UNAE

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

**Carrera de:**

Educación Básica

Itinerario Académico en: Pedagogía de la Matemática

## Alternativa curricular para el desarrollo de la competencia en la resolución de problemas en el 9°B, Institución "Julio María Matovelle"

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciatura en Educación Básica Itinerario Matemática.


Autores:

Beatriz Graciela Pulla Pulla CI: 0105286744

Karen Alexandra Yagual Anchundia CI: 2450122011

Tutor:

Dr. C. José Enrique Martínez Serra CI: 1758589889


**Azogues, Ecuador**

06-septiembre-2019

## RESUMEN

La resolución de problemas es un contenido fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo que varios países lo han plasmado en sus propuestas curriculares, entre ellos, el Ecuador. El presente trabajo analiza cómo se refleja estas propuestas curriculares, sobre la resolución de problemas, en el texto escolar de 9no grado, en relación al bloque de álgebra y funciones

Durante la investigación, se realizó una profunda revisión teórica respecto al proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas y el desarrollo de la competencia en los estudiantes para resolver problemas, llegando establecer conceptualizaciones y caracterizaciones importantes, que sirvieron de base para la operacionalización de las variables: formulación de los problemas matemáticos y competencia ante la resolución de problemas. Luego se realizó un diseño metodológico mixto encaminado a constatar a manifestación de ambas variables a manera de diagnóstico inicial en el libro de texto de 9no grado de la EGB y el paralelo 2 de la Unidad Educativa “Julio María Matovelle”, por medio de la observación participante, la entrevista a la docente, la prueba inicial; los cuales arrojaron vastas deficiencias en sus indicadores.

Posteriormente se diseñó, aplicó y evaluó una alternativa curricular, que en cuyo centro tenía la propuesta de modificaciones de las formulaciones de problemas del libro de texto, arrojando resultados significativamente superiores a los obtenidos inicialmente, con lo cual se tributa a la mejora de la competencia para la resolución de problemas por los estudiantes.


**Palabras clave**: problemas matemáticos, resolución de problemas, competencia para la resolución de problemas, texto escolar.

## ABSTRACT

The problem solving is a fundamental content in the teaching and learning of mathematics, which is why several countries have expressed it in their curricular proposals, among them, Ecuador. This paper analyzes how these curricular proposals are reflected, on problem solving, in the 9th grade school text, in relation to the algebra and functions block.

During the investigation, a deep theoretical review was carried out regarding the teaching-learning process of problem solving and the development of competence in students to solve problems, establishing important conceptualizations and characterizations, which served as the basis for the operationalization of variables: formulation of mathematical problems and competence in solving problems. Then a mixed methodological design was carried out aimed at verifying the manifestation of both variables as an initial diagnosis in the textbook of 9th grade of the GBS and the parallel 2 of the Educational Unit “Julio María Matovelle”, through observation participant, teacher interview, initial test; which showed vast deficiencies in their indicators.

Subsequently, a curricular alternative was designed, applied and evaluated, whose center had the proposal to modify the formulations of textbook problems, yielding significantly higher results than initially obtained, which is taxed to improve competition for problem solving by students.


**Keywords**: mathematical problems, problem solving, problem solving competence, school text.

# Indice

# INTRODUCCIÓN

Comprender y dar resolución a los problemas es una de las competencias que se precisa desarrollar en los estudiantes en el área de Matemáticas, de tal manera que logren formarse en valores y actitudes, alcanzando los estándares de calidad educativa deseados. Sin embargo, a pesar de que en el currículo ecuatoriano se incluyen sugerencias y requerimientos para el desarrollo de cada tema, existen inconsistencias desde varios puntos de vista en la estructura de muchos problemas, lo que impide el proceso de resolución óptimo de los mismos; por lo cual se requiere realizar modificaciones a su planteamiento para contribuir al logro de las destrezas imprescindibles.

Para la sistematización teórica de este tema se han considerado autores como Ceballos & Blanco. (2008), Díaz & Roa. (2014), Mosquera. (2018) y Barrionuevo. (2015), referentes que han permitido ampliar la visión de la problemática y conocer qué trabajos preceden al tema de investigación. A nivel nacional no existen investigaciones certificadas que hayan realizado análisis de los problemas que plantea el texto escolar, sin embargo, la que más aproximación tiene es la publicación titulada "Análisis de la Calidad y Funcionalidad del Texto Escolar Oficial del Primer Año de Educación General Básica Edición 2010".

Stevenson. (2003), refiere al texto escolar como una concreción curricular, porque en él detallan los temas que deben dictar, mientras que en el currículo la forma de enseñar. Por ello es imprescindible que la herramienta esté dotada de información que provea intencionalmente aprendizajes sólidos. No obstante, surgen interrogantes ¿Cómo pueden modificarse los contenidos o problemas que no contribuyen con la enseñanza del tema particular? ¿En qué debe basarse?, entre otras.

Las autoras pretenden identificar qué problemas planteados cumplen con los objetivos para los cuales fueron diseñados, para ello han considerado realizar el análisis de contenido, incluyendo la clasificación y caracterización de los mismos. Para cumplir dichas tareas, se ha revisado una vasta bibliografía que evidencia la eficiencia didáctica de un texto y métodos de resolución de problemas, concibiendo las vías posibles de solución.

## Planteamiento del problema

En el Ecuador, desde hace varias décadas se vienen desarrollando diversos esfuerzos, reformas y transformaciones en el ámbito educativo dirigidas a la mejora de la educación de los niños, niñas, adolescentes y jóvenes, con la finalidad de que desarrollen competencias básicas necesarias y alcancen los estándares de calidad educativa. Al desarrollar las competencias los estudiantes serán capaces de utilizar e interrelacionar todo lo que han aprendido en cualquier contexto.

En el área de la matemática, el término "competencia" hace referencia al "conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones" (Rico, 2007, p. 50).

El currículo ecuatoriano resalta la importancia de la resolución de problemas añadiendo que este es un medio para lograr el aprendizaje y no solamente un fin de la enseñanza, Y además, señala que como resultados se espera que los estudiantes sean capaces de proponer soluciones a cualquier situación problémica de la realidad mediante su conocimiento matemático y de otras disciplinas (Ministerio de educación, 2016).

Considerando que el escenario de la investigación tiene lugar en la Unidad Educativa "Julio María Matovelle", es preciso señalar que el modelo pedagógico de la institución descrito en su Proyecto Educativo Institucional (PEI), se fundamenta en el Constructivismo Social, centrándose en las experiencias y conocimientos previos que tiene el estudiante, para solidificar el nuevo conocimiento mediante actividades significativas y productivas para lo cual se tiene presente un contexto familiar para el estudiante, sin embargo los problemas que se abordan el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática de noveno grado, son en general muy reproductivos, o sea, que están encaminados solo a la repetición de algoritmos ya predefinidos en ejemplos anteriores para su resolución, sin presentar contextos adecuados de la esfera de intereses de los alumnos.

En cuanto a la Planificación Curricular Institucional (PCI) de la institución, se menciona que en la enseñanza de la matemáticas uno de los métodos que se van a utilizar es el de resolución de problemas; sin embargo, no se especifica cómo se pretende desarrollar el mismo o cuáles estrategias se proponen utilizar para lograrlo. Respecto a las tareas, el documento señala que van a ser coherentes y apoyadas en el uso de estrategias para estudiantes con necesidades específicas de apoyo.

Por otro lado, como parte de la labor desarrollada por las practicantes, autoras de este trabajo, a lo largo del ejercicio práctico-teórico como acercamiento a la labor docente, mediante los diarios de campo aplicados, se ha constatado el insuficiente tratamiento que se le da a los problemas matemáticos planteados en el texto del estudiantes, para lograr alcanzar la competencia matemática declarada en el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).

PISA-D es un estudio que evalúa los conocimientos, competencias y actitudes de los estudiantes de 15 años, en las asignaturas de matemáticas, ciencias y lectura. En estas evaluaciones se ha encontrado que a nivel de matemáticas los países latinoamericanos son los que menores puntajes obtuvieron. Ecuador participó en el PISA-D realizado en el 2017, junto a ocho países de similares condiciones socio-económicas, obteniendo el mejor desempeño entre los países que participaron. Sin embargo, este resultado es bajo en consideración con los países miembros de la OCDE, considerando que un 70% de los estudiantes no alcanzan el nivel básico en el dominio matemático. Este nivel trata acerca sobre procedimientos rutinarios, tales como operaciones aritméticas, aplicaciones de fórmulas, etc. (INEVAL, 2018).

En síntesis, con respecto a la problemática de investigación se tiene que, a partir de la observación participante realizada por la pareja pedagógica practicante al 9no "B" de la Unidad Educativa "Julio María Matovelle" durante el primer semestre del 2019, una entrevista no estructurada a la docente profesional de la clase, el análisis documental correspondientes a nivel meso y micro curricular y los resultados obtenidos por los estudiantes en una prueba de diagnóstico inicial, se evidenció que, durante las clases impartidas por el docente en el salón de clase, no se aprecia una adecuada competencia de los estudiantes durante el proceso de resolución de los problemas matemáticos, los problemas que se plantean carecen de contextos cercanos a los intereses de los alumnos y muchos de ellos presentan dificultades en su formulación, como se detallará más adelante.

## Justificación

Durante la instrucción académica recibida y las prácticas preprofesionales ejercidas por las autoras, se han vivenciado situaciones curriculares contradictorias, tales como, la exigencia de comprender y desarrollar procesos cognitivos en las clases, pero que en la vida escolar, específicamente durante el trabajo con los problemas, no se produce aproximación alguna, provocando muchas veces desinterés, frustración y emociones negativas que repercuten en el rendimiento académico.

Como parte del contexto educativo, el Currículo Ecuatoriano de Matemática vigente menciona que el "estudiante alcanza un aprendizaje significativo cuando resuelve problemas de la vida real aplicando diferentes conceptos y herramientas matemáticos" mediante acciones pedagógicas que involucren la "resolución de problemas que impliquen exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas" (Ministerio de Educación, 2016, p. 53).

Para lograrlo, el docente cuenta con una guía, texto escolar, que refleja teoría y propone problemas para reforzar los conocimientos. El propósito del uso del texto escolar es conducir los conocimientos que debe adquirir el estudiante, no obstante, en el ejercicio previo de la profesión se constató que los problemas planteados no guardan suficiente relación con lo teórico.

La importancia de la realización de la investigación radica en que contribuirá significativamente a la práctica del docente de matemática de 9no EGB y sus estudiantes a priorizar el análisis de los problemas que plantea el texto escolar en el bloque de Álgebra y funciones, contemplando los diversos tipos de formulación y resolución de los mismos para lograr la competencia de los estudiantes durante la resolución de los problemas matemáticos.

