

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

## TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

### MAESTRÍA EN EDUCACIÓN *MÁSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA*

*Operaciones con Fracciones. Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas (ABP).*

**AUTOR:**

**Margoth Eulalia Preciado Torres**  
**CI. 1202595524**

**TUTOR:**

**Dr. Joaquín Giménez Rodríguez (UB)**  
**Azogues-Ecuador**  
**14 de octubre del 2018**

## RESUMEN

La siguiente unidad didáctica que fue aplicada a los estudiantes del octavo grado de educación básica, para obtener la Maestría en Educación Matemática la cual fue impartida por la Universidad Nacional de Educación y la Universidad de Barcelona, tiene como objetivo principal el estudio de los números racionales en forma de fracción y decimal, aplicando los procesos de enseñanza-aprendizaje relacionados con su estudio. Se pudo detectar en su desarrollo, las dificultades que tienen los estudiantes al realizar operaciones y problemas sobre las fracciones, por tal motivo formulo una propuesta de mejora en la que los estudiantes a través de varias actividades puedan trabajar en el aula, aplicando estrategias apropiadas que les permitan construir su propio conocimiento.

**Palabras claves:** Matemática. Fracciones. Aprendizaje. Propuesta

## ABSTRACT

The following didactic unit that was applied to the students of the eighth grade of basic education, to obtain the Masters in Mathematical Education which was taught by the National University of Education and the University of Barcelona, has as main objective the study of the rational numbers in the form of fraction and decimal, applying the teaching-learning processes related to their study. It was possible to detect in its development, the difficulties that students have when performing operations and problems on fractions, for this reason I formulate a proposal for improvement in which students through various activities can work in the classroom, applying appropriate strategies that let them build their own knowledge.

**Keywords:** Mathematics. Fractions. Learning. Proposal

## ÍNDICE

CESIÓN DE DERECHOS.....	4
1. INTRODUCCIÓN.....	5
1.1. Presentación del alumno.....	5
1.2. Estructura del dossier o memoria.....	5
2. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS REFLEXIVO DE LAS EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE COMPETENCIAL REALIZADAS EN EL DURANTE EL MÁSTER DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO.....	6
3. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA IMPLEMENTADA.....	9
3.1. Presentación del objetivo.....	9
3.2. Presentación de los contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.....	9
3.3. Diseño de las actividades de enseñanza aprendizaje en relación con los objetivos y contenidos.....	10
3.4. Presentación de las actividades de evaluación formativa.....	26
4. IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.....	26
4.1. Lo matemático. Adecuación de los contenidos.....	27
4.2. Dificultades del aprendizaje advertidas en los alumnos.....	27
5. VALORACIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN. PROPUESTA DE MEJORA.....	28
6. REFLEXIONES FINALES.....	33
6.1. Autoevaluación del estudiante.....	33
7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	36
AUTOEVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES ADQUIRIDOS .....	37
ANEXOS.....	40



## CESIÓN DE DERECHOS

Javier Loyola, 30 de noviembre del 2018

Yo, Margoth Eulalia Preciado Torres, autor/a del Trabajo Final de Maestría titulado: “Operaciones con fracciones. Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas (ABP)”, estudiante de la Maestría en Educación, mención Matemática con número de identificación 1202595524, mediante el presente documento dejo constancia que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Margoth Preciado Torres

Firma: Margoth Preciado T.

## **1. INTRODUCCIÓN.**

### **1.1. Presentación del alumno**

Mi labor como docente se inició en la Escuela Particular Bilingüe “Camino Real” de la ciudad de Babahoyo, en la que trabajé por 14 años consecutivos. En el 2008 obtuve mi Licenciatura en Ciencias de la Educación Mención Físico Matemática en la Universidad Técnica de Babahoyo. Por ese tiempo el Ministerio de Educación convocó a un concurso de mérito y oposición para ingresar al magisterio fiscal, dando una serie de exámenes en el área de Psicología, Didáctica y Matemáticas tanto de básica como de bachillerato incluyendo una clase demostrativa. En ese mismo año por el mes de diciembre salí ganadora, obteniendo el primer lugar. Mi experiencia ha sido trabajar con alumnos de sexto a décimo año de educación básica en el área de matemáticas.

El 04 de marzo del 2009 me posesioné como docente fiscal, ingresando a laborar en la escuela de educación básica “María Luisa de Sotomayor” del recinto El Porvenir, parroquia Pimocha del cantón Babahoyo. He asistido a algunos seminarios ofertados por el MINEDUC, Actualmente estoy cursando la Maestría ofertada por el Ministerio de Educación impartidas por la Universidad Nacional de Educación (UNAE) y por la Universidad de Barcelona (UB). Esta Maestría ha sido muy fructífera para mí, ya que los maestros que impartieron las diferentes áreas nos ayudaron a despejar dudas que teníamos sobre nuestra práctica docente, nos orientaron hacia una enseñanza y aprendizaje de la matemática donde incluya el conocimiento de los procesos cognitivos que los alumnos ponen en juego en una situación de aprendizaje y las decisiones personales que los maestros tomamos a la hora de ejecutar la enseñanza a través de métodos, formas de participación, diseño de actividades de evaluación y uso de recursos, entre otros aspectos.

### **1.2. Estructura del dossier o memoria**

El dossier de este Trabajo de fin de máster (TFM) consiste en resumir toda la experiencia obtenida en la institución donde laboro sobre nuestra propia práctica docente. El esquema planteado para la elaboración del TFM de la Universidad de Barcelona consta de los siguientes apartados: El primer apartado es la introducción. El segundo apartado es el análisis reflexivo de las evidencias del aprendizaje competencial realizado durante el máster de formación del profesorado. El tercer apartado trata sobre la presentación de la unidad didáctica implementada. El cuarto apartado trata de la implementación de la unidad didáctica.

El quinto apartado sobre la propuesta de mejora. El sexto apartado serían las reflexiones y el séptimo las referencias bibliográficas.

## **2. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS REFLEXIVO DE LAS EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE COMPETENCIAL REALIZADAS DURANTE EL MÁSTER DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO.**

Las observaciones realizadas en las clases de matemática a los alumnos de la escuela María Luisa de Sotomayor, específicamente del octavo año de educación básica se ha evidenciado dificultades al momento de abordar los números racionales aplicando la metodología del aprendizaje basado en la resolución de problemas. Estas dificultades que se evidencian en los estudiantes quizás son el resultado de estrategias de enseñanza pasivas donde el estudiante no tiene una participación activa en su aprendizaje, por el contrario, se presenta una enseñanza de lápiz y papel descontextualizada con su entorno, es por esto que se genera desmotivación en el estudiante impidiendo su aprendizaje. Es por eso que preciso incluir en mi práctica docente lo aprendido en el Máster de Formación Continua impartido por excelentes maestros.

El Ministerio de Educación (MINEDUC) al expedir los lineamientos curriculares y estándares básicos de matemáticas, en los cuales, establece que la solución de problemas es uno de los procesos generales que se debe desarrollar durante el año académico. Además, plantea los conocimientos básicos que todo estudiante debe manejar distribuidos por años. En octavo año se plantea la enseñanza del número racional expresado como fraccionario, decimal, razón, porcentaje y lo asocia a la solución de situaciones problemas, que también al apuntar su estudio en lo cognitivo, despliega destrezas significativas que se aplican día a día en todos los entornos tales como el razonamiento, el pensamiento crítico, el pensamiento lógico y la resolución de problemas. Este planteamiento curricular es abierto y flexible, donde el profesor, en definitiva, es quien realiza el desarrollo del currículo en su actividad docente y en el aula.

El (ABP) es uno de los métodos que admite preparar los conocimientos con el aprendizaje de competencias. Es un método de enseñanza-aprendizaje centrado en que el estudiante adquiera conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la vida real.

Cabe señalar que, en el Máster, el área de Sociología nos enseñó a guiar a cada uno de los estudiantes de manera diferente, según sus necesidades. Pues es importante que el docente

tome en cuenta, el medio socioeconómico en que se desenvuelven los estudiantes, ya que cada uno son un mundo diferente. No podemos olvidar lo aprendido en el área de Psicología donde a través de los talleres realizados en clases aprendimos que la meta principal del maestro se enfoca en el estudio psicológico de los problemas cotidianos de la educación y las estrategias que puede utilizar para solucionar los problemas que se presenten en las instituciones educativas y en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por todo lo expuesto anteriormente podríamos decir que la planificación curricular es parte integrante del planeamiento educativo y que los éxitos del aprendizaje de los estudiantes estén ligados a qué las estrategias que apliquemos los docentes sean accesibles para el desarrollo de sus destrezas. “La diversidad investigadora sobre y con el profesorado que nos muestra hoy en día la educación, indica no únicamente normalidad en un terreno social y complejo como el educativo, sino una riqueza de métodos, y no una suspensión ni una paralización” (Imbernón, 2012, pág. 5)

Esto quiere decir que el maestro tiene necesidad de investigar, de realizar diagnósticos acerca del nivel real que poseen los estudiantes, nos da la iniciativa de caracterizarlos para determinar los factores sociales y familiares que influyen en el aprendizaje, todo lo cual se revertirá en la elevación de la calidad de la educación.

