha cambiado completamente mi forma de pensar y sobre todo mi desempeño como docente, puesto que he aprendido y comprendido nuevas herramientas y estrategias de pedagogía docente, lo cual representa un alto impacto en mis clases diarias, y sobre todo, en los logros de los alumnos que gracias a esto, puedo modificar mi forma de impartir mis conocimientos y adaptarme a las necesidades educativas de los estudiantes.

3.7. Autoevaluación General de los Aprendizajes Adquiridos.

Tabla 2. Matriz de autoevaluación.

	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	Actividades realizadas durante la elaboración del TFM	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justifiqué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a.	10
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	9
		Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	10

Versión final TFM	Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	10
	Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	9,5
	Conclusiones de la reflexión sobre	Las conclusiones a las que he llegado sobre la	Las conclusiones a las que he llegado están bastante	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la	9,5

	la implementación	implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales.	a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	
	Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	9,5
	Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	9,5
	Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos	10

		requisitos formales establecidos por la APA.	errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA	requisitos formales establecidos por la APA.	formales establecidos por la APA de forma excelente.	
	Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes.	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	9,5
	Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM	No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	9,5

Nota final global (sobre 1,5):

1,4

3.8. Referencias Bibliografía

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2007). *Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. Paradigma, 15,2.*

Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta_valoracion_idoneidad_5enero07.pdf

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Currículo Nacional Ecuatoriano*. Obtenido de <http://www.educacion.gob.ec>

Torre, S., & Violant, V. (2003). Estrategias Creativas en la Enseñanza Universitaria. Una Investigación con Metodología de Desarrollo. En *Creatividad y Sociedad* (Vol. III, págs. 21 - 47).

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Libro de Matemática de Tercer Año de Bachillerato General Unificado*.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Guía para docentes de matemática*.

3.9. Anexos

Anexo 1. Ejercicios planteados como evaluación diagnóstica.

1. **Resuelve** las siguientes ecuaciones lineales:

a. $\frac{4x-3}{2} = \frac{5x+1}{3}$

b. $\frac{x-3}{2} + 7 = x - \frac{5-x}{4}$

2. **Determina** el conjunto solución para $x \in \mathbb{R}$.

a. $9x^3 - \frac{4}{5}x^2 + x - 3 = 68$

b. $2x^4 - 3x^3 + 5x^2 + 3 = 7$

3. **Halla** el valor de k sabiendo que el polinomio

$Q(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x - k$ es múltiplo de $x - 3$.

4. **Escribe** una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean las siguientes.

a. $x_1 = 1, x_2 = 4$

b. $x_1 = 2, x_2 = -1$

5. **Resuelve** los siguientes sistemas de ecuaciones.

a.
$$\begin{cases} \textcircled{1} & x + y + z = 4 \\ \textcircled{2} & 2x + y + 3z = -2 \\ \textcircled{3} & 3x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

Anexo 2. Evidencia fotográfica.







Anexo 3. Ejercicios planteados en clase y propuestos como tareas.

<p>Resuelve la ecuación</p> $\log x = \log 6 + 3 \cdot \log 5 - \frac{1}{2} \cdot \log 9.$ <p>Expresaremos mediante un solo logaritmo de igual base los dos miembros de la ecuación. De acuerdo con las propiedades del logaritmo de una potencia y el logaritmo de una raíz:</p> $\log x = \log 6 + \log 5^3 - \log \sqrt{9}$ <p>Por la propiedad del logaritmo de un producto:</p> $\log x = \log (6 \cdot 5^3) - \log \sqrt{9}$ <p>Aplicando la propiedad del logaritmo de un cociente:</p> $\log x = \log \frac{6 \cdot 5^3}{\sqrt{9}}$ <p>Y por la inyectividad de las funciones logarítmicas:</p> $x = \frac{6 \cdot 5^3}{\sqrt{9}} \Rightarrow = 250$ <p>Finalmente, sustituimos el valor hallado en la ecuación del enunciado. Se obtiene:</p> $\log 250 = \log 6 + 3 \cdot \log 5 - \frac{1}{2} \cdot \log 9$ <p>Puesto que no aparecen logaritmos de números negativos, $x = 250$ es solución de la ecuación del enunciado.</p>	<p>Resuelve la ecuación $\log (x + 1) + \log 5 = \log (x - 3)$. Escribiremos mediante un solo logaritmo de igual base los dos miembros de la ecuación. Por la propiedad del logaritmo de un producto:</p> $\log [(x + 1) \cdot 5] = \log (x - 3)$ <p>De acuerdo con la inyectividad de las funciones logarítmicas, se obtiene la siguiente ecuación lineal:</p> $(x + 1) \cdot 5 = x - 3$ <p>Hallamos el valor de x:</p> $5x + 5 = x - 3 \Rightarrow 4x = -8$ <p>Por tanto, $x = -2$.</p> <p>Finalmente, sustituimos el valor $x = -2$ en la ecuación del enunciado. Se obtiene:</p> $\log (-1) + \log 5 = \log (-5)$ <p>Como ves, aparecen los términos $\log (-1)$ y $\log (-5)$, que no existen. Así pues, concluimos que la ecuación del enunciado no tiene solución.</p>
--	---

7. En la figura se representa la función f .

a. $f(-1)$	d. $f(2)$	g. $f(3)$
b. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = L$	e. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = L$	h. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = L$
c. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = L$	f. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = L$	i. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = L$

—Indica si existe el límite de la función en los puntos $x = -1$, $x = 2$ y $x = 3$.

8. **Calcula** los siguientes límites mediante tablas de valores.

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x-5}$	b. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x+2}$
---	--