En atención a lo anteriormente descrito, se pretende dar respuesta a la siguiente **pregunta de investigación:**

¿Cómo contribuir a la competencia de los estudiantes durante el proceso de resolución de problemas propuestos en el bloque de Álgebra y Funciones del texto escolar de 9° EGB?

## Objetivos de investigación

### Objetivo General

Plantear una alternativa curricular que contribuya al desarrollo de las competencias de los estudiantes para la resolución de problemas del bloque de Álgebra y funciones del texto escolar de 9° EGB.

### Objetivos específicos

- Sistematizar teórica y metodológicamente los aspectos relativos a la formulación y resolución de problemas y las competencias de los estudiantes para la resolución de problemas del bloque Algebra y Funciones de la asignatura Matemática en el noveno grado de la EGB.
- Realizar un diagnóstico inicial sobre: la competencia ante la resolución de problemas sobre contenidos relativos al bloque de álgebra y funciones en los estudiantes que conforman la muestra de investigación.
- Sintetizar las características de la formulación de los problemas del bloque de álgebra y funciones del Libro de Texto de 9no grado de la EGB.
- Diseñar una alternativa curricular que incluya la reformulación de problemas del bloque de álgebra y funciones para contribuir a la competencia de la resolución de problemas sobre contenidos de dicho bloque.
- Implementar y evaluar la alternativa curricular en los estudiantes del paralelo B de 9no grado de la Unidad Educativa "Julio María Matovelle".

**Antecedentes**

Desde una perspectiva histórica, se ha procedido a describir algunas investigaciones realizadas con anterioridad respecto al análisis de los problemas matemáticos de los textos escolares.

Ceballos y Blanco. (2008), realizan una investigación que aborda la resolución de problemas como el eje central bajo el cual desarrollan los procesos de enseñanza aprendizaje contribuyendo al fortalecimiento de habilidades matemáticas. Adscribe que existen problemas que conllevan procesos, investigación matemática, situaciones reales, puzzles, entre otros. De igual manera especifican que para analizar los problemas propuestos en el texto escolar hay que conocer la naturaleza de cada problema y la relación que guarda la teoría con el currículo.

De su estudio se concluye que los textos escolares deben incluir problemas simples que apliquen algoritmos conocidos hasta los problemas complejos donde requieran de investigación y ejercicio de la lógica y razonamiento numérico. Los autores sugieren que "los textos escolares incluyan actividades en contextos efectivos que vinculen al niño con la realidad y la resolución de problemas y no solo actividades matemáticas o en contextos de simulación" p. 86

Un estudio similar, realizaron Díaz-Levicoy, D., & Roa, R. (2014), al analizar las actividades propuestas para el tratamiento de contenidos de probabilidad en tres textos de octavo año, donde se consideró establecer diferencias entre ejercicios y problemas para poder delimitar la vía de resolución óptima y si los problemas son de contexto real, realista, fantástico o puramente matemático.

En esta investigación se define al libro de texto como una herramienta de gran utilidad que "tiene un doble rol, por un lado, ayuda a los profesores a planificar sus clases y, por otro, sirve al estudiante para aclarar dudas" p. 11. Además, destacan que existe diferencia en la calidad de los libros de textos y que probablemente influyan en los procesos de instrucción.

Mosquera, J. (2018), realiza un estudio comparativo de textos escolares de matemática de Ecuador y Venezuela, enfocándose en cómo presentan el tema Sistema de ecuaciones lineales refiriéndose a contenido y tareas propuestas. Determinando que en ambos textos existe "énfasis en lo operacional, y en omisiones, como la falta de definiciones de conjunto solución y de sistemas homogéneos" p. 92. El autor afirma que, para promover el razonamiento numérico, los textos escolares deben incluir problemas que les permita elaborar conjeturas y demostrar así su nivel de exigencia cognitiva.

De manera local, no existe evidencia de investigaciones similares, sin embargo, el "Análisis de la Calidad y Funcionalidad del Texto Escolar Oficial del Primer Año de Educación General Básica Edición 2010" que realiza Barrionuevo, T., & Cecilia, F. (2015) concibe una afirmación en concordancia con los tres autores anteriormente mencionados "Los textos escolares son los intercesores para acercarnos al conocimiento y constituyen una herramienta elemental dentro del sistema educativo" (p. 22).

Ese trabajo presenta detalles de una revisión de contenidos respecto a las actividades y las destrezas que se deben cumplir durante el proceso de aprendizaje. Como su población de estudio son los niños de primer grado, los resultados hacen hincapié en la forma de presentar el libro, unos de estos aspectos comprenden los espacios que los estudiantes tienen en cada hoja para realizar las tareas además de la importancia que tiene el rol del docente pues debe incorporar estrategias complementarias de las que están en el texto escolar.

Por otra parte, Salcedo, A. (2015), presenta una investigación que analiza las actividades de estadística propuestas en los textos escolares de primaria, respecto al tipo de tareas, sean estas de memorización, procedimiento con o sin conexión. De su estudio concluye que muchas de las actividades planteadas no están relacionadas con el contenido de la unidad por lo que sugiere "formular actividades donde los estudiantes tengan oportunidad de confirmar conocimientos y procedimientos, pero también se pueden formular actividades que lo lleven a comprender la naturaleza de los conceptos estadísticos y sus relaciones" (p. 85).

A partir del análisis de los antecedentes descritos se puede inferir que existe estrecha relación entre la forma en que se formulan los problemas de los libros de texto con la competencia puedan tener los estudiantes durante la resolución de los mismos, es por ello que en el Marco Teórico del presente informe se presentan disquisiciones teóricas conceptuales y operacionales entre ambos aspectos.

## MARCO TEÓRICO

### El problema matemático

A diario se puede escuchar la palabra "problema" un sinnúmero de veces, pues son situaciones dificultosas que todas las personas han atravesado en algún momento de su vida. Estas situaciones conllevan a la búsqueda de diversas acciones que puedan dar solución a la problemática. Sin embargo, se puede considerar que esta no es una tarea fácil ya que se desconoce si la acción va a ser eficaz, por lo que durante la búsqueda de la solución es necesario de análisis, reflexión y aplicación de los conocimientos o experiencias previas. Estas afirmaciones han sido referidas a los problemas en la vida cotidiana, pero que tienen muchos aspectos en común con los problemas en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática.

Podemos decir que lo enunciado anteriormente describe claramente el concepto de problema matemático (PM), sin embargo, es necesaria establecer una conceptualización que sirva de referencia. Es así que, Díaz & Poblete (2001) señalan que un PM es un objetivo que se pretende alcanzar, pero para lograrlo debe vencer ciertos obstáculos como el desconocimiento del algoritmo útil de resolución, por lo que requiere de deliberación, imaginación y formulación de diversas estrategias que le ayuden en la resolución. Por su parte Polya (como se citó en Villalobos, 2008) dice que PM refiere a ¨la búsqueda consciente, con alguna acción apropiada, para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar¨ (p. 38).

En este sentido y en base a los conceptos anteriores, se puede decir que un PM corresponde a una situación en la cual el estudiante debe realizar una tarea desconocida o poco conocida, basándose en sus conocimientos matemáticos, experiencias, habilidades e información recibida. Además, ya que el estudiante desconoce del algoritmo de solución requiere de realizar actividades como: leer y releer, analizar, investigar, reflexionar, conjeturar, investigar integrar conceptos, procedimientos y actitudes (Leal & Bong, 2015).

El problema matemático para diferenciarse del ejercicio debe poseer ciertas características como: dar la oportunidad de partir o aplicar los conocimientos previos, poseer dificultades intelectuales además de operacionales o algorítmicas, además debe estar contextualizado respecto a la realidad y a los intereses de los estudiantes para que así sea motivador y por último debe poseer múltiples formas de solución mediante la utilización de diferentes métodos (Villalobos, 2008).

Respecto a la contextualización, el programa PISA de la OCDE en sus pruebas plantea cuatro tipos de situaciones en las que se plantea los problemas: situación personal , hace referencia al contexto familiar  y actividades cotidianas del estudiante; situación educativa o laboral, trata sobre la escuela o el trabajo; situación pública, abarca la comunidad donde se desarrolla el estudiante; y la situación científica, implica procesos tecnológicos o aspectos específicamente matemáticos (Rico, 2003).

**Clasificación de los Problemas Matemáticos**

En la revisión teórica se puede encontrar una diversidad de tipologías y criterios de clasificación de los problemas matemáticos, como los de Polya (1981), Borasi (1986), Abrantes (1989), Boavida (1993), Blanco (1993), Diaz y Poblete (2001), entre otros. El presente trabajo toma como base las propuestas de Polya, Borasi y Blanco, pues cada una de ellas aporta con formas diferentes de hacer matemáticas y sus actividades contribuyen al desarrollo de la competencia matemática, por lo que es importante su consideración en su enseñanza.

Por un lado la clasificación de Polya se basa en la forma pedagógica de abordar la resolución de problemas y en la tarea que el estudiante debe realizar. En cuanto, Borasi no solamente se basa en la tarea a realizar, sino que para su clasificación ofrece elementos estructurales como: el contexto, la formulación de soluciones y métodos o estrategias de resolución de problemas, todo esto con la finalidad de mejorar el proceso de enseñanza de la matemática. Por otro lado, la propuesta de Blanco se basa en el aprender haciendo por lo que considera que las clases de matemáticas deben realizarse considerando diferentes actividades y estas pueden desarrollarse con su clasificación

**La clasificación de Polya**

Polya (1981) distingue dos tipos de problemas: por resolver y por demostrar. Los "problemas por resolver" son más sencillos de resolver por lo que se aplican mayormente en las matemáticas elementales, ya que el objetivo es encontrar una incógnita. Mientras que los "problemas por demostrar" se enfocan a la matemática superior pues su objetivo es demostrar que la hipótesis enunciada es verdadera o falsa. Está clasificación se la detalla en la Tabla 1.