La teoría de Piaget, quien es considerado como el autor constructivista con más renombre en este siglo llevo a considerar que: “La autogestión del aprendizaje, donde el estudiante es capaz de construir, elaborar, su propio conocimiento, es a partir de sus experiencias previas, los contenidos impartidos por el profesor y la aplicación por parte de este de espacios educativos adecuados” ( Saldarriaga, Bravo, & Loor, 2016, págs. 127-137). Esto permite que el alumno llegue a alcanzar un aprendizaje significativo y valioso para sí mismo, donde el conocimiento se obtiene de la acción que van a ejercer sobre un objeto determinado, es decir que los alumnos aprenden a partir de los conocimientos previos que se van desarrollando en ese momento de interacción con el medio, entonces el aprendizaje se va a realizar en la medida que se van modificando ciertas estructuras cuando llega nueva información adaptándola luego al punto de vista que tengan y como lo va a resolver según el tipo de problema.

En las múltiples sesiones de clase que tuvimos con los maestros en el máster, nuestro empeño fue aplicar las mejoras que nos propusieron para avanzar paso a paso e ir perfeccionando

nuestra manera de impartir las clases a nuestros alumnos. Según Font (2006) unos de los principios básicos para aprender matemáticas es partir de la experiencia real de los alumnos. A partir de ello en las sesiones con mis estudiantes trato de resaltar un aspecto relevante que es la contribución al desarrollo de habilidades, al abordar el aprendizaje desde otras perspectivas como son la resolución de situaciones problemas, permitiendo que los estudiantes vean la matemática como un lenguaje universal a su alcance, que responde al contexto de su vida real. Por lo tanto, es necesario que el estudiante participe, se involucre, diseñe, plantee, organice y ejecute diferentes actividades que les permita ir construyendo el concepto de número racional y luego aplicarlos al resolver problemas, que implica mucho más que conocer y dominar conceptos matemáticos. Todo esto lo he plasmado en los siguientes procesos matemáticos propuestos por Polya para la resolución de problemas:

**a) Comprender el problema:** Donde el estudiante tuvo que leer con detenimiento el problema planteado, con la finalidad de establecer cuáles son las condiciones del problema, qué se está pidiendo, cuáles son los datos que se están dando, activando así sus conocimientos previos.

**b) Elaborar un plan:** En esta parte, los estudiantes deben crear una conexión entre los datos y la incógnita, verificando si todos los datos son necesarios, deben establecer una estrategia, un conjunto de ideas que los lleve a obtener una solución, además, establecer el conjunto de operaciones y el orden en que se llevarán a cabo.

**c) Ejecutar un plan:** En esta fase, el estudiante lleva a cabo la estrategia establecida con las operaciones planteadas, debe tener siempre presente el orden establecido y verificar si los resultados obtenidos en cada paso son correctos. En caso de no ser así, debe volver a iniciar el proceso donde buscaran alternativas de resolución empleando diversas técnicas para resolver el problema y lograr ejecutar el plan propuesto.

**d) Examinar la solución obtenida:** El estudiante debe hacer el análisis de la solución obtenida, o también determinar si se puede aplicar otra estrategia para la solución, además se debe observar si la respuesta está relacionada con el contexto del problema planteado.

Al finalizar cada sesión de trabajo los alumnos fueron evaluados, en donde pude percibir que los alumnos poseen estilos cognitivos, ritmos de aprendizaje e intereses diferentes; que hay algunos de ellos que tienen la capacidad de resolver problemas que otros de su misma edad. Puedo acotar que uno de los problemas que presentan con más frecuencia los estudiantes es

la falta de estrategias para resolver problemas matemáticos, que no todo es negatividad, ya que los estudiantes se esfuerzan por aprender y eso hace que como docente me de gran satisfacción. En definitiva, nuestros alumnos merecen y necesitan la mejor enseñanza posible en matemáticas, lo cual les permitirá cumplir con sus ambiciones personales y sus objetivos profesionales en la actual sociedad del conocimiento.

### **3. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA IMPLEMENTADA**

#### **3.1. Presentación de objetivos.**

- ✚ Conocer los números racionales y utilizarlos para medir e interpretar situaciones relacionadas con la vida cotidiana, siendo conscientes de los diferentes usos que se pueden hacer con los mismos; como operadores, como cocientes y como medidas
- ✚ Efectuar operaciones con fracciones (suma, resta, multiplicación y división).
- ✚ Formular fracciones como números decimales y números decimales como fracciones.
- ✚ Emplear los números racionales para solucionar problemas concernientes con la vida cotidiana.
- ✚ Utilizar con precisión el vocabulario matemático específico.
- ✚ Trabajar colaborativamente en la toma de decisiones en los problemas propuestos.
- ✚ Plantear una propuesta que les permita identificar sus intereses individuales y grupales en el aula y trabajar los números racionales a través de la resolución de problemas.

#### **3.2. Presentación de los contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.**

Nuestro currículo nacional, específicamente de octavo año de básica, cuenta con diferentes bloques temáticos. La unidad didáctica con la que se va a trabajar en el desarrollo del TFM es:

Operaciones con números racionales que cuenta con el siguiente contenido:

Adición de números racionales:

- ✚ Adición de números racionales en expresión fraccionaria.
  - ✚ Adición de números racionales en expresión decimal.
  - ✚ Resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Sustracción de números racionales.
- ✚ Sustracción de números racionales en expresión fraccionaria

- + Sustracción de números racionales en expresión decimal.
- + Resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Multiplicación y división de números racionales.
- + Multiplicación de números racionales en expresión fraccionaria
- + Multiplicación de números racionales en expresión decimal.
- + División de números racionales en expresión fraccionaria.
- + Resolución de problemas de la vida cotidiana.

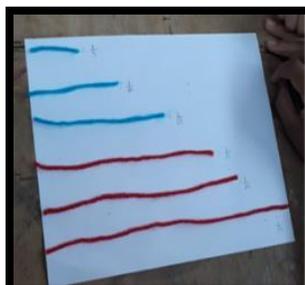
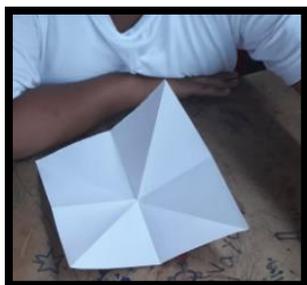
### 3.3. Diseño de las actividades de enseñanza aprendizaje en relación con los objetivos y contenidos.

#### Sesión # 1

**Tema: Adición de números racionales con expresión fraccionaria.**

**Tiempo: 80 minutos.**

Al iniciar la sesión se realizará un refuerzo sobre lo que es una fracción utilizando figuras geométricas o cortando al menos de dos formas diferentes, papeles (10 cm por 10 cm), pedazos de papel de manera circular (del mismo tamaño) y tiras de diferentes medidas (5, 10, 15, 20, 25 y 30 centímetros) en: medios, tercios, cuartos, quintos, séptimos, octavos. Etc.



Después comparten y discuten en grupos sus procedimientos y resultados a partir de preguntas como:

¿Todos estos elementos se pudieron cortar de dos maneras diferentes en medios, tercios, etc.?

¿Qué pasó con el cordel?

¿Cuál de los fraccionamientos resultó más difícil?

Con estas preguntas, en cada situación los estudiantes verbalizan procedimientos, reflexionan sobre aquellos fraccionamientos que implican una mayor dificultad, los que requirieron de la

utilización de instrumentos de medición, aquellos que no pudieron resolver. Además, ayudamos a la meta cognición y autocontrol del propio alumnado.

Luego, continuando con su grupo de trabajo los estudiantes realizaron lecturas de motivación y planteamientos de problemas matemáticos que se encuentran en la página, 80. Donde se les pedirá que razonen las siguientes circunstancias.

¿Qué parte del estadio aproximadamente estuvo ocupada durante el partido?

¿Podemos utilizar la recta numérica y figuras geométricas para representar dichas fracciones?

¿Qué observas con los denominadores?

¿Qué operaciones podemos aplicar?

¿Se podrían sumar fracciones con denominadores iguales?

¿Se podrían sumar fracciones con denominadores diferentes?

En el transcurso de la clase realizarán las siguientes actividades.

-  Graficar las fracciones utilizando figuras geométricas.
-  Graficar en la recta numérica las fracciones que dicta el ejercicio.
-  Resolver los problemas propuestos de distintas maneras.

Después de que elaboraron las actividades se guiara al estudiante para que construyan su conocimiento y a su vez lleguen a las siguientes conclusiones.

**Sumas homogéneas:** Para sumar fracciones con el mismo denominador se tienen que suman los numeradores dejando el mismo denominador. Por ejemplo:  $\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$

**Sumas heterogéneas:** Para sumar fracciones con distinto denominador, lo primero que hay que hacer es poner un denominador común: esto es el mínimo común múltiplo entre los denominadores que haya. Luego dividimos para cada uno de los denominadores y el resultado lo multiplicamos con su respectivo numerador. Para finalizar, sumamos los numeradores que hemos obtenido y dejamos el mismo denominador. Por ejemplo:  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$

Lo primero es hallar el mínimo común denominador entre el 3 y el 5. Cuyo resultado nos da 15.

Por lo tanto 15 es el denominador común de las dos fracciones.  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{\quad}{15} + \frac{\quad}{15}$

Luego que hemos obtenido el mcm tenemos que dividir 15 para su primer denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador de dicha fracción, continuando con el mismo

procedimiento con las otras fracciones. Para terminar sumamos todos los numeradores, donde el resultado de la suma de fracciones es el siguiente:  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15}$

Luego para reforzar su conocimiento pediré a los grupos de estudiantes que realicen los problemas propuestos que se les va a plantear induciéndoles a que apliquen sus propios procedimientos. Trabajarán de forma colaborativa y participativa, esto significa que la fuente de conocimiento surgirá de la interacción entre compañeros y compañeras a través de la realización de diferentes actividades propuestas.