Tabla 1. *Clasificación de los problemas Matemáticos según Polya*

| | **Problema por resolver** | **Problema por demostrar** |
|---|---|---|
| **Propósito** | Encontrar algún objeto, "la incógnita del problema". | Demostrar si una afirmación enunciada es falsa o verdadera. |
| **Elementos** | La incógnita, los datos y la condición. | "La hipótesis y la conclusión del teorema que se debe demostrar". |
| **Ejemplo** | Construir un triángulo de lados a, b, c<br>Incógnita - un triángulo<br>Datos - los lados del triángulo.<br>Condición - los lados del triángulo a construir tengan esas medidas. | "Si los cuatro lados de un cuadrilátero son iguales, las dos diagonales son perpendiculares entre sí."<br>Hipótesis - "Si los cuatro lados de un cuadrilátero son iguales"<br>Conclusión - "las dos diagonales son perpendiculares entre sí". |

Fuente: Adaptado de Polya (1981, p. 162-162)

**Clasificación de Blanco**

Blanco (1993) plantea que las actividades matemáticas en clase deben "permitir: abstraer, aplicar, convencer, clasificar, inferir, organizar, representar, idear, generalizar, comparar, explicar, diseñar y desarrollar modelos, validar, conjeturar, analizar, contar, medir, sintetizar y ordenar, etc.” (p. 49). De esta manera Blanco (como se citó en Blanco, Cárdena & Caballero, 2015) establece la siguiente clasificación:

- Los ejercicios de reconocimiento tratan de “resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema” (p. 193).
- Los ejercicios algorítmicos o también conocidos como de repetición pues a menudo son resueltos con algoritmos numéricos.
- Los problemas de traducción simple o compleja son “formulados en un contexto concreto y su resolución requiere la traducción del enunciado a una expresión matemática” (p. 194). Son los típicos problemas de los libros de texto en los que para su resolución requiere de la interpretación correcta del problema, es decir, a la elección de un algoritmo adecuado.
- Los problemas de procesos no tienen una forma de cálculo delimitado claramente, dando cabida a varias formas de resolución.
- Los problemas sobre situaciones reales acerca de actividades estrechamente relacionadas a situaciones de la vida cotidiana que necesariamente requieren del uso de “habilidades, conceptos y procesos matemáticos” (p. 195).
- Los problemas de investigación matemática están relacionados de forma directa con contenido matemático, su proposición no contiene una estrategia de representación por lo que debe buscar algún modelo de resolución.
- Los problemas de puzles pretenden demostrar la capacidad recreativa de la matemática.
- Las historias matemáticas son libros de cuentos, novelas y otras propuestas que requieren esfuerzo y conocimiento de conceptos matemáticos para su competencia.

### La clasificación de Borasi

Borasi (como se citó en Conejo & Ortega, 2013) con el afán de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas presenta los siguientes elementos estructurales: el contexto, la formulación del problema, el conjunto de soluciones y el método; estos son presentados en un breve resumen en la Tabla 2. Borasi, sobre la base de estos elementos, clasifica a los problemas de la siguiente manera: ejercicio, problema con texto, puzle, prueba de una conjetura, problema de la vida real, situación problemática y situación. Blanco, Cárdena & Caballero (2015) explican cada una de las categorías:

- Los ejercicios son planteados sin contextos y sus soluciones son obtenidas mediante la aplicación de fórmulas o algoritmos bien definidos.

- Los problemas con textos son planteados a través de un texto y brindan la información necesaria para su resolución.
- Los puzles son problemas donde el contexto demuestra la creatividad y recreación de la matemática. Para su resolución se debe buscar varias vías, aunque muchas de las veces no requiere necesariamente procesos matemáticos.
- La prueba de una conjetura trata de demostrar un teorema o una propiedad matemática.
- Los problemas de la vida real requieren de tres procesos para validar su resolución: "la creación de un modelo matemático de la situación, la aplicación de procedimientos y técnica matemáticas, y la traducción de la situación real para validar la solución" (p.192).
- En la situación problemática se plantean preguntas abierta acerca de una propiedad matemática, con el objetivo de obtener nuevas conjeturas.
- La situación facilita la formulación de conjeturas mediante la presentación de ciertas propiedades matemáticas. Existe una pregunta específica acerca de lo que el estudiante tiene que realizar.

Tabla 2. *Tipos de problemas según Borasi*

| Tipos de problemas | Elementos estructurales | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Contexto | Formulación | Soluciones | Método |
| Ejercicio | Inexistente | Única y explícita. | Única y exacta | Aplicación inmediata de algoritmos conocidos. Están implícitos en el enunciado. |
| Problema con texto | Contexto explícito, no necesariamente matemático. | Única o con varias alternativas. | Única o varias | Combinación de etapas calculando incógnitas intermedias, creación de problemas. |
| Puzle | Explícito en el texto. | Única y explícita. | Única y exacta | Elaboración de un nuevo algoritmo. Acto de ingenio. |
| Prueba de una conjetura | Explícito en el texto sólo de forma parcial, teorías conocidas son asumidas. | Única y explícita. | Por lo general única, pero no necesariamente. | Exploración del contexto, reformulación, elaboración de nuevos algoritmos. |
| Problemas de la vida real | Explícito en el texto solo de forma parcial. | Parcialmente dada. Algunas alternativas posibles. | Mucha posibles, de forma aproximada. | Exploración del contexto, reformulación, creación de un modelo. |
| Situación problemática | Sólo parcial en el texto, problemática. | Implícita, se sugieren varias problemáticas. | Varias. Puede darse una explícita. | Exploración del contexto, reformulación, plantear el problema. |
| Situación | Sólo parcial en el texto, no problemática. | Inexistente, ni siquiera implícitamente | Creación del problema. | Formulación del problema. |

*Fuente: Recuperado de CONEJO, Laura y ORTEGA, Tomás. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria. Educ. mat [online]. vol.25, n.3, pp.129-158. ISSN 1665-5826*

Estos tipos de problemas deben ser combinados adecuadamente en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los contenidos matemáticos, pues permiten el tránsito por los diferentes niveles de asimilación: reproductivo, productivo y creativo; por supuesto, teniendo en cuenta las múltiples variables que confluyen en la elaboración óptima de las planificaciones de unidad didáctica (PUD), como: el tiempo disponible, las destrezas con criterio de desempeño (DCD) declaradas en el Curriculum, el estado actual de desarrollo cognitivo, motivacional, afectivo y volitivo de los estudiantes, los conocimientos previos, los elementos de la higiene escolar, etc.

## La resolución de problemas

Para Polya (como se citó en Mieles 2012, p. 11) "resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados". Es decir, la resolución de problemas es la superación de algún tipo de dificultad, situación o momento desconocido o nuevo. En ella se destaca que los estudiantes construirán nuevos conocimientos mediante la exploración de métodos que den respuesta al problema, ya sean estos aplicados en el área de la matemática o en otros contextos, lo cual permitirá que el alumno tenga un desarrollo integral.

La resolución de problemas es una modalidad de aprendizaje de las matemáticas. Es la escuela, el lugar donde los alumnos aprenderán a resolver problemas, por lo que es importante se consecuente en su tratamiento. Enseñar matemáticas mediante la resolución de problemas debe ser debe ser uno de los objetivos principales del currículo, pero no basta con colocar ejercicios en el texto escolar para que los estudiantes los resuelvan. Es necesario que se enseñe los procesos de resolución a través de diferentes modelos, siempre y cuando estos sean los más adecuados.

En la educación básica se debe sentar las bases que servirán para que los estudiantes se desarrollen exitosamente en la actividad de la resolución de problemas. Por lo que, un resolutor de problemas se ha de ir desarrollando poco a poco, este se debe identificar ya que cuenta con: "un bagaje de conocimientos matemáticos claros, estructurados e interconectados, un método de resolución acompañado de una serie de estrategias heurísticas, una actitud positiva al aceptar el reto que se le propone" (Echenique, 2006, p. 25).

Existen diversos autores con sus propuestas para el abordaje de un problema matemático. Unos modelos tienden por el lado matemático y estrategias heurísticas, mientras que otros se van por los modelos psicológicos. Por su parte Mason, Burton y Stacey (como se citó en Vesga & Escobar, 2018) proponen un modelo de resolución de problemas que toma en consideración la "influencia del factor afectivo" para la resolución de problemas, así como el método IDEAL el cual es planteado por Bransford y Stein (como se citó en Benhayón & Morgenstern, s. f.). Mientras que las propuesta para la resolución de problemas de Mayer (como se citó en Iriarte, Alberto. & Sierra, Isabel, 2011) y Polya (1981) consideran las destrezas, conocimientos y habilidades adquiridas y por desarrollar.

La siguiente tabla presenta algunas de las propuestas que existen para la resolución de problemas entre ellas tenemos a Polya (1981), Mason, Burton y Stacey (1988), Bransford y Stein (1993) y Mayer (2002) las mismas que se puede apreciar que presentan una gran similitud. Este parecido se debe a que, la mayor parte de los modelos de resolución de problemas han tomado como base o tienen un fundamento común a la propuesta de Polya. Por lo tanto, el modelo de Polya es el que va a ser asumido en el presente trabajo pues aparte de ser útil en la matemática puede aplicarse en cualquier ámbito de la vida cotidiana.

**Tabla 3.** *Modelos para la resolución de problemas*

| Polya (1981) | Bransford y Stein (1993) | Mason, Burton y Stacey (1988) | Mayer (2002) |
|---|---|---|---|
| **Comprender el problema,** para lo cual se clasifica la información que nos provee el enunciado para entenderlo.<br>**Concebir un plan** o estrategia que va a utilizar para resolver el problema.<br>**Ejecución del plan** o la estrategia.<br>**Visión retrospectiva** donde se cuestiona | **Identificar** el problema.<br>**Definir** los objetivos a alcanzar, para tratar al problema.<br>**Explorar** las estrategias que pueden ser útiles.<br>**Anticipar** potenciales resultados negativos o positivos.<br>**Lecciones** aprendidas después de dar | **Atacar los problemas**, mediante la reflexión para lograr su comprensión.<br>**Concebir un plan** para resolver el problema.<br>**Desarrollo del plan** en un ambiente cuyos elementos son: incógnitas, desafío y reflexión.<br>**Observar y reflexionar** sobre cómo se vincula el nuevo conocimiento | **Traducción del problema** es la destreza del alumno para cambiar las afirmaciones del enunciado del problema en una que pueda comprender.<br>**Integración del problema** es la habilidad del alumno para reconocer y clasificar las tipologías de los problemas.<br>**Planificación y supervisión del problema** se crea un plan.<br>**Ejecución de la solución** se aplica los conocimientos matemáticos según el plan estipulado. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| a sí mismo sobre el proceso que realizó y que permitió solucionar el problema | solución al problema. | con lo conocido y puesto en práctica. | |

**Modelo De Polya (1981)**

A partir de los trabajos realizados por George Polya, la resolución de problemas matemáticos se consideró como importante en la enseñanza de la matemática. Es así, que Polya propone un método para la enseñanza y aprendizaje de los problemas en Matemática, convirtiéndose este en una nueva línea de investigación que trajo grandes avances para la educación matemática.

El modelo de Polya promueve que los estudiantes trabajen con “problemas por resolver”, no solamente con ejercicios que impliquen la utilización de algoritmos rutinarios. Polya (citado por Echenique, 2006) propone para la resolución de problemas cuatro etapas, las cuales son: “comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan, y la visión retrospectiva”, Tabla 4. Otros autores como Schöenfeld, Müller y Junk mantienen una similitud respecto al modelo de Polya, en sus fases.

Tabla 4. Modelo de solución de problemas de Polya.

| **POLYA (1981)** | |
|---|---|
| **FASE** | **PROCESOS REALIZADOS POR EL ALUMNO** |
| **Comprender el problema** | Establecer la meta, los datos y las condiciones. Podría guiarse con estas preguntas:<br>¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? |
| **Concebir un plan** | Idea un plan de acción que le permita llegar a dar solución a la problemática. Se puede guiar en estas preguntas; ¿Se ha encontrado con problemas similares? ¿Conoce algún teorema similar que le haya ayudado a resolver un problema similar? ¿Podría emplear ese método? ¿Podría replantear el problema? |
| **Ejecutar el plan** | Lleva a cabo el plan. |

| | |
|---|---|
| **Visión retrospectiva** | Regresa a comprobar el resultado y a revisar el procedimiento. |

Fuente: Adaptado de Polya G. (1981). Como plantear y resolver problemas. Trillas. México. P

**La resolución de problemas en el currículo ecuatoriano**

En la actualidad, la resolución de problemas es considerada como un aspecto muy importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos, puesto que, el estudiante no solamente aprende a resolver problemas matemáticos, sino que desarrolla habilidades que le pueden facilitar abordar cualquier situación problemática que se le presente en la vida cotidiana. La relevancia del aprendizaje de esta actividad ha llevado a que los sistemas educativos busquen integrar dentro de sus bases curriculares a la RP como parte fundamental en la enseñanza de la matemática.

En la misma línea, el currículo ecuatoriano del 2016 pone énfasis a la RP puesto que esta actividad, mediante la puesta en práctica de ciertas capacidades, permite el desarrollo de la competencia matemática. Y al mismo tiempo, la adquisición de esta competencia permitirá a los estudiantes ser los ciudadanos que requiere la sociedad parar su desarrollo. Para lograr esto, el constructo del currículo de matemáticas toma como base el modelo epistemológico pragmático-constructivista, el cual considera que los estudiantes alcanzan un aprendizaje significativo cuando resuelven problemas de la vida cotidiana mediante la aplicación de conceptos y herramientas matemáticas (Ministerio de Educación, 2016).

El currículo ecuatoriano del 2016 sugiere para la enseñanza de la resolución de problemas, el modelo que menciona Masami Isoda Shigeo Katagiri, en su texto "Pensamiento Matemático", el cual es similar al modelo de Polya en específico en sus fases. Las fases que establece este autor son: plantear problemas, planificar y predecir soluciones, ejecutar la solución, explicar y validar la solución, y resumir/aplicaciones. Sin embargo, el currículo no menciona un modelo específico para que los estudiantes implementen en la resolución de problemas.

Es poco lo que se encuentra sobre el tratamiento de los problemas matemáticos en el aula de clase, además de lo mencionado anteriormente. El currículo y sus bases se centran más en lo que se pretende lograr y no en el cómo o que se va a realizar para lograrlo. Esto se ve reflejado, en uno de los puntos del perfil de salida del bachiller ecuatoriano que menciona, que este debe ser innovador respecto a que se mueve por la curiosidad intelectual por lo que indaga sobre la diversidad de situaciones que se presentan tanto en lo nacional como internacional para así aplicar sus conocimientos y poder resolver los problemas que se presenten.

De igual manera, son muchos los objetivos y destrezas de aprendizaje que hacen hincapié en que los estudiantes deben lograr la capacidad de resolver problemas en cualquier contexto de la vida mediante la aplicación de los contenidos aprendidos y de la aplicación de diversas estrategias (Ministerio de Educación, 2016). Sin embargo, como se mencionó anteriormente no se resalta la importancia de los diferentes métodos y estrategias que el docente puede utilizar para resolver un problema.

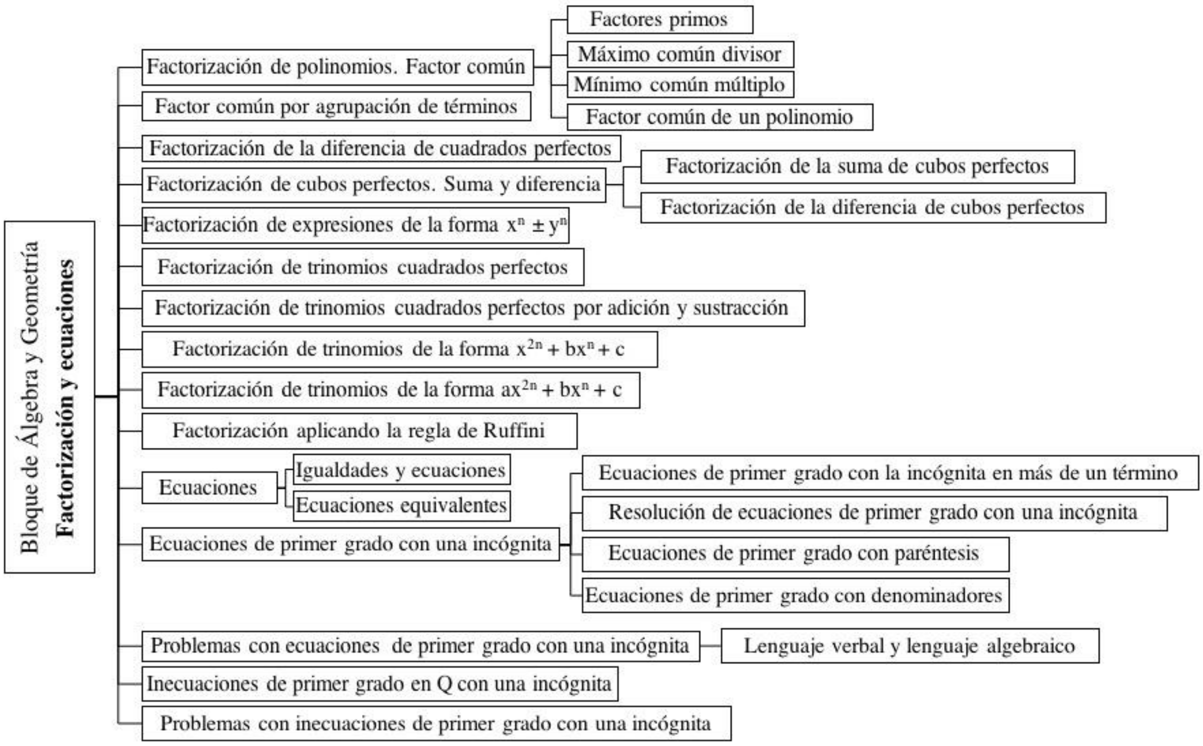
En concordancia con lo mencionado anteriormente, aunque el texto escolar es uno de los materiales más utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje y debe posibilitar a que el estudiante cuente con información conceptual, procedimental y actividades adecuadas a sus intereses y edad evolutiva (Stevenson, 2003). El texto actual de matemáticas establecido por el Ministerio de Educación no especifica, el tratamiento que se puede dar al problema matemático. Solamente, a breves rasgos, al final de cada bloque se plantea un problema resuelto mediante las fases del modelo de Polya, y junto a este, se encuentran 2 problemas que deben ser resueltos mediante el mismo, sin embargo estos son muy poco considerados en la enseñanza de la matemática.

## Los problemas en la unidad de factorización y ecuaciones del bloque de Álgebra y Funciones del 9no grado de la EGB

La unidad de factorización y ecuaciones del texto de noveno de EGB es la que se aborda en la presente investigación por lo que se realiza una breve descripción de su contenido. Esta unidad incluye el abordaje de la factorización de polinomios, así como, ecuaciones equivalentes, el despeje de incógnitas, así como la aplicación de propiedades y reglas.

La *Gráfica 1* especifica los temas tratados.

**Gráfico 1.** *Temas que abarca la unidad de factorización y ecuaciones*




Fuente: Adaptado del Currículo Ecuatoriano (2016)

Los problemas relativos a estos temas que se presentan en el libro de texto son, en general, reproductivos y alejados de la esfera de intereses de los alumnos, sus formulaciones son muy limitadas a ejercicios que requieren de algoritmos predefinidos en su solución y en algunos casos, problemas con textos muy similares a los dos ejemplos de problemas resueltos que se presentan. Estos resultados se detallan más explícitamente en el epígrafe “Resultados del diagnóstico inicial” del Marco Metodológico.

**Conceptualizaciones sobre la competencia para la resolución de problemas matemáticos**

La utilización del término competencia resulta polémico entre los especialistas de diversas ciencias de la educación y está asociado a diferentes concepciones. La categoría competencia, abordada hasta la década de los años noventa desde la arista de la actividad cognitiva – instrumental humana, comienza a ser reconceptualizada en los marcos del debate internacional y regional en torno a los problemas de la calidad de la educación y la insuficiente relevancia o significatividad social e individual de los currículos de las instituciones educativas formales en todos los niveles. (Castellanos, Llivina, Fernández, 2003)

Diversos autores: Bunk, (1994); Gonczi (1996, 2001); Levy – Leboyer (1997, 2000); Ouellet, (2000); Vargas (2002), presentan criterios coincidentes al conceptualizar la competencia en términos de idoneidad para realizar una tarea teniendo en cuenta conocimientos, habilidades, capacidades y valores relacionados con el desempeño adecuado y eficiente de la profesión.

La competencia es considerada también como configuración psicológica compleja en la que intervienen diferentes saberes (saber, saber ser, saber hacer, saber convivir y saber transformar) y que tienen determinada trascendencia en el sujeto y en su transformación como ser social, encaminadas a la superación personal y al empleo de todos los recursos disponibles para el crecimiento individual y por ende ampliar las posibilidades de cada individuo de convertirse en un ser social comprometido con su tiempo y capaz de asimilar los retos de un mundo en constante desarrollo. (González, 2002; Castellanos, 2003; Plá, 2005, 2009).

Desde lo pedagógico el proyecto Tuning Educational Structures in Europe presenta las competencias como combinación de atributos: conocimiento, su aplicación, actitudes y responsabilidades, que describe los resultados del aprendizaje del proceso educativo y distingue competencias específicas en un campo de estudio y competencias genéricas (comunes y transferibles). (Tuning, 2003)

Estudiosos de la pedagogía plantean que las competencias son reconocidas como "las que permiten solucionar los problemas inherentes al proceso pedagógico y al proceso de enseñanza - aprendizaje en particular en el contexto de la comunidad educativa escolar y en correspondencia con el modelo del profesional de la educación, con el propósito de promover el desarrollo integral de la personalidad del estudiantado". (Páez, 2007, p.67)

El estudio realizado permite a las autoras considerar que se trata entonces de redimensionar las competencias teniendo en cuenta la variedad de criterios de los diversos autores que consideran su importancia para el desempeño profesional: el solo hecho de que una persona posea conocimientos, habilidades y capacidades que le permitan resolver de forma eficiente los problemas matemáticos no lo hace competente, sino que es necesaria la integración de estos componentes y que además se manifieste con lo afectivo motivacional.

Su comprensión integradora unifica de forma dinámica en el individuo el saber, el saber hacer y el saber transformar con sus recursos intelectuales y motivacionales, en función de la resolución de problemas matemáticos, o sea, de un verdadero saber resolver con eficiencia cualquier problema matemático.