### Sesión #2

**Tema: adición de números racionales con expresión decimal.**

**Tiempo: 80 minutos.**

Al iniciar la sesión de clases los estudiantes realizarán una actividad empleando el TANGRAM que les ayudará a reconocer las diferentes maneras de representar los números racionales con su utilización, puesto que favorece el desarrollo del pensamiento matemático. Insistimos en la fracción como medida, cuando por ejemplo una medida fraccionaria es igual, mayor o menor a uno.



Los estudiantes traerán elaborado desde sus casas el Tangram con cartulina de colores, con las especificaciones dadas anteriormente para su elaboración. Es conveniente que cada estudiante tenga un rompecabezas del Tangram, para realizar esta actividad, ya sea de forma individual y en grupo; las dos son necesarias. Las individuales sirven para afianzar los conceptos; en las grupales se aprende a seguir unas reglas y así superar el egoísmo que a menudo se presenta entre los estudiantes. Luego en clase realizaran las actividades planteadas.

La primera parte de la actividad consiste en que los estudiantes cuenten cuantas piezas tiene el Tangram.



Luego les pregunté qué figuras integran el Tangram a lo que ellos contestaron que son 1 cuadrado, 1 romboide y 5 triángulos rectángulos (2 pequeños, 1 mediano y 2 grandes). Después les indico que tomen el triángulo grande y les pregunto que, si ese triángulo fuera su unidad y utilizamos el triángulo mediano para ver cuántas veces cabe, ¿qué fracción representaría el triángulo mediano? Por lo que dedujeron que sería  $\frac{1}{2}$

A continuación, les pedí que tomen el romboide y el triángulo pequeño y me digan cuantas veces cabe el triángulo pequeño en el romboide a lo que ellos contestaron que caben 2 veces.

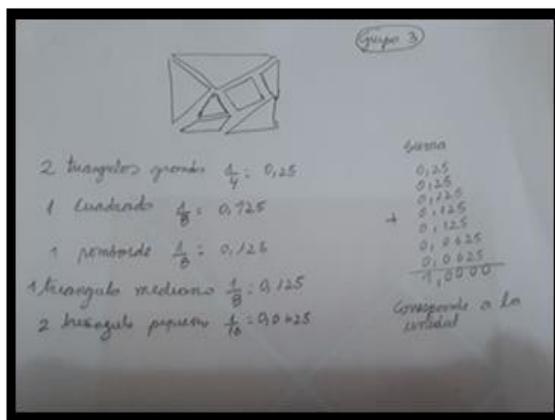


Por último, les solicité que me digan que parte de fracción tiene cada una de las piezas del Tangram, luego que las transformen cada fracción a número decimal y guiándoles les propuse que sumen. Obteniendo los siguientes resultados.



Los estudiantes con esta actividad manipulativa demostraron que pueden reforzar los contenidos que ya poseen sobre fracciones y construir significativamente estrategias metodológicas que le serán de utilidad para conceptualizar mediante la aplicación el proceso de operar con los números racionales expresados en notación decimal; en éste caso plantear preguntas como

- ¿Qué pasos se debe seguir para sumar números racionales expresados como decimal?
- ¿Importa el orden de los sumandos?
- ¿Cómo deben ir ordenadas las cantidades?
- ¿Tiene importancia la ubicación de la coma al momento de ordenar las cantidades?



**Adición de números racionales en expresión decimal:** Para sumar dos números racionales en expresión decimal, se sigue el procedimiento que se indica a continuación:

- Se escriben los sumandos en posición vertical, garantizando que las comas queden una debajo de la otra.
- Se resuelve la suma como si se tratara de números enteros.
- Se ubica la coma de la suma alineada con la coma de los sumandos

Para culminar con la sesión de trabajo se refuerza el tema tratado con las actividades que se encuentran en el texto.

### Sesión #3

**Tema: Resolución de problemas de la vida cotidiana.**

**Tiempo: 80 minutos.**

En esta sesión, mediante la actividad planificada se busca que además de aprender a operar con números racionales expresados como decimal, lograr una formación en ciudadanía. Para esto se organiza un taller grupal. La actividad plantea interrogantes como la colaboración en la familia, la buena comunicación con los miembros de una comunidad, la honestidad, el esfuerzo de cada estudiante como parte del trabajo en equipo, el respeto de las ideas propuestas por cada uno de los integrantes, el liderazgo para el desarrollo del ejercicio planteado. “ Para interpretar la formación en ciudadanía a través de las matemáticas, nos posicionamos en la reflexión acerca de la educación matemática crítica y los planteamientos humanistas de la ética de la solidaridad, el respeto y la colaboración” (D’Ambrosio, 2011, págs. 31-32) por lo tanto mediante el proceso de enseñanza aprendizaje, se pretende desarrollar una formación ciudadana, pero a través del análisis de situaciones cercanas al contexto del estudiante.

Problema planteado:

César realizó las siguientes compras en el supermercado

0,325 kg de naranjas, 1,5 kg de carne de cerdo; 2,5 kg de guanábana; 0,5 kg de pechuga de pollo; 1,3 kg de mandarinas.

- ¿Colaboran ustedes con las compras en el hogar?
- ¿Cuánto pesan todas las frutas que compró?
- ¿Cuánto pesaron en total todas las carnes?
- ¿Qué tan pesada resultó las compras que realizó Cesar?

En cada pregunta planteada, se establece un diálogo deliberativo, en el cual los estudiantes proponen alternativas de solución, intercambian ideas respetando las opiniones de sus compañeros y válidos,

En el desarrollo del problema los estudiantes estuvieron direccionados a 4 fases importantes que le ayudaría a su resolución, que son:

Comprender el problema.

Crear un plan.

Ejecutar el plan.

Comprobar la respuesta.

En primer lugar, oriente a los estudiantes a seguir las reglas de la actividad y el trabajo en equipo, en donde, este tipo de trabajo crea conflictos, los cuales suelen ser beneficiosos para el crecimiento del grupo, si se solucionan adecuadamente, luego establecí un tiempo y lo especifiqué para que los estudiantes resuelvan el problema y puedan organizarse.

Al iniciar con la actividad, en cada una de las fases los estudiantes trataron de responder lo que habían entendido del problema propuesto, durante su desarrollo me pude percatar de lo siguiente:

1. Que al leer el problema todos los grupos van aclarando poco a poco la situación que se describe.
2. A medida que se va detallando el problema los estudiantes distinguen entre lo conocido y lo desconocido organizando la información, o si es necesario, según el problema, buscan la información que se requiera. “Se reconoce el valor del diálogo deliberativo dentro de la perspectiva de la matemática crítica. Se analizan debates democráticos en el aula” (Serradó, Vanegas, & Giménez, 2015, págs. 28-30)

Esto quiere decir que a través del dialogo e intercambio de ideas buscaron comprobar cada uno de los pasos aplicados, realizaron la operación que tenían que ejecutar como es suma de expresiones fraccionarias y decimales vistas en las clases anteriores.

3. Después que se ejecutó el plan de resolución a partir de las relaciones establecidas, resolvieron y comprobaron si los resultados son soluciones adecuadas a la situación planteada. Y en caso de que la comprobación sea negativa, se deberá revisar el proceso. Por último, para afianzar el aprendizaje obtenido realizando los problemas que se encuentran en el texto. **Anexo # 1, problema sobre suma de expresiones decimales y fraccionarias**

## Sesión # 4

**Tema: Sustracción de números racionales en expresión fraccionaria**

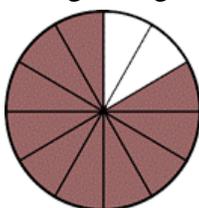
**Tiempo: 80 minutos.**

Para esta sesión de clase iniciaremos con un repaso de las clases anteriores sobre suma de expresiones fraccionarias y decimales.

Continuando con la sesión los estudiantes tendrán que activar sus conocimientos manipulando los siguientes gráficos y contestando preguntas sobre ello.

Imagina que tienes un pastel con rebanadas del mismo tamaño. Algo del pastel ya ha sido comido, por lo que te queda una fracción del pastel.

¿Podrías representar las rebanadas con la figura siguiente?

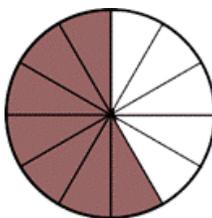


El pastel está cortado en 12 rebanadas iguales. Dos han sido comidas, ¿por lo que el resto del pastel puede ser representado por la fracción?

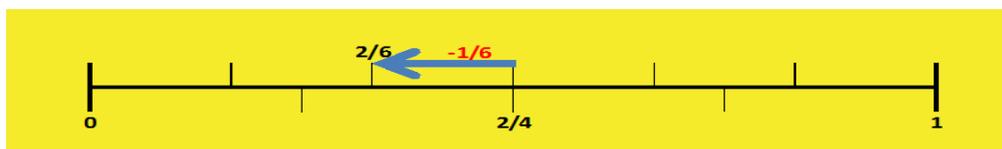
Si se comen tres piezas del pastel, ¿qué fracción del pastel queda?

¿Con que fracciones puedes representar el problema?,

¿Si restas 3 piezas, puedes ver en la figura que quedan de pastel?



Por el contrario ¿qué pasaría si a una fracción cualquiera le restáramos una fracción positiva?