El enfoque de competencias puede llevarse a cabo desde cualquiera de los modelos pedagógicos existentes, o también desde una integración de ellos (Tobón, 2005). En el caso de la resolución de problemas matemáticos, el desarrollo de competencias es un proceso conscientemente organizado, dirigido y necesario en las condiciones actuales de la educación en el mundo.

Específicamente, este trabajo se enmarca en el estudio de la competencia de los estudiantes durante la resolución de problemas de álgebra y funciones por estudiantes de 9no grado; para ello se proponen algunas preguntas heurísticas que pueden conducir la reflexión de los estudiantes durante el proceso de resolución de problemas durante cada una de sus fases, lo cual facilitaría ostensiblemente la competencia matemática en este proceso:

Para **comprender el enunciado** se hace necesario dirigir la reflexión hacia:

¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿Es insuficiente?, ¿Redundante?, ¿Contradictoria?, ¿puede elaborar un organizador de los datos, incógnitas y condiciones que le permita una mejor comprensión del enunciado (figura, tabla, organigrama, etc)?

En la segunda etapa, las reflexiones encaminadas a **concebir el plan**, deben centrarse en:

-¿puede expresar las condiciones detectadas en el paso anterior mediante el lenguaje algebraico (ecuaciones, inecuaciones, sistemas, fórmulas, etc)?

-¿Se ha encontrado con un problema semejante?

-¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

-¿Conoce algún problema relacionado con este? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.

-He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar el resultado? ¿Podría emplear su método? ¿Le haría falta introducir algún elemento auxiliar?

-¿Podría enunciar el problema de otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?

-Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema?

-Considere solo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿En qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

-¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted las nociones esenciales concernientes al problema?

-Delimite los pasos a seguir que permiten la determinación de las incógnitas a partir de los datos y las condiciones dadas.

Para la **ejecución del plan** puede indicarse:

-Compruebe cada uno de los pasos, al ejecutar su plan de la solución.

-¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

Al **examinar la solución** se indica realizar una visión retrospectiva de lo realizado, proponiendo las preguntas siguientes:

-¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?

-¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe?

-¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

-¿Pude plantear un nuevo problema relacionado con este?

Los alumnos que transiten exitosamente por estas fases, puede decirse que van correctamente encaminados en el desarrollo de la competencia para la resolución de problemas.

Más adelante, en el “Marco Metodológico”, se presenta la operacionalización de la variable “competencia en la resolución de problemas matemáticos”

## MARCO METODOLÓGICO

### Tipo de Investigación

El desarrollo de este trabajo fue llevado a cabo bajo el enfoque de investigación mixta, pues se procesan datos de variables cuantitativas y cualitativas.

Como el objeto de estudio es la competencia ante la resolución de los problemas propuestos en el libro de texto, el método de investigación cualitativa se emplea, tanto en el análisis de la competencia antes y después de la implementación de la propuesta, como en el análisis documental que se realiza sobre los problemas del libro de texto determinando en qué medida la formulación de los problemas favorecen las destrezas para las cuales fueron planteados.

El análisis se realizó a nivel micro estructural del texto escolar, pues el estudio se centró en una unidad específica (problemas planteados), los cuales se denominaron "unidades de análisis". Bajo este enfoque la investigación tuvo como base el uso de categorías que sirven para la clasificación o agrupación de las unidades, determinando así aspectos positivos e inconsistencias expuestas en una tabla, incluyendo los temas que, según el libro de texto, debe abarcar para el cumplimiento de la destreza con criterio de desempeño.

Luego de conocer cuáles son las principales falencias de los estudiantes en su competencia ante la resolución de problemas y las dificultades detectadas en la formulación de los mismos en el libro de texto, se procede a diseñar e implementar una alternativa curricular, que incluye como parte importante la reformulación de los problemas, en base a indicadores establecidos por las autoras del proyecto, diseñados tras la valoración teórica realizada a las obras de autores como Borasi, Polya y Blanco.

Por otra parte, aparece el enfoque cuantitativo de la investigación, ya que tanto antes como después de la implementación de la alternativa curricular, se realizan evaluaciones a los estudiantes del 9no EGB paralelo B, donde se obtienen datos cuantitativos de sus calificaciones, los cuales se procesan con herramientas de la estadística descriptiva y se realizan comparaciones oportunas de los resultados obtenidos antes y después de la implementación y determinar cuál fue el avance.

**Métodos, técnicas e instrumentos de recolección de datos**

Debido a la naturaleza de las muestras se emplearon instrumentos de recolección de datos tal y como se especifica en el cuadro a continuación:

| Investigación | Población | Tipo de Muestra | Métodos / Técnicas / Instrumentos | Finalidad del instrumento |
|---|---|---|---|---|
| Cualitativa | Estudiantes del noveno año EGB de la Unidad Educativa Julio María Matovelle | Muestra intencional: 35 estudiantes del noveno año EGB paralelo B; 32 varones y 3 mujeres que oscilan entre los 12 y 13 años. | Entrevista no estructurada a la docente de Matemáticas / Guía de entrevista (Anexo 1) | Ofrecer información sobre la manifestación de indicadores de la variable "competencia ante la resolución de problemas" y determinar las características de los problemas que son formulados en el PEA de la Matemática antes de la implementación. |
| | | | Observación participante / Diarios de Campo (Anexos 2, 5 al 11) | Ofrecer información sobre la manifestación de indicadores de la variable "competencia ante la resolución de problemas" y determinar las características de los problemas que son formulados en el PEA de la Matemática antes de la implementación.<br>Relatar las experiencias tras la ejecución de la clase con los problemas reformulados, incluyendo los aprendizajes obtenidos, los roles que tuvieron las autoras del proyecto y las recomendaciones para las futuras experiencias. (Anexos 5 al 11) |
| | Problemas declarados en el libro de texto de la Unidad 3 "Factorización y ecuaciones. Bloque Algebra y funciones | Muestra variada: 56 problemas de la Unidad 3 "Factorización y ecuaciones. Bloque Algebra y funciones | Análisis de los problemas del Libro de Texto / Ficha cualitativa denominada "Análisis de contenido" (en el cuerpo del informe) | Identificar cuántos problemas se plantean en el libro de texto para el cumplimiento de la destreza con criterio de desempeño considerando el tema y los subtemas establecidos.<br>Caracterizar los problemas propuestos según la categoría Tipología de problemas, |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | considerando la teoría propuesta por Polya, Borasi y Blanco.<br>Determinar de qué forma se plantea el problema según la categoría Contextos, según establece Blanco.<br>Determinar los aspectos positivos y las dificultades en la formulación de cada uno de los problemas. |
| **Cuantitativa** | Estudiantes del noveno año EGB de la Unidad Educativa Julio María Matovelle | Muestra intencional: 35 estudiantes del noveno año EGB paralelo B; 32 varones y 3 mujeres que oscilan entre los 12 y 13 años. | Prueba estandarizada | Prueba Inicial: Determinar el nivel de desarrollo de la competencia ante la resolución de problemas por los estudiantes, en base al planteamiento de problemas (los mismos del libro de texto) considerando que los temas ya se revisaron con anterioridad con la docente titular. (Anexos 3 y 4) |
| | | | | Prueba Final: Determinar el desarrollo de la competencia ante la resolución de problemas por los estudiantes, después de implementada la alternativa curricular en base al planteamiento de problemas (reformulación de los propuestos en el libro de texto) considerando que las autoras del proyecto revisaron los temas y trabajaron en clases para reforzar el conocimiento. (Anexo 12) |

## Operacionalización de las variables

### Operacionalización de la variable "competencia ante la resolución de problemas"

A partir de los epígrafes anteriores abordados sobre la resolución de problemas y las conceptualizaciones sobre la competencia ante la resolución de problemas, pueden establecerse las siguientes dimensiones, subdimensiones e indicadores de la misma:

- Dimensión 1: Comprensión del enunciado
  - Subdimensión 1.1: Datos del problema
    - Indicador 1.1.1: Identificación de los datos
    - Indicador 1.1.2: Discriminación de los datos necesarios
    - Indicador 1.1.3: Notaciones adecuadas para los datos
  - Subdimensión 1.2: Incógnitas del problema
    - Indicador 1.2.1: Identificación de las incógnitas
    - Indicador 1.2.2: Notaciones adecuadas para las incógnitas
    - Indicador 1.2.3: Identificación de las condiciones que relacionan los datos y las incógnitas
  - Subdimensión 1.3: Organizadores
    - Indicador 1.3.1: Presentación de un organizador visual donde aparezcan las variables y las incógnitas (figura, tabla, organigrama, etc)
    - Indicador 1.3.2: Presencia adecuada de los datos y las incógnitas en el organizador.
- Dimensión 2: Elaboración del plan
  - Indicador 2.1: Traducción del lenguaje común al algebraico de los elementos del modelo matemático.
  - Indicador 2.2: Delimitación adecuada del modelo (ecuación, inecuación, sistema, fórmula, producto notable).
  - Indicador 2.3: Delimitación de los pasos para resolver el modelo.
- Dimensión 3: Ejecución del plan
  - Indicador 3.1: Aplicación correcta de los pasos determinados en el plan.
  - Indicador 3.2: Justificación suficiente de cada paso.
  - Indicador 3.3: Verificación de la veracidad de las inferencias realizadas.
- Dimensión 4: Examen de la solución y la vía
  - Indicador 4.1: Comprobación de la veracidad de las soluciones obtenidas en cada condición
  - Indicador 4.2: Comprobación de la completitud de las soluciones obtenidas
  - Indicador 4.3: Valoración de otras vías de solución

**Operacionalización de la variable "formulación de los problemas matemáticos"**

- Dimensión 1: Tipología de problema
  - Subdimensión 1.1: tipo de problema, según Polya
    - Indicador 1.1.1: Problema por resolver
    - Indicador 1.1.2: Problema por demostrar
  - Subdimensión 1.2: tipo de problema, según Blanco
    - Indicador 1.2.1: Reconocimiento
    - Indicador 1.2.2: Algorítmico
    - Indicador 1.2.3: Traducción simple o compleja
    - Indicador 1.2.4: Problema de procesos
    - Indicador 1.2.5: Situaciones reales
    - Indicador 1.2.6: Problemas de investigación
    - Indicador 1.2.7: Puzles
    - Indicador 1.2.8: Historias matemáticas
  - Subdimensión 1.3: tipo de problema, según Borasi considerando los indicadores operacionalizados, según la tabla:
    - Indicador 1.3.1: Problema con texto
    - Indicador 1.3.2: Puzle
    - Indicador 1.3.3: Prueba de una conjetura
    - Indicador 1.3.4: Problema de la vida real
    - Indicador 1.3.5: Situación problémica
    - Indicador 1.3.6: Situación
- Dimensión 2. Contexto de la formulación del problema, según Blanco
  - Indicador 2.1: Contexto real
  - Indicador 2.2: Contexto realístico
  - Indicador 2.3: Contexto matemático
  - Indicador 2.4: Contexto manipulativo/ recreativo

Estos indicadores han sido determinados en función de las necesidades de la investigación del objeto de estudio declarado en este proyecto y pueden ser refinados en investigaciones posteriores.