Los estudiantes después de haber trabajado estas operaciones construirán su propio conocimiento objetando que:

Los problemas más simples de resta de fracciones son los que tienen dos fracciones propias con un común denominador. Es decir, que sus denominadores son iguales. El proceso es igual que el de la suma de fracciones con denominadores iguales, excepto que restas, se resta el segundo numerador del primero y dejas el mismo denominador

Es aquí donde se concluirá que para **restar números fraccionarios** de igual o distintos denominadores, se puede aplicar la misma estrategia que la suma.

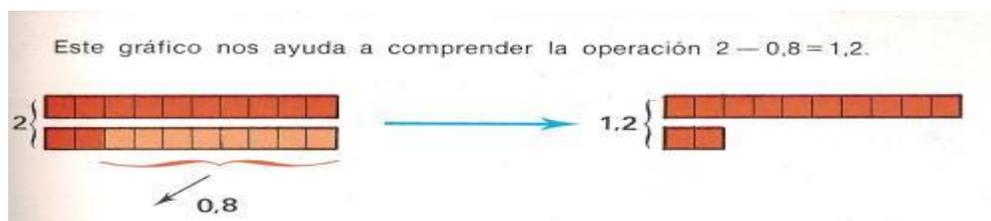
Con el fin de consolidar esta actividad se realizarán los ejercicios planteados en el texto de la **página. 85 Ver Anexo # 2**

### Sesión #5

**Tema: Sustracción de números racionales en expresión decimal.**

**Tiempo: 80 minutos.**

En el inicio de esta sesión a través del siguiente ejercicio reactivaremos los conocimientos adquiridos en el transcurso de las clases dadas con anterioridad.



Observando el siguiente gráfico analizar las siguientes interrogantes:

- Cuántas unidades tiene el gráfico de la izquierda.
- A cuantas décimas corresponden esas unidades.
- Cuántas décimas se les quitan a esas unidades.
- Cuántas décimas o unidades nos quedan.
- Como sería el planteamiento del ejercicio.

En esta actividad los estudiantes dedujeron que han trabajado en la resta de números decimales. Motivé para que escriban la estrategia que usaron para restar números decimales. Oriente que utilicen los contenidos sobre fracciones decimales abordados en clases anteriores al escribir la estrategia.

Después de realizar todas las actividades se extrae el siguiente conocimiento:

Para **restar expresiones decimales**, se escribe el sustraendo debajo del minuendo de tal manera que queden alineadas las cifras del mismo valor posicional; luego, se resta como en los números enteros. A la diferencia se le agrega la coma debajo de las comas.

Para reforzar la clase se trabaja la actividad propuesta. **Ver Anexo # 3**

### Sesión #6

**Tema: Resolución de problemas de la vida cotidiana.**

**Tiempo: 80 minutos.**

Continuando con la metodología basada en la resolución de problemas los estudiantes resolverán el siguiente problema tomado de la revista Líderes. Como ecuatorianos pagamos solo la mitad o menos de lo que en si el valor del galón de gasolina, por lo que Estado paga la diferencia, en un ambiente donde los precios del petróleo han sobrepasado niveles históricos. Con el subsidio, aunque el galón de gasolina extra se importa a USD 2,83, en nuestro país el precio oficial de venta es de USD 1,30, precios que no consideran los costos de comercialización y distribución interna. En el país vecino de Colombia, el galón de gasolina tiene un valor de USD 6,3

De acuerdo con la información anterior, ¿cuánto deja de recibir el estado por la venta de cada galón de gasolina extra al precio oficial?

- A. aproximadamente \$ 1, 2
- B. aproximadamente \$ 1,5
- C. aproximadamente \$ 6, 1
- D. aproximadamente \$ 4,8

En el desarrollo del problema los estudiantes aplicaran la metodología ya estudiada, en el cual el objetivo principal es aprender haciendo, lo que lo hace el protagonista de su propia enseñanza- aprendizaje, donde a partir de esta nueva experiencia va incorporando el nuevo conocimiento surgiendo así el aprendizaje significativo.

En primer lugar, los estudiantes resuelven el problema utilizando una sola copia, por otro lado, favorece que se establezcan, entre los dos alumnos, procesos de pedir y recibir ayuda sobre los procedimientos para resolver un problema, que les sirve para potenciar el aprendizaje entre iguales.

En segundo lugar, les enfatizo la necesidad de pensar, valorar e implementar conjuntamente los diferentes procedimientos para resolver el problema. “la adquisición de técnicas de cálculo debe permitir resolver problemas y también aumentar y profundizar en el conocimiento de los números y de las operaciones. A su vez este conocimiento debe favorecer la flexibilidad y también la creación de rutinas de cálculo personal adaptadas a la neutralidad y a los conocimientos previos del estudiante” (Alsina, Giménez, Burgués, Fortuny, & Torra , 2002, págs. 12-14). Nos da a entender que los estudiantes tengan la impresión de haber encontrado por sí mismo los conocimientos y puedan resolver diversas situaciones problemáticas que se les presente.

Para reforzar el conocimiento trabajarán con los problemas planteados sobre el tema. **Ver Anexo#4**

### Sesión #7

**Tema: Multiplicación de números racionales en expresión fraccionaria**

**Tiempo: 80 minutos.**

Al inicio de esta sesión escribiré en la pizarra algunos ejercicios como:

- ¿Cuánto es un tercio de 24?
- De un cordón hemos utilizado la quinta parte que corresponde a 6 cm. ¿Cuántos centímetros tenía el cordón?
- ¿María ahorra cada mes la quinta parte de su sueldo para sus vacaciones anuales, si su sueldo es \$ 500,00, ¿Cuánto dinero ahorra cada mes? ¿Cuánto reunirá en un año?

Luego establecerán conclusiones de cómo han elaborado los ejercicios (se guiará a los estudiantes para que ellos obtengan sus propios resultados, de cómo han resuelto el problema y los ejercicios, que estrategias han utilizado). Obteniendo el siguiente resultado.

$$a) \frac{1}{3} \times 24 = \frac{24}{3} = 8$$

$$b) \frac{1}{5} \text{ dex} = 6 \frac{1}{5} . X = 6x = \text{incógnita}$$

$$x = 6. 5x = 30$$

$$c) \text{ Cada mes} \longrightarrow \frac{1}{5} \text{ de } 500 \longrightarrow \frac{1}{5} \times 500 = \frac{500}{5} = 100$$

$$\text{Al año} \longrightarrow 100 \times 12 = 1\ 200$$

Los invitaré a que reflexionen por cada resultado obtenido.

A través de una lluvia de ideas se podrá obtener como conclusión que:

**Multiplicación de fracciones:** Para multiplicar tres o más números racionales en su expresión fraccionaria, se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. Por último, los estudiantes realizarán la actividad sobre fracciones y porcentaje. **Ver Anexo #5**

## Sesión #8

**Tema: Multiplicación de números racionales en expresión decimal**

**Tiempo: 80 minutos.**

En esta sesión inicio con los estudiantes un diálogo sobre los metales que conocen, cuáles son los que creen que hay en nuestro país, para qué se utilizan; investigo si saben de actividades de trabajo con metales, por ejemplo, la joyería. Realizo un comentario sobre las aleaciones, que son la mezcla de uno o más metales con elementos no metálicos y que sirven para obtener productos más duraderos; por ejemplo, cuando se hacen los anillos, se mezcla plata y cobre para que no se deformen con el tiempo. Pregunto:

¿Por qué crees que se dice que el Ecuador es un país rico en extracción de minerales?, ¿cuáles son los cuidados que se requiere al explotar minerales para no perjudicar el ecosistema de nuestro entorno?

Concluido el diálogo, recojo los saberes previos. Para ello pregunto:

¿Cuántos gramos tendrán un anillo de 18 quilates, si un quilate equivale a 0,2 gramos?

¿En el problema planteado que clases de números se identifican?

¿Crees que se pueda operar con ellos?

**Recordemos que:**

El quilate se utiliza para calcular el peso o la perfección de las joyas y gemas, y equivale a: 200 miligramos = 0,2 gramos. La onza la usamos para medir el peso de los metales preciosos y equivale a 31,1 gramos.

Pido a un estudiante que explique cómo lo hizo. Una solución puede ser la siguiente

1 quilate ----- 0,2 gramos

18 quilates----- x gramos

$18k \times 0,2 \text{ g } 1k = 36 \text{ g}$

¿Qué clases de números observas?,

¿Cómo podríamos multiplicar un decimal por otro decimal?

Comunico a los estudiantes el propósito de la sesión el cual es que aprenderán a resolver problemas sobre multiplicación de expresiones decimales. Como conclusión tenemos que:

**Multiplicación de decimales:** Para multiplicar expresiones decimales, se efectúa la multiplicación como si se tratara de números enteros, y se separa en el producto tantas cifras decimales como tengan entre los dos factores.

Para afianzar sus conocimientos sobre el tema trabajaran en equipo. **Ver Anexo #6**

### Sesión #9

**Tema: División de números racionales en expresión fraccionaria y resolución de problemas.**

**Tiempo: 80 minutos.**

Iniciamos esta sesión de clase presentando el siguiente problema.

Doña María ganadera de la provincia de Loja, cantón Calvas, tiene 40 kg de forraje y 40 kg de complemento para mezclarlos y darles de comer a sus vacas lecheras. Dos de sus vacas se escaparon. Una de ellas se comió la mitad del forraje y la otra  $\frac{4}{5}$  del complemento que había en el granero. Así que hoy solo ha podido recolectar 15 litros de leche. Utilizara  $\frac{3}{4}$  de esa producción para la elaboración de 2 productos derivados de la leche: mantequilla y queso.

Si desea hacer una repartición equitativa. ¿Cuántos litros de leche destinara para cada uno de esos productos?

Doña María quiere saber cuántos medios ( $\frac{1}{2}$ ) de complemento caben en  $\frac{4}{5}$  del forraje que comieron sus vacas respectivamente.

Luego de que los estudiantes leen el problema, me aseguro que lo han comprendido, formulándole preguntas que les sirvan de autocontrol y regulación.

¿De qué trata el problema?

¿Qué datos nos servirán para solucionarlo?

¿Doña María usará los 15 litros de leche o una parte de ella?

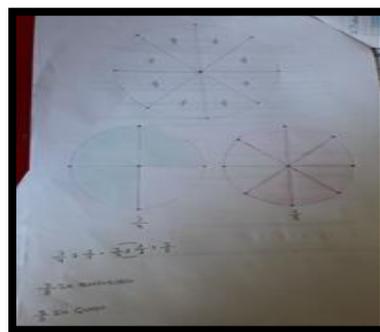
¿Cuánto de la leche usará?

¿Qué elaboraría con esa cantidad de leche?

¿Cómo quiere distribuir los  $\frac{3}{4}$  de leche en la elaboración de esos dos productos?

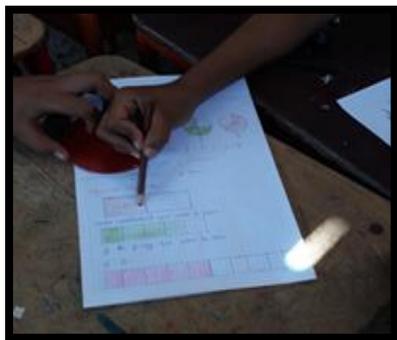
Solicito a algunos estudiantes que expliquen el problema con sus propias palabras, luego los organizo en grupo de trabajo para que resuelvan el problema promoviendo en ellos la búsqueda de estrategias diferentes. Con ello promovemos la posibilidad de autonomía y creatividad.

La primera pregunta del problema en cuestión nos dice que ¿Cuántos litros de leche destinará para elaborar queso y mantequilla? a lo que contestaron utilizando como estrategia el círculo. Con esta estrategia aprendieron a identificar las fracciones a razón de medios, tercios, cuartos, etc. Y así poder llegar a la solución de lo que se les preguntó.



En la segunda pregunta Doña María quería saber cuántos medios ( $\frac{1}{2}$ ) de complemento caben en  $\frac{4}{5}$  del forraje que comieron sus vacas respectivamente.

Para obtener la respuesta a esta pregunta los estudiantes utilizaron el rectángulo.



Al parecer a los estudiantes les resulto fácil trabajar con material manipulativo para hallar la respuesta al problema, ya que resulto una buena estrategia representar este tipo de situaciones con círculos y rectángulos, en donde van a poder observar la semejanza que tiene la parte con el todo como resultados al repartir.

Es importante tomar en cuenta que para enseñar a dividir con fracciones primero debemos comenzar con la representación concreta, durante varias sesiones, para que los estudiantes comprendan el significado de la operación. Si no es el caso, podrían cometer errores ya que al ampliar el número del denominador los estudiantes pueden tener muchas dificultades. Y nos interesa generalizar el proceso.

Por último y para complementar su aprendizaje se tiene como conclusión que:

**División de fracciones:** Para dividir dos números racionales, se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{divisor} & \\
 & \nearrow & \\
 & \frac{a}{b} : \frac{c}{d} \times \frac{d}{c} & \\
 \swarrow & & \searrow \\
 \text{Dividendo} & & \text{inverso multiplicativo}
 \end{array}$$

“Ahí puede aparecer una dificultad, puesto que con el dibujo se usa una idea de la división como comparación que es muy intuitiva, pero con este procedimiento del inverso, usamos una estrategia multiplicativa de operaciones inversas, y se entiende la fracción como operador” (Albarracín, Badillo, Giménez, Vanegas, & Vilella, 2018, págs. 13-48)

## **Metodología:**

En el transcurso de las sesiones se utilizaron las siguientes metodologías:

Metodología heurística: Los estudiantes buscaron la solución del problema utilizando gráficos, dibujos, aplicando los cuatro pasos estudiados del método de Polya.

Método inductivo: Cuando buscaron por cuenta propia alternativas de solución, valiéndose de los conocimientos previos, del trabajo en equipo y de la interacción entre ellos.

Método deductivo: Se da en el momento en que los estudiantes aplicaron procesos ya definidos, reforzado por el docente, o utilizando el texto de apoyo.

Analítico sintético: En el momento que abordaron el tema de estudio.

Trabajo independiente: Cuando de manera independiente, buscan la información, la analizan y proponen las alternativas de solución.

## **Técnicas:**

Se utilizó diversas técnicas como: La exposición. El aprendizaje basado en problemas.

Trabajo colaborativo. Visualización. Aprendizaje colaborativo.

## **Estrategias:**

Estrategias para estimular el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes.

Orientar las actividades: Guiar a los estudiantes a través de preguntas

Indagar los conocimientos previos: Conocer lo que los estudiantes saben del tema a través de preguntas, diálogos etc.

Mantener la atención de los estudiantes: Uso de materiales, palabras importantes, imágenes

Permitir que los estudiantes manipulen y experimenten con diferentes objetos: uso del Tangram y representaciones gráficas.

Ayudar a los estudiantes a tener una actitud reflexiva: Al momento de resolver los problemas los alumnos deben reflexionar sobre la situación y las acciones que realizan en el proceso, ya que es fundamental una actitud crítica de su propio trabajo y el de los demás.

Originar el enlace entre el conocimiento previo y la nueva información que se va a aprender: objetivos, resúmenes, dibujos, graficas, preguntas intercaladas

## **Estrategias de apoyo:**

Los materiales de apoyo que se utilizó fue: Brindar cuestionamientos que faciliten y guíen el aprendizaje. Lluvia de ideas a la solución del problema. Listar lo que se conoce y desconoce

del problema. Obtener información pertinente para la solución. Presentar la solución del problema.

**Recursos:**

Los recursos utilizados fueron: Comunidad educativa: Docente, estudiantes y padres de familia.

**Materiales:**

Contamos con materiales como: Texto de matemática, papel, piolas, tijeras, calculadora, pizarra, tangram

**Tecnológicos:** Y en lo tecnológico con Laptop y TV.

**3.4. Presentación de las actividades de evaluación formativa.**

En esta parte puedo acotar que se usan criterios de evaluación competencial para Comprobar en qué medida se han interiorizado los conceptos de la asignatura (**SABER**). Prestar atención de cómo se lleva a cabo un conjunto de operaciones secuenciadas, resoluciones de problemas, etc. (**SABER HACER**). Establecer el grado de admisión (al interiorizar) de una condición o valor (**SABER SER**).

**Criterios de evaluación:**

Formular y/o resolver problemas referidos a situaciones reales o simuladas.

Reconocer los diferentes tipos de números racionales.

Perseverar en la búsqueda de soluciones.

Precisar el lenguaje matemático para expresar las estrategias y razonamientos utilizados en la resolución del problema

**Criterios de calificación:**

a) Evaluación inicial:

Conocimientos previos, conocer los preconceptos de los estudiantes.

b) Evaluación formativa:

En el desarrollo de la evaluación, se observan: Actividades desarrolladas en clase.

Actividades individuales. Actividades grupales. Tareas enviadas.

c) Evaluación sumativa: Participación en clase. Prueba escrita

**4. IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.**

A continuación, se explican algunas observaciones acerca de la unidad didáctica implementada.

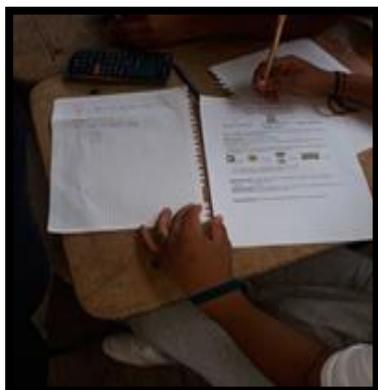
#### **4.1.Lo matemático. Adecuación de los contenidos.**

“Cuando un alumno realiza y evalúa una práctica matemática, activa un conglomerado formado por situaciones problema, representaciones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulado en la configuración” (Font & Badillo, Investigación y opinión, 2013, págs. 5-15). No podemos negar que a nosotros como docentes los procesos de enseñanza y aprendizaje de los números racionales constituye una evidente dificultad, aunque se trabaja en diferentes grados, no alcanza a ser comprendida por la mayoría de los alumnos. Dado es el caso, lo que se quiso dar a conocer a los estudiantes en las diferentes sesiones de clase es como abordar un tema por medio de situaciones problema asociadas con el reparto, la medición, la comparación y la transformación de medidas. Para su mejor comprensión se utilizó material manipulativo en la cual los estudiantes lograron alcanzar un aprendizaje significativo que los hizo descubrir sus propios procesos de aprendizaje, mediante los cuales interpretaron la realidad, para después procesar la información de acuerdo a su propio estilo de aprendizaje, es decir, crearon estrategias que les ayudo a resolver problemas de la vida cotidiana y a construir su propio conocimiento.