**Principales resultados obtenidos en la etapa de "Diagnóstico Inicial"**

**Resultados de la entrevista a la docente de Matemáticas**

Con respecto a la pregunta: ¿Cuál es su opinión sobre la calidad de la formulación de los problemas que se presentan el libro de texto?, la docente manifestó que:

- Existe una adecuada agrupación en problemas de exploración para introducir los temas, de ejercitación, de comunicación, de razonamiento y de "resolución de problemas" y están debidamente graduados por niveles de dificultad, según un código de colores establecido; pero sin embargo,
- Muchas veces no contribuyen al desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño declaradas en el curriculum, pues, en general, predominan problemas que solo requieren algoritmos o fórmulas preestablecidas para ser resueltos exitosamente, de los cuales se resuelven dos ejemplos representativos ya contemplados en el texto.
- En varios problemas del libro existen errores en su formulación, ya sea porque presentan ambigüedades en las condiciones que se dan, faltan datos o sobran datos, que impiden una solución exitosa del problema.
- En general, los contextos de los problemas no incluyen aspectos cercanos a los intereses de los alumnos.
- Casi no se presentan juegos o puzles que permitan hacer la Matemática mucho más divertida.

Con respecto a la pregunta ¿En qué medida estos contribuyen al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño (DCD) declaradas en el Currículo de 9no grado?, la docente expresa que, los resultados de los estudiantes en las pruebas frecuentes, quimestrales e interciclos demuestran que existen muchos estudiantes próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos (con promedio entre 4 y 6,99) y muy pocos dominan los aprendizajes requeridos, lo cual permite afirmar que la resolución de problemas no ha conducido adecuadamente al desarrollo de las DCD.

Al responder la pregunta ¿Cómo transcurre la competencia ante la resolución de problemas por los estudiantes en el PEA de la Matemática?, la docente emite criterios valorativos semejantes a los esgrimidos en la pregunta anterior.

**Resultados de la observación participante**

A través de la observación participante realizada al PEA de las clases de Matemática impartidas por la docente se apreció, que en general, la docente sigue al pie de la letra el libro de texto y predomina una enseñanza tradicional, por medio de la exposición magistral de los conceptos, teoremas y operaciones básicas con expresiones algebraicas, se resuelven dos problemas a manera de ejemplos y se prosigue con el planteamiento de algunos problemas del libro, que pueden ser resueltos con recursos rutinarios muchas veces, ya sean fórmulas o algoritmos preestablecidos.

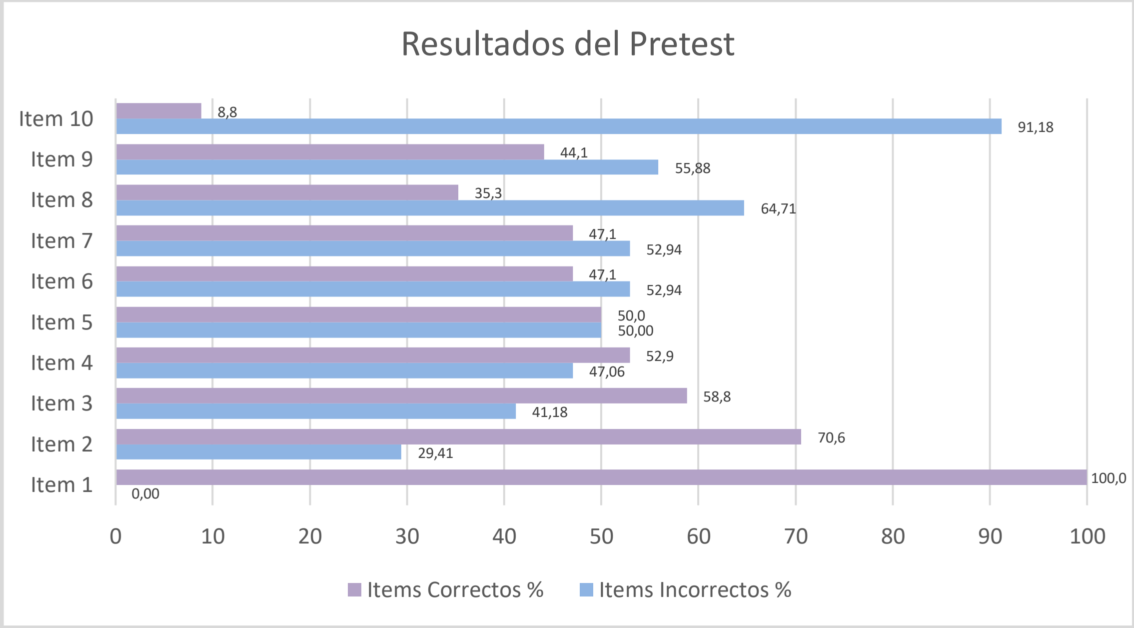
Predominan dificultades durante: la identificación de los datos y las incógnitas y el empleo de notaciones adecuadas para ellos, no muestran habilidades en la identificación de las condiciones que relacionan los datos y las incógnitas ni presentan organizadores visuales adecuados donde aparezcan las variables y las incógnitas (figura, tabla, organigrama, etc.)

Al tratar de realizar la traducción del lenguaje común al algebraico de las condiciones dadas en el problema predominan muchas confusiones, lo que trae consigo que el modelo matemático (ecuación, inecuación, sistema, fórmula, producto notable) no quede correctamente formulado.

Muchas veces no se delimitan correctamente de los pasos para resolver el modelo, lo que impide la aplicación y justificación correcta de los pasos determinados en el plan.

No se realizan verificaciones oportunas de la veracidad de las inferencias realizadas ni se comprueba la veracidad en cada condición dada, de las soluciones obtenidas, tampoco se valoran otras vías de solución de los problemas.

**Resultados de la Prueba Inicial**




Como se puede apreciar, los resultados son bastante deficientes y, en general, predominaron dificultades en la mayoría de los indicadores relativos a la competencia de la resolución de problemas, pues, aunque los problemas no requerían de la determinación de datos e incógnitas, ya que estaban bien definidos en su formulación, más de la mitad de los estudiantes no detectaron el producto notable que era necesario aplicar durante la factorización de expresiones algebraicas sencillas, no recordaban las fórmulas de área y perímetro de figuras planas, ni el volumen de prismas sencillos para ejecutar los productos notables que quedaban indicados. En varios casos, se confundían unos productos notables con los otros; como en el problema 8.

Con respecto a las inecuaciones, predominaron errores en algunos de los pasos descritos en la formulación de los problemas.

**Resultados del análisis documental de los problemas planteados en el libro de texto**

Para poder realizar el análisis respectivo del objeto de estudio, es decir los 56 problemas propuestos en la Unidad 3, Factorización y ecuaciones del Bloque de Algebra y funciones del libro de texto de 9no EGB MINUEDUC, se llevaron a cabo las siguientes fases:

**FASE 1: Identificación de las destrezas con criterios de desempeño** *respecto a los temas y subtemas de la Unidad 3, Factorización y ecuaciones del Bloque de Álgebra y Funciones*. En esta primera fase se presenta una tabla donde se esquematiza de forma clara y precisa las destrezas establecidas en el currículo y en libro de texto, además de los temas que se desarrollan para alcanzar las mismas.

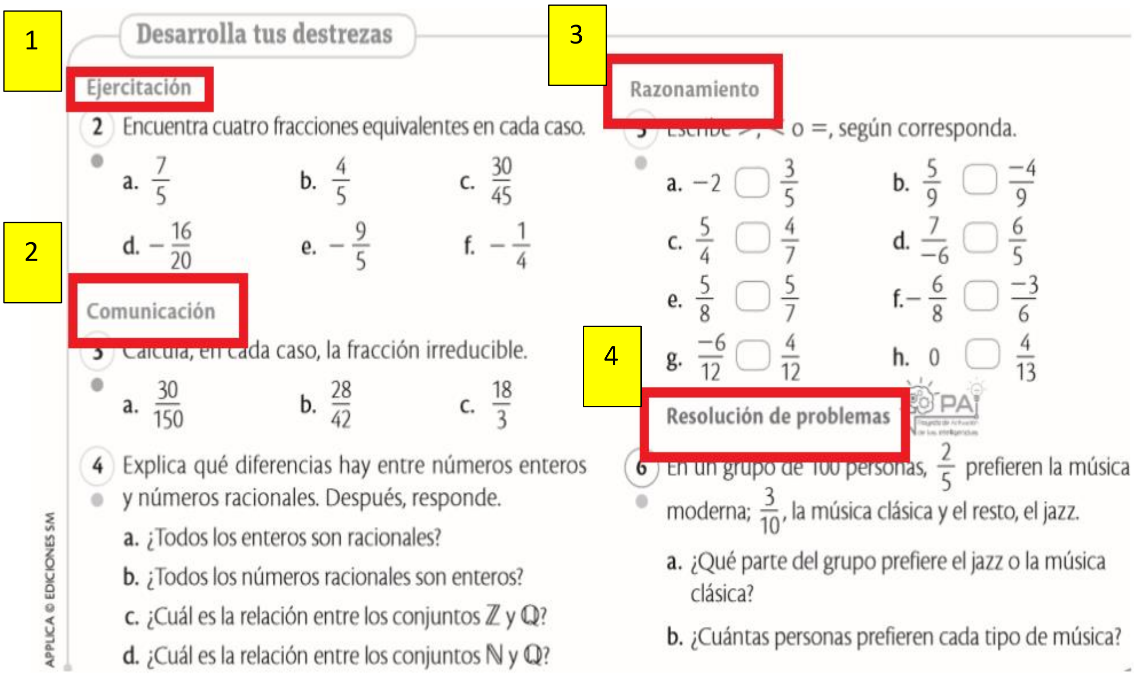
*Tabla 5.* Destrezas Unidad 3, Factorización y ecuaciones del Bloque de Algebra y Funciones

| **Tipo de destreza** | **Currículo** | **Libro** | **Temas de los problemas planteados** |
|---|---|---|---|
| Imprescindible | M.4.1.33. Reconocer y calcular productos notables e identificar factores de expresiones algebraicas. | Reconocer, calcular e identificar factores de expresiones algebraicas. | Factor común |
| | | | Factorización por agrupación de términos |
| | | | Diferencia de cuadrados perfectos |
| | | | Factorización de cubos perfectos - suma y diferencia. |
| | | | Factorización de expresiones de la forma $x^n \pm y^n$ |
| | | | Factorización de trinomios cuadrados perfectos |
| | | | Factorización de trinomios cuadrados perfectos por adición y sustracción |
| | | | Factorización de trinomios de la forma $x^{2n}+bx^n$ |
| | | | Factorización de trinomios de la forma $ax^{2n}+ bx^n+c$ |
| | | | Factorización aplicando la regla de Ruffini. |
| Imprescindible | M.4.1.20. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q en la | Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q en la | Ecuaciones: igualdades y equivalentes |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | solución de problemas sencillos. | solución de problemas sencillos. | Ecuaciones de primer grado con una incógnita |
| Imprescindible | M.4.1.38. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en R para resolver problemas sencillos | Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en R en la solución de problemas sencillos | Ecuaciones de primer grado con una incógnita |
| Deseable | M.4.1.22. Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones o inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. | Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. | Problemas con ecuaciones de primer grado con una incógnita. |
| Imprescindible | M.4.1.21. Resolver inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q de manera algebraica. | Resolver inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q de manera algebraica. | Inecuaciones de primer grado en Q con una incógnita. |
| Deseable | M.4.1.22. Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones o inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. | Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. | Problemas con inecuaciones de primer grado con una incógnita. |

Fuente: Adaptado del Currículo Ecuatoriano (2016).