#### **4.2.Dificultades de aprendizaje advertidas en los alumnos.**

Al momento de desarrollar cada una de las actividades planteadas en las diferentes sesiones de clase, se lograron detectar que las carencias, dificultades y errores que tienen los estudiantes son siempre las mismas, así tenemos que una de ellas es que se equivocan al pensar que  $1/2$  es menor que  $1/3$  por que al observar el denominador decían que 2 es menor que 3, entre otras.

También se pudo notar que los estudiantes no podían resolver por sí solos los problemas por lo que casi siempre se creó grupos de trabajo para que se sirvan de apoyo, ya que al no conocer el procedimiento proponían resultados aleatorios basados en la intuición es por eso que en determinadas sesiones se encontraron respuestas en blanco o no estaban completas ya que algunos estudiantes, tuvieron dificultad en el uso del lenguaje matemático para expresar fracciones, cuando debían relacionar el material fraccionado con el término racional correcto, ya sea en forma fraccionaria o decimal, pero conforme se avanzaba, se fueron familiarizando con el tema.



### **En lo interaccional:**

“Desde esta perspectiva la interacción profesor-alumnos; la organización de la clase; la pertinencia y relevancia de contenidos curriculares; el uso del tiempo y el clima de aula, entre otros, tienen una fuerte incidencia en las prácticas pedagógicas y en el logro de mejores aprendizajes” (Martinic & Vergara, 2007, págs. 10-12).

Para obtener un buen resultado en el proceso de enseñanza–aprendizaje, la comunicación, la confianza y el respeto mutuo entre el estudiante y el maestro es primordial, ya que de ello depende la atención que el estudiante preste a la asignatura y su participación en la misma para ampliar así sus conocimientos.

### **Lo bueno de los medios empleados:**

Es importante recalcar la gran utilidad de los medios empleados para el aprendizaje de los números racionales, ya que los estudiantes visualizan y manipulan demostrando efectos positivos en ellos puesto que se busca lograr un aprendizaje significativo.

Durante las sesiones de trabajo se pudo evidenciar las participaciones de los estudiantes tanto grupal como individual. La estrategia de resolución de problemas resulto muy provechosa, favoreciendo a desarrollar habilidades, destrezas y una mejor comprensión en los conceptos estudiados.

## **5. VALORACIÓN SOBRE LA IMPLEMENTACIÓN. PROPUESTAS DE MEJORA.**

En este apartado que trata sobre la propuesta de mejora de la unidad didáctica implementada, comienzo citando a varios autores que se refieren al tema.

“Un profesor que se preocupa por la enseñanza de las Matemáticas tiene que reflexionar y pensar acerca de cómo mejorarla, y entonces, de alguna manera, inicia una actividad que

reúne algunas características de una investigación”. (Font, Godino, Goñi, & Planas, 2011, págs. 67-90). Las fracciones y decimales ocupan un lugar importante en la matemática escolar. Evidencia de ello son los planteamientos curriculares, tanto nacionales como internacionales, que resaltan la importancia del aprendizaje de este tipo de números dado que permiten interpretar y abordar una gran variedad de situaciones (comparación, reparto, medición, entre otras). (Giménez, 2015, págs. 78-95)

### **Mejora epistémica.**

Después del análisis realizado, propongo cambiar algunas actividades para mejorar las matemáticas proponiendo significados de la fracción que no han sido contemplados.

En la sesión #8 al introducir el tema de multiplicación de números decimales con un dialogo sobre los metales que hay en nuestro país, por la falta de tiempo, ya que a veces se suspendían las actividades en la escuela no alcance a que los chicos resuelvan todo tipos de problemas relacionados a este tema, es por eso que es necesario que los estudiantes desarrollen situaciones de proporciones entre medidas diferentes como son problemas de velocidad, tiempo, o bien intercambios, relaciones de descuento o mezclas como el caso de pintura (polvo y agua) Y situaciones de ampliación / reducción por ejemplo. Si reduzco una imagen al 75% en una fotocopidora, ¿qué tengo que poner para recuperar el original que he perdido? Les costó mucho entender que el contrario de  $3/4 = 75\%$  es  $4/3$ , y por tanto en la fotocopidora tienen que poner 133% que es  $4/3$ . Solamente los que lo experimentaron se dieron cuenta que la respuesta no es bajé 25% y por tanto tengo que poner 125%, lo cual es un error. Los que no lo experimentan y se dan "cuenta del error" pueden aprender de verdad. Etc. para que así los estudiantes desarrollen el pensamiento racional al formular explicaciones o mostrar soluciones útiles para mejorar la enseñanza del contenido propuesto. Otro elemento importante para la mejora epistémica, es la mejora de los procesos de contextualización. Un aspecto importante de esta unidad didáctica es la necesidad de influir en los estudiantes la importancia que tiene el estudio de las matemáticas, ya que se encuentra presente en nuestra vida cotidiana, en nuestro diario vivir.

**En cuanto lo cognitivo**, el desarrollo de la unidad didáctica, utilizando estrategias adecuadas se activó los conocimientos previos que los estudiantes poseían a cerca de los números naturales y enteros, luego, utilizando el tangram los estudiantes pudieron representar las diferentes maneras de escribir un número racional, sea en forma de fracción como en número

decimal, pero, cierto grupo de estudiantes no podía manipularlo, y a la hora de su representación se equivocaban. Es por tal motivo, y acogiéndome a las sugerencias por cierto muy acertada de mi tutor Dr. Joaquín Giménez, una de las propuestas sería plantear actividades ricas de aula para desarrollar las competencias matemáticas asociadas con el significado de las fracciones y decimales.

Después de que los estudiantes han activado los conocimientos previos necesarios para el estudio de los números racionales, y después de darme cuenta de las dificultades que se presentaron al resolver problemas complejos sobre suma y resta aplicando representaciones gráficas, se hace imprescindible incluir actividades de ampliación y refuerzo. Al mismo tiempo se debe aplicar una evaluación formativa continua a manera de autoevaluación para orientar el proceso de enseñanza aprendizaje, que permita que los estudiantes reflexionen sobre lo que saben y se apropien de los contenidos enseñados.

Al trabajar con el tangram pude percatarme que los estudiantes no podían establecer relaciones complejas de fracciones al comparar piezas, así como: ¿cuántos cuartos caben en un medio? ¿Cuántos pedazos de  $2/5$  caben en  $3/4$ ?, etc. Por tal motivo, una propuesta de mejora sería profundizar sobre el tema, ya que el tangram permite que el estudiante consolide el concepto de fracción y a su vez elaboren conclusiones a partir de la observación.

En lo referente a la división de fracciones, los estudiantes solo podían realizar las operaciones de manera directa, es decir multiplicando en cruz, pero, se confundían al intentar relacionar la operación con el significado de operador inverso, es por eso que resulta necesario que los estudiantes establezcan conexiones entre lo que es multiplicación y división de fracciones por sí mismo, como por ejemplo preguntarles ¿Cuántos  $1/10$  caben en  $1/2$ ?, motivándoles a que realicen representaciones para apoyar sus razonamientos donde ellos al visualizar, logren la representatividad del contenido si se establecen conexiones, donde se apoye a la construcción de un significado al realizar diferentes procesos.

**En cuanto a las interacciones.** En el transcurso de las sesiones, la comunicación con los estudiantes fue en su comienzo mínima, ya que se sentían inhibidos al participar, el %50 se quedaban callados, el % 35 agachaban la cabeza para no participar, solo el % 15 se interesaban en el tema, luego de que comenzaban a manipular objetos que los ayudaban a razonar, empleando la técnica de preguntas y respuestas, fortalecía poco a poco el dialogo y la comunicación con los estudiantes, lo que hacía que cada uno reflexione a partir de lo que

aportaban sus compañeros, es por eso que es necesario que en las clases posteriores promover un ambiente de aprendizaje en los estudiantes para que puedan comunicarse y surja en ellos las habilidades que tenían escondidas. Las competencias aplicadas, ha permitido que los estudiantes puedan resolver problemas de la vida real, Así se incentiva el espíritu creativo y participativo y se aleja la asignatura del concepto académico y frío que se tiene de ella.

**En cuanto a los medios y recursos.** Uno de los recursos primordiales para mi parecer son los materiales didácticos y la tecnología, puesto que todos los estudiantes deben tener las mismas oportunidades y facilidades para aprender concepciones matemáticas propias, donde los estudiantes lleguen a reflexionar, y a su vez puedan interactuar de manera equitativa en el medio en que se desenvuelven.

Debido al terror que algunos estudiantes tienen a la materia, en algunas sesiones facilité el material manipulativo para despertar en ellos el interés de aprender y de trabajar tanto grupal como individualmente los diferentes temas que conforman la unidad didáctica, lo que en ciertas ocasiones no funcionó ya que los estudiantes se apropiaban de ellos y no permitían que sus compañeros lo utilicen, existiendo egoísmo. Por tal razón sería importante promover la participación de cada uno de los estudiantes en los diferentes problemas matemáticos que exijan un procedimiento detallado y además los conduzca a la solución hábil de dichos problemas, incentivándolos a que sean colaborativos, recalcando sus logros y evitando así el rechazo o miedo que tengan a las matemáticas.

La institución donde laboro por encontrarse en la zona rural solo cuenta con un aparato tecnológico que es un televisor, no contamos con sala de computación y está prohibido el uso del celular por los muchos inconvenientes a nivel disciplinario de los estudiantes, por tal motivo no utilicé las Tics siendo para mi parecer un obstáculo que tuve para el aprendizaje de los chicos, solo llevaba mi ordenador para poderles proyectar alguna dinámica o documental acorde al tema, me faltó introducir aplicaciones importantes como Geogebra. Por tal motivo y para facilitar su aprendizaje sería importante solicitar a la máxima autoridad de la institución que dé permiso a los estudiantes que tengan celular o tableta para que lo lleven y puedan utilizar en mis horas de clase y así desarrollar su comprensión y a la vez estimular su interés en la materia.

Al ingresar al tema de sumas y restas de fracciones los estudiantes tenían dificultad en el cálculo del denominador común, ya que se confundían al realizar dicha operación, es por eso

que sugiero el uso de la línea numérica subdividida como material manipulativo que consiste en dibujar líneas marcadas en tercios, cuartos, quintos, sextos, etc. que les ayudaría a comprender mejor lo que hacemos cuando calculamos el mcm. Ejemplo.

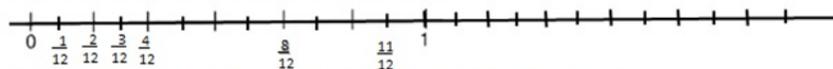
Vamos a buscar  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$  usando la regla de los tercios, de cuartos y de doceavos.

Representamos  $\frac{2}{3}$  en una regla de tercios.

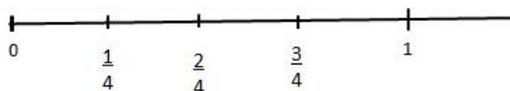


Representamos  $\frac{2}{3}$  en la regla de doceavos.

(la que contiene los tercios y los cuartos).



Añadimos  $\frac{1}{4}$  con una regla de cuartos, a continuación.



Y observamos el resultado en la regla de doceavos.  $\frac{11}{12}$

Para los estudiantes que no recuerdan como se trabajan los decimales propongo como mejora usar rectángulos representando 2,5 como 2 regletas y 0,5 como media regleta o 5 cubitos que si lo multiplicamos por 1,2 (1 regleta y 2 cubitos) sería un rectángulo con esas medidas de los lados, ya que es conveniente que los estudiantes se apoyen con materiales manipulativos que les permitan relacionar a las fracciones con los números decimales.

Para la mejora de evaluación, sugiero proponer alguna actividad de síntesis como un mapa procedimental de las operaciones, en la que estén incluidas preguntas donde el estudiante: Representa los números racionales en la línea numérica. Utiliza fracciones y decimales en situaciones problemáticas complejas. Resuelve problemas en el que se le pide calcular el valor de una parte o el cálculo del total. Etc. De tal manera que los estudiantes se sientan motivados para resolverlos.

Otra propuesta de mejora para la evaluación sería implementar la rúbrica que permite al alumno autoevaluarse, y a nosotros como docentes valorar el conocimiento y aprendizajes de los estudiantes, con bases a criterios específicos que creamos convenientes puesto que aportan objetividad y riqueza a la evaluación de competencias. Por ejemplo.

Crterios	Algunas veces (6-7 puntos)	Frecuentemente (8-9 puntos)	Siempre (10 puntos)
Entiende que los números racionales se suman restan multiplican y dividen.			
Pueden realizar operaciones utilizando materiales			
Se interesa en aprender las operaciones y las relaciona con cosas cotidianas.			
Muestra y discute soluciones			
Describe procedimientos para resolver operaciones con fracciones.			
Distingue a los números decimales.			

## 6. REFLEXIONES FINALES

### 6.1. Autoevaluación del estudiante.

En el presente Trabajo de Fin de Máster he tratado de aplicar en su mayoría los conocimientos adquiridos en las diferentes asignaturas impartidas, tales como: Didáctica de las matemáticas de media superior, Complementos disciplinares I y II, Didáctica de la matemática en secundaria I y II, Innovación e investigación sobre la propia practica e Introducción a la didáctica de la matemática. Logrando:

- ✚ Implementar una unidad didáctica acogiéndome a las necesidades de los estudiantes.
- ✚ Constatar y comprender la complejidad inherente a las matemáticas escolares.
- ✚ Establecer expectativas de aprendizaje e identificar limitaciones de dicho aprendizaje.
- ✚ Diseñar, analizar y reformular tareas, que contribuyan al logro de expectativas de aprendizaje y a la superación de sus limitaciones.
- ✚ La constante renovación de la metodología a la hora de dar clase.

Con respecto a las asignaturas troncales como son: Psicología de la educación, Sociología de la educación, Tutoría y orientación educativa, Metodología didáctica de la enseñanza, Seminario de investigación, Sistema educativo ecuatoriano. Aprendí que es importante:

- ✚ Que las instituciones educativas cuenten con un departamento de consejería estudiantil (DECE) cuyo compromiso sea el de contribuir al desarrollo de la educación, psicopedagógica y profesional de los estudiantes.
- ✚ Recalcar que el alumno es el verdadero artífice en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que es quien construye, modifica y crea su propio conocimiento.
- ✚ Que es de mucha importancia que los estudiantes utilicen la investigación como estrategia para que su aprendizaje sea activo, al ellos buscar sus propios instrumentos de información.
- ✚ Que el currículo ecuatoriano es flexible, y que como docentes podemos adecuar la unidad didáctica de acuerdo a las necesidades

He tenido el honor de haber incluido en mí TFM citas textuales de ilustres maestros como son los doctores: Vincec Font Moll, Yuly Vanegas Muñoz, Joaquín Giménez Rodríguez, Edelmira Badillo Jiménez, entre otros, que han dedicado su vida al estudio de las ciencias exactas. Son ellos quienes en sus diferentes investigaciones, plantean una matemática diferente, una matemática innovadora, una matemática en la que se planea resolver de diferente manera los problemas cotidianos sean estos simples o complejos, centrando su interés en todos aquellos aspectos que forman parte del proceso de enseñanza-aprendizaje, todas estas nuevas concepciones han permitido que mi trabajo se enriquezca notablemente, fortaleciendo mi desempeño como docente, permitiéndome mejorar mis estrategias metodológicas, donde los estudiantes valoren su propio esfuerzo, observen, construyan, grafiquen, generalicen, relacionen los conceptos matemáticos con la realidad y a través de ello alcancen un aprendizaje significativo.

Como docente he llegado a la reflexión de que el estudio de las matemáticas no se limita a las cuatro paredes del aula, sino que se pueden encontrar numerosos ejemplos a cada paso que damos en el mundo que nos rodea, convirtiéndonos en Profesores-Investigadores. En relación con los resultados obtenidos en el estudio realizado al implementar la unidad didáctica, buena parte de los estudiantes se defienden y son capaces de dar definiciones coherentes, aunque la mayoría de las respuestas al final no terminan de ser completas, siendo más bien imprecisas. Pues bien, llegados a este punto soy partidaria en que los profesores pueden y deben romper la monotonía en la que es tan fácil caer en esta asignatura. Las estrategias didácticas no tienen por qué ser rutinarias y mucho menos tediosas, en todo caso, se debe estimular a los alumnos introduciendo aspectos novedosos que despierten su interés. Uno de los recursos primordiales para mi parecer son los materiales didácticos y la tecnología, puesto que todos los estudiantes deben tener las mismas oportunidades y facilidades para aprender concepciones matemáticas significativas, donde los estudiantes tengan la capacidad de interactuar equitativamente en su entorno.

Mi infinito agradecimiento a cada uno de los Doctores en Educación que conformaron este Máster, ya que se esforzaron en transmitirnos lo mejor de sus enseñanzas, y así cambiar nuestra mentalidad como docentes, contribuyendo con nuestra formación profesional en pro de la educación de los niños y adolescentes de nuestro país.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Saldarriaga, P. J., Bravo, G. d., & Loor, M. R. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea. *Dominio de las Ciencias*,(pags 127-137).
- Albarracín, L., Badillo, E., Giménez, J., Vanegas, Y., & Vilella, X. (2018). Aprender a enseñar matemáticas en Primaria. En *Capítulo de fracciones y decimales* (págs. 13-48).
- Alsina, B. F. (2002). Resolución de Problemas Matemáticos: Un Cambio Epistemológico. *REICE*.
- Alsina, C., Giménez, J., Burgués, C., Fortuny, J., & Torra, M. (2002). Resolución de Problemas Matemáticos: Un Cambio Epistemológico. *REICE*, (pags.12-14).
- Badillo, E., & Font, V. (2013). Representaciones matemáticas usadas en la resolución de un problema aritmético de reparto por niños del primer ciclo de primaria. *Didáctica e las Matemáticas*.
- Castaño, N., & García, L. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria.
- D'Ambrosio. (2011). Etnomatemática: diversidad y cultura. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*,(pags. 31-32).
- Font, V., & Badillo, E. (2013). Investigación y opinión. *REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS*,(pags 5-15).
- Font, V., Godino, J., Goñi, J., & Planas, N. (2011). Investigación, innovación y buenas prácticas. En *Matemáticas Vol. III* (págs. 67-90). Barcelona: GRAÖ.
- Giménez, J. (2015). Fracciones y decimales. En J. Guiménez (pags.78-95).
- Imbernón, F. (2012). <http://www.encuentrojournl.org/textos/8.1.pdf>.
- Martinic, S., & Vergara, C. (2007). Gestión del tiempo e interacción del profesor-alumno en la sala de clases de establecimientos con jornada escolar completa. *REICE*, 10-12.
- Serradó, A., Vanegas, Y., & Giménez, J. (2015). Analisis Didactico y Formación para la Ciudadanía a través de la Matemática. *XIV CIAEM-IACME*,(pags97-99).
- Serradó, A., Vanegas, Y., & Giménez, J. (2015). Facilitating Deliberate Dialogue in Mathematics Classroom. En *Educational Paths to Mathematics* (págs. 28-30). Springer Verlag.
- Vanegas, G. y. (2015). Anàlisis didàctico y formación para la ciudadanía a través de las matemáticas. *XIVCIAEM-IACME*, 17pags (20-21)

## AUTOEVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES ADQUIRIDOS

	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	Actividades realizadas durante la elaboración del TFM	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justifiqué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a.	10
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	10
	Versión final del TFM	Objetivo del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	10
		Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	10
		Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos,	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos,	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje	10

			dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	
		Conclusiones de la reflexión sobre la implementación	Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales.	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	10
		Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	10
		Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple	10

			comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española.	comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	
		Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente.	10
		Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondiente	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	10
		Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM	No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	10

**Nota final global (sobre 1,5):**

**1,50**

## ANEXOS.

### ANEXO # 1

Grupo  
#2

**ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA  
"MARÍA LUISA DE SOTOMAYOR"**

**PROBLEMA #3**

Recinto: El Porvenir    Parroquia: Pimocha    Cantón: Babahoyo

En grupo no mayor a 4 integrantes, se plantea a la clase desarrollar el siguiente taller.