**Fase II: Identificación del número de problemas propuestos en el apartado "desarrolla tus destrezas" para cada tema**. En esta fase se procedió a identificar qué cantidad de problemas plantea el libro de texto para abarcar cada tema considerando las respectivas destrezas que se deben alcanzar, se menciona que el apartado *desarrolla tus destrezas*, hace referencia a los ejercicios y problemas que establece el libro para que el estudiante refuerce los contenidos revisados el cual se divide de la siguiente manera:


1
Desarrolla tus destrezas
Ejercitación
2 Encuentra cuatro fracciones equivalentes en cada caso.
a. $\frac{7}{5}$ b. $\frac{4}{5}$ c. $\frac{30}{45}$
d. $-\frac{16}{20}$ e. $-\frac{9}{5}$ f. $-\frac{1}{4}$
2
Comunicación
3 Calcula, en cada caso, la fracción irreducible.
a. $\frac{30}{150}$ b. $\frac{28}{42}$ c. $\frac{18}{3}$
4 Explica qué diferencias hay entre números enteros y números racionales. Después, responde.
a. ¿Todos los enteros son racionales?
b. ¿Todos los números racionales son enteros?
c. ¿Cuál es la relación entre los conjuntos $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$?
d. ¿Cuál es la relación entre los conjuntos $\mathbb{N}$ y $\mathbb{Q}$?
3
Razonamiento
5 Escribe >, < o =, según corresponda.
a. $-2 \square \frac{3}{5}$ b. $\frac{5}{9} \square \frac{-4}{9}$
c. $\frac{5}{4} \square \frac{4}{7}$ d. $\frac{7}{-6} \square \frac{6}{5}$
e. $\frac{5}{8} \square \frac{5}{7}$ f. $-\frac{6}{8} \square \frac{-3}{6}$
g. $\frac{-6}{12} \square \frac{4}{12}$ h. $0 \square \frac{4}{13}$
4
Resolución de problemas
6 En un grupo de 100 personas, $\frac{2}{5}$ prefieren la música moderna; $\frac{3}{10}$, la música clásica y el resto, el jazz.
a. ¿Qué parte del grupo prefiere el jazz o la música clásica?
b. ¿Cuántas personas prefieren cada tipo de música?
APPLICA © EDICIONES SM

A continuación se explican cada una de las agrupaciones realizadas a los problemas:

1. *Ejercitación.* Actividades planteadas para que los estudiantes determinen las respuestas de forma rápida conociendo los procedimientos enseñados con antelación.
2. *Comunicación.* Actividades para que los estudiantes realicen conexiones entre las representaciones simbólicas o gráficas y las ideas sobre el tema que puedan tener.
3. *Razonamiento*. En este apartado se plantean actividades donde el estudiante relaciona los contenidos y los interpreta, argumentando la información presentada.
4. *Resolución de problemas*. Se plantean problemas donde el estudiante interprete, razone y al emitir un juicio, idee varias formas de resolverlo considerando lo aprendido a lo largo del estudio de los temas.

Para aplicar los contenidos trabajados se plantean cierto número de problemas, a continuación se mostrará la cantidad propuesta para el respectivo refuezo de cada tema según la destreza con criterio de desempeño que se pretende alcanzar.

| Tema | Estructura del apartado "*desarrolla tus destrezas*" | | | | Página del libro |
|---|---|---|---|---|---|
| | **Ejercitación** | **Comunicación** | **Razonamiento** | **Resolución de problemas** | |
| Factorización de polinomios. Factor común | 3 actividades (24 literales) | 7 actividades (55 literales) | 2 actividades (10 literales) | **1 problema (1 literal)** | 97 |
| Factorización por agrupación de términos | 2 actividades (13 literales) | 1 actividad (4 literales) | 2 actividades (11 literales) | **1 actividad (1 literal)** | 99 |
| Factorización de la diferencia de cuadrados perfectos | 7 actividades (48 literales) | NINGUNA | NINGUNA | **1 actividad (1 literal)** | 101 |
| Factorización de cubos perfectos. Suma y diferencia | 7 actividades (48 literales) | NINGUNA | NINGUNA | **1 actividad (1 literal)** | 103 |
| Factorización de expresiones de la forma $x^n \pm y^n$ | 4 actividades (38 literales) | 3 actividades (17 literales) | NINGUNA | **1 actividad (1 literal)** | 105 |
| Factorización de trinomios cuadrados perfectos | 1 actividad (7 literales) | NINGUNA | 3 actividades (19 literales) | **1 actividad (7 literales)** | 107 |
| Factorización de trinomios cuadrados perfectos por adición y sustracción | 4 actividades (25 literales) | 1 actividad (5 literales) | 1 actividad (1 literal) | **1 actividad (4 literales)** | 109 |
| Factorización de trinomios de la forma $x^{2n} + bx^n + c$ | 1 actividad (14 literales) | NINGUNA | 3 actividades (12 literales) | **3 actividades (3 literales)** | 111 |
| Factorización de trinomios de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$ | NINGUNA | 6 actividades (38 literales) | 2 actividades (7 literales) | **1 actividad (3 literales)** | 113 |
| Factorización aplicando la regla de Ruffini | 5 actividades (34 literales) | NINGUNA | 3 actividades (12 literales) | **1 actividad (1 literal)** | 115 |
| Ecuaciones: Igualdades, equivalentes | 1 actividad (5 literales) | 1 actividad (5 literales) | 2 actividades (5 literales) | **1 actividad (1 literal)** | 117 |
| Ecuaciones de primer grado con una incógnita: más de un término, con paréntesis, con denominadores | 1 actividad (4 literales) | 5 actividades (25 literales) | 3 actividades (9 literales) | **1 actividad (4 literales)** | 119 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Problemas con ecuaciones de primer grado con una incógnita | NINGUNA | 5 actividades (9 literales) | 2 actividades (5 literales) | **5 actividades (5 literales)** | 126-127 |
| Inecuaciones de primer grado en Q con una incógnita | 3 actividades (13 literales) | 1 actividad (5 literales) | 1 actividad (4 literales) | **1 actividad (3 literales)** | 131 |
| Problemas con inecuaciones de primer grado con una incógnita | NINGUNA | 2 actividades (13 literales) | NINGUNA | **10 actividades (11 literales)** | 133 |

### Fase III. Análisis de contenido de los problemas

El análisis se presentará de forma explícita resaltando aspectos en el siguiente orden para cada problema.

1. Tema de la unidad 3 en el cual están planteados los problemas.
2. Problema que plantea el libro para el desarrollo de la destreza con criterio de desempeño.
3. Contenidos abarcados con la resolución del problema.
4. Determinación de la tipología de problema (dimensión 1) según Polya, Blanco y Borasi considerando los indicadores operacionalizados, según la tabla:

| **CATEGORÍA: TIPOLOGÍA DE PROBLEMA** | | | |
|---|---|---|---|
| **Subcategoría: Tipo de problema según Polya** | **Indicadores** | **No cumple** | **Si cumple** |
| Problema por resolver | El propósito debe ser encontrar la incógnita | | |
| | Sus elementos son incógnita, datos y condición | | |
| Problema por demostrar | El propósito debe ser demostrar si el enunciado es verdadero o falso | | |
| | Sus elementos son hipótesis y conclusión | | |
| **Subcategoría: Tipología de problema según Blanco** | **Indicadores** | **No cumple** | **Si cumple** |
| Reconocimiento | Tratan de resolver, reconocer o recordar una definición, tema o fórmula | | |
| Algorítmico | Su vía de solución es mediante algoritmos | | |
| Traducción simple o compleja | Para su resolución se requiere interpretar el enunciado y traducir a una expresión matemática | | |
| Problema de procesos | No tienen una forma de cálculo delimitado, es decir existen varias formas de solucionarlo | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Situaciones reales | En su formulación relacionan actividades de la vida cotidiana que requieren de habilidades matemáticas | | |
| Problemas de investigación | En su formulación se plantea la búsqueda de estrategias de solución y la consulta de otras fuentes. | | |
| Puzles | Su formulación se refiere a un juego, acertijo, crucigrama, rompecabezas, entre otros. | | |
| Historias matemáticas | Su formulación está dada a través de cuentos, novelas, entre otras. | | |
| **Subcategoría: Tipología de problema según Borasi** | **Indicadores** | **No cumple** | **Si cumple** |
| Problema con texto | Su contexto no es necesariamente matemático presentando además en su formulación una o varias alternativas de solución | | |
| Puzle | Su formulación está explícita y dada como un juego, donde solo existe una sola solución | | |
| Prueba de una conjetura | En su formulación se pretende demostrar un teorema o propiedad matemática | | |
| Problema de la vida real | En su formulación presenta la creación de un modelo matemático adaptado a situaciones de la vida real | | |
| Situación problémica | En la formulación se plantean preguntas abiertas a cerca de una propiedad matemática o tema específico | | |
| Situación | Se presentan propiedades matemáticas en su formulación, acompañado de una pregunta sobre lo que se debe realizar que por lo general es la creación de un problema. | | |

5. Determinación del contexto de formulación del problema (dimensión 2) según Blanco, considerando los indicadores operacionalizados, según el esquema:

| **CATEGORÍA: CONTEXTO DEL PROBLEMA** | | | |
|---|---|---|---|
| **Subcategoría** | **Indicadores** | **Si cumple** | **No cumple** |
| Contexto real | Presenta una situación escolar o personal de los estudiantes relacionado con lo que vive realmente en el día a día, es decir se incluye en la formulación aspectos de su entorno físico y social que puedan manipular y determinar la vía de solución | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Contexto realístico | La formulación parte de una situación real pero que no sucede en ese momento, es decir deben visualizar o recordar los objetos o sujetos para obtener una respuesta. | | |
| Contexto matemático | En su formulación se mencionan datos netamente contextualizados a la matemática excluyendo referencias de situaciones reales o simuladas | | |
| Contexto manipulativo/ recreativo | Presenta una situación donde se sugiere recordar las formulas o definiciones para la resolución, considerando que la orden sería manipular, construir, dibujar, pintar, representar, medir, entre otros, es decir que el estudiante utilice recursos lúdicos para demostrar que comprende el contenido. | | |

6. Juicios de valor crítico emitidos por las autoras del proyecto, bajo el nombre de aspectos positivos y dificultades en la formulación encontradas.