Lee atentamente hasta que comprendas cada ítem, desarrolla completamente lo que se solicita y recuerda justificar todo siempre que sea posible.

Marcela resuelve quince ejercicios de matemáticas en 35/60 de hora, Paula las resuelve en 9/12 de hora y Valentina en 3/4 de hora. ¿Cuál de ellas tarda menos tiempo en resolver los ejercicios?

**1era. FASE: Comprende el problema**

¿Qué información aporta el problema?  
Aporta con argumentos para poder realizar los ejercicios

¿Qué se debe averiguar?  
Cuál de ellas tarda menos en resolver los ejercicios

**2da. FASE: Crea un plan**  
¿Cómo vas a resolver el problema?  
Sacando al mcm de cada ejercicio

**3era. FASE: Ejecuta el plan**  
¿Qué operaciones utilizarías?  
la división, la multiplicación

**4ta. FASE: Comprueba la respuesta**

Grupo 2

Amelia ayudo con 2,5 Kg de arroz  
Katala ayudo con 4,22 Kg de frijol  
Catalina ayudo con 3,29 Kg de arroz  
Juan ayudo con 3,75 Kg de frijol

Arroz 2,5  
3,29

$$\frac{25}{10} + \frac{329}{100} = \frac{250 + 329}{100} = \frac{579}{100} = 5,79$$

Frijol 4,22  
3,75

$$\frac{422}{100} + \frac{375}{100} = \frac{797}{100} = 7,97$$

Arroz 2,5  
+ 3,29  
5,79

Frijol 4,22  
3,75  
7,97

### ANEXO # 2

**ENTRADA DEL DEBATE**

**LA TABLA PARA EL DEBATE**

Cantón: Babahoyo

1. ¿Qué información aporta el problema?  
Aporta con argumentos para poder realizar los ejercicios

2. ¿Qué se debe averiguar?  
Cuál de ellas tarda menos en resolver los ejercicios

3. ¿Cómo vas a resolver el problema?  
Sacando al mcm de cada ejercicio

4. ¿Qué operaciones utilizarías?  
la división, la multiplicación

5. ¿Comprueba la respuesta?

**ENTRADA DEL DEBATE**

**LA TABLA PARA EL DEBATE**

Cantón: Babahoyo

1. ¿Qué información aporta el problema?  
Aporta con argumentos para poder realizar los ejercicios

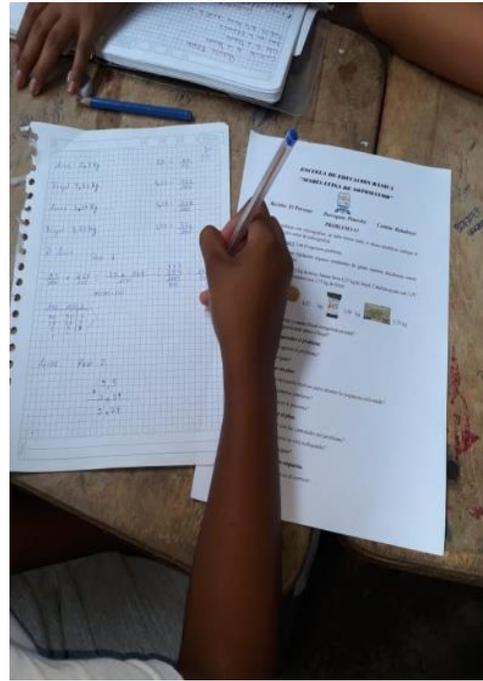
2. ¿Qué se debe averiguar?  
Cuál de ellas tarda menos en resolver los ejercicios

3. ¿Cómo vas a resolver el problema?  
Sacando al mcm de cada ejercicio

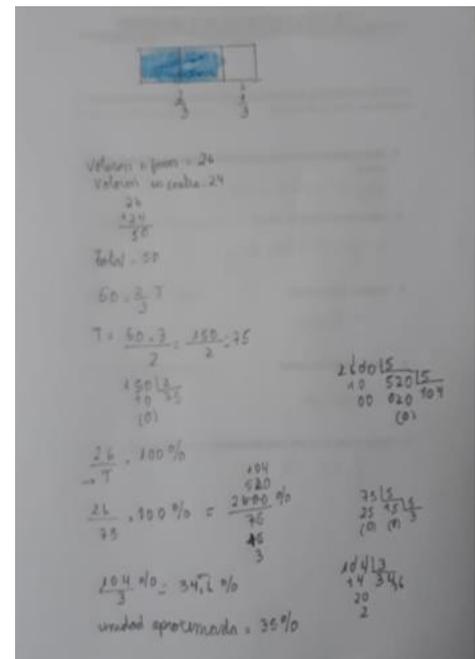
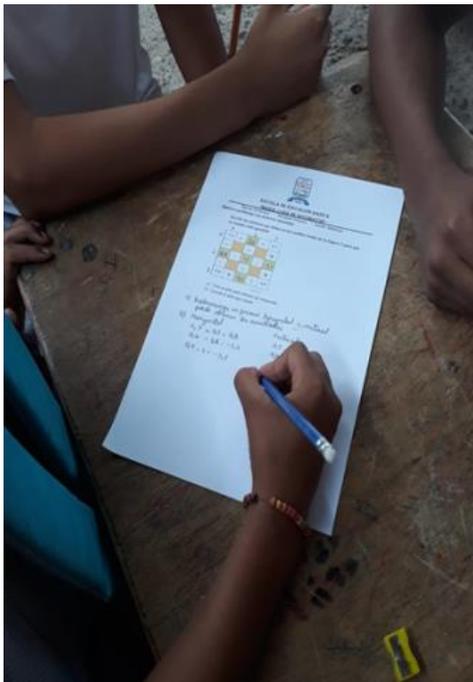
4. ¿Qué operaciones utilizarías?  
la división, la multiplicación

5. ¿Comprueba la respuesta?

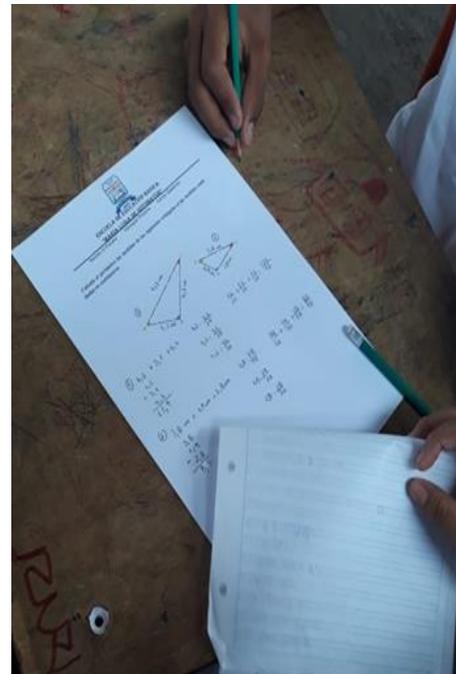
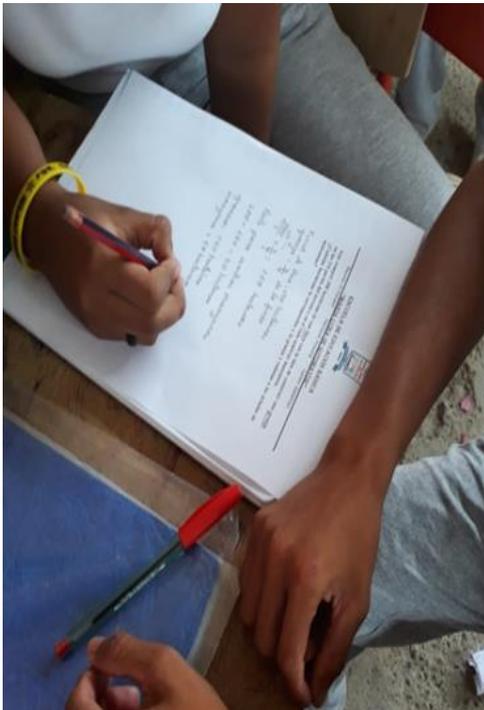
### ANEXO # 3



### ANEXO # 4



## ANEXO # 5



## ANEXO # 6