**Tema:** Factorización de polinomios. Factor común

**Problema planteado en el libro para el desarrollo de la destreza con criterio de desempeño:**

Felipe y Estefanía conversan sobre su tarea de matemáticas. Cada uno asegura que el otro ha factorizado mal la expresión $x^3-2x^2+x$. Observa el trabajo de cada uno.

Felipe

$x^3-2x^2+x$

$= x\ (x^2+2x-1)$

$= x\ (x+2-0)$

Estefanía

$x^3-2x^2+x$

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| **Factores primos** | |
| **Máximo común divisor** | **X** |
| **Mínimo común múltiplo** | |
| **Factor común de un polinomio** | **x** |

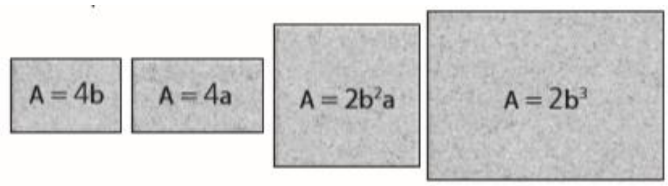
| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| | Tipo de problema según Polya | Problema por demostrar |

| | | |
|---|---|---|
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Borasi: | Problema con texto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | X |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |
| **Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**<br>• El problema muestra una situación en la que se debe demostrar la falsedad o la exactitud de la respuesta dada.<br>• Consta de dos elementos; hipótesis y conclusión<br>• El libro solo muestra un problema, en el cual no se evidencia el desarrollo total de los subtemas declarados, como se refleja con anterioridad son cuatro contenidos que debería abarcar, sin embargo, solo se logra practicar uno; máximo común divisor. A pesar de que en la formulación del problema se observa un contexto y se propicia el desarrollo de los procesos de razonamiento no es suficiente para alcanzar la destreza con criterio de desempeño. | | |

**Tema:** Factorización por agrupación de términos

**Problema planteado:**

Para construir una estructura de cartón se requieren cuatro piezas de diferente área.




¿Cuál es la expresión factorizada que corresponde a la sumatoria de todas las áreas?

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| **Propiedad Asociativa de la adición** | **X** |
| **Propiedad distributiva de la multiplicación** | **X** |

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación problémica |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema sobre situaciones reales |

| | | |
|---|---|---|
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | X |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**

- Tiene como finalidad descubrir la expresión factorizada considerando datos como el área de 4 figuras geométricas.
- Consta de tres elementos: incógnita, datos y condición
- En el problema formulado se logran revisar contenidos como la propiedad asociativa de la adición y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, pero en el enunciado no se especifica que el estudiante deba desarrollar el problema teniendo como base los pasos para factorizar por agrupación de términos

**Tema:** Factorización de la diferencia de cuadrados perfectos

**Problema planteado:**

Un centro vacacional diseñó un modelo de piscina que tiene dos secciones. Si el área de la zona de adultos se puede expresar como $x^2$ - 144, ¿cuáles son las expresiones algebraicas para las dimensiones de esta zona?


**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| **Diferencia de cuadrados perfectos** | **X** |

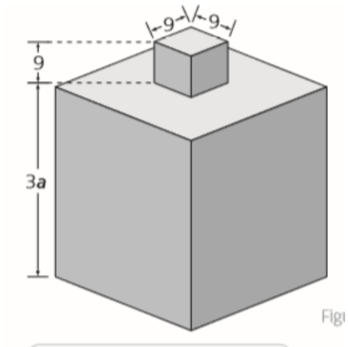
| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema de la vida real |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema sobre situaciones reales. |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | X |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**

- Tiene tres elementos incógnita, datos y condición
- Su finalidad es encontrar las expresiones algebraicas para las dimensiones de la zona
- El problema permite que el estudiante desarrolle la diferencia de cuadrados perfectos, sin embargo, se considera que se debe formular actividades que

| | |
|---|---|
| | permitan el desarrollo de los procesos cognitivos como el razonamiento es decir de tener varias hipótesis o respuestas y poder verificarlas mediante la realización del proceso respectivo para la obtención de las soluciones. |

**Tema:** Factorización de cubos perfectos. Suma y diferencia




**Problema planteado:**

¿Cuál es la expresión que representa el volumen de la figura 4? ¿Cuál es la factorización de esta expresión?

Volumen: Expresión Factorizada:

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| **Factorización de la suma de cubos perfectos** | **X** |
| **Factorización de la diferencia de cubos perfectos** | |

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | X |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |
| **Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**<br><br>• Tiene tres elementos; incógnita, datos y condición<br>• Su finalidad es determinar la expresión algebraica y factorizarla.<br>• El problema planteado, únicamente permite ejercitar el contenido de la factorización de la suma de cubos perfectos, mientras que la diferencia no se trabaja. Sólo se propone un problema que requiere de la representación del volumen de un cubo que tiene adicional otro más pequeño en una de sus bases. El enunciado no especifica que el estudiante deba resolver el problema señalando cada uno de los pasos necesarios para obtener la factorización de cubos perfectos. | | |

**Tema:** Factorización de expresiones de la forma $x^n \pm y^n$

**Problema planteado:**

Julián Rodríguez Grado: noveno

a. $144 - b^2 = 12^2 - b^2 = (12 - b)^2$

b. $216 + n^3 = (6 + n)(36 + 6n + n^2)$

Julián realizó su tarea de matemáticas, pero no está seguro de los procedimientos y estrategias de factorización que utilizó. Analiza y corrige la factorización de cada polinomio si es necesario.

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| Expresiones de la forma $x^n + y^n$ | **X** |
| Expresiones de la forma $x^n - y^n$ | **X** |

<table>
<tr><td colspan="3">FICHA CUALITATIVA: “ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA”</td></tr>
<tr><td>Categoría</td><td>Subcategoría</td><td>Resultado</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Tipología de problemas</td><td>Tipo de problema según Polya</td><td>Problema por demostrar</td></tr>
<tr><td>Tipo de problema según Borasi:</td><td>Situación problémica</td></tr>
<tr><td>Tipo de problema según Blanco:</td><td>Ejercicio de reconocimiento</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Contexto del problema</td><td>Contexto real</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Contexto realístico</td><td></td></tr>
<tr><td>Contexto matemático</td><td></td></tr>
<tr><td>Contexto manipulativo/ recreativo</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:<ul><li>La finalidad del problema es determinar si los procedimientos realizados están correctos</li><li>Tiene hipótesis que están plasmadas como resoluciones de cada caso de factorización</li><li>Tiene conclusión, en este caso son las respuestas dadas a los literales.</li><li>El problema permite que el estudiante desarrolle la capacidad de razonamiento, debido a lo que expresa el enunciado. Se trabaja expresiones de la forma $x^n \pm y^n$ no de forma directa en la resolución sino como una hipótesis y una posible solución. Sin embargo, la pareja pedagógica alega que para determinar las respuestas es necesario que el estudiante identifique en otras actividades adicionales al problema los pasos para factorizar cada expresión.</li></ul></td></tr>
</table>

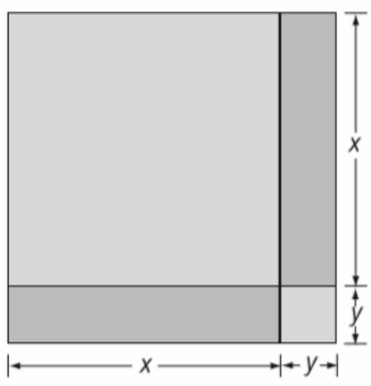
**Tema:** Factorización de trinomios cuadrados perfectos

**Problema planteado:**

La Figura 6 es un cuadrado dividido en cuatro partes: un cuadrado grande, un cuadrado pequeño y dos rectángulos iguales. Con base en esta información y la que ofrece la figura 6, calcula lo que se indica

a. La medida de un lado de la figura.

b. El área de cada una de las partes:




• Cuadrado grande

• Cuadrado pequeño

• Rectángulo

c. El área total de la figura.

d. De las siguientes seis expresiones, hay dos que corresponden al área de la figura.

Encuéntralas y subráyalas.

$x^2 + y^2$

$(x + y)^2$

$2x + 2y$

$(xy)^{2x}$

$x^2 + 2xy + y^2$

$x^2 - y^2$

e. Explica por qué se puede asegurar que la siguiente igualdad es correcta:

$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

f. Encuentra la expresión que representa el área del rectángulo cuando y = 7.

g. Determina el valor que toma x, si el área total de la figura es: $A = 256 + 32y + y^2$

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| **Cálculo de áreas** | **X** |
| **Factorización trinomio cuadrado perfecto** | **x** |

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación problémica |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | X |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |
| **Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**<br>• Consta de tres elementos las incógnitas, datos y la condición<br>• La finalidad del problema es determinar las respuestas en base a los datos propuestos.<br>• La formulación del problema se realiza de forma óptima, a pesar de que sólo se presenta uno, es suficiente porque abarca los subtemas repasados e incluso refuerza el cálculo de áreas. Tiene siete literales en los que el estudiante reflexiona y analiza las posibles respuestas. | | |

**Tema:** Factorización de trinomios cuadrados perfectos por adición y sustracción

**Problema planteado:**

Luis debe factorizar los polinomios. Ayúdale a lograrlo.

$$m^8 + 3m^4 + 4 = m^8 + 3m^4 + 4 \square$$
$$m^8 + 3m^4 + 4 = (\square + 3m^4 + \square + m^4) - m^4$$
$$m^8 + 3m^4 + 4 = (m^8 + \square + 4) \square\, m^4$$
$$m^8 + 3m^4 + 4 = \square^2 - \square^2$$
$$m^8 + 3m^4 + 4 = \square\,(m^4 + 2 - m^2)$$

b.

$$4 + 6b + b^2 = 4 + 6b + b^2 \square$$
$$4 + 6b + b^2 = (4 + \square + b^2 - \square) \square\, 2b$$
$$4 + 6b + b^2 = ((4 + 4b\ 1 \square) + \square$$
$$4 + 6b + b^2 = \square^2 + 2b$$

c.

$$25k^4 - 5k^2h^4 + h^8 =$$
$$25k^4 - 5k^2h^4 + h^8 + (\boxed{\phantom{xx}} - 5k^2h^4)$$
$$25k^4 - 5k^2h^4 + h^8 =$$
$$(25k^4 - \boxed{\phantom{xx}} + h^8 - \boxed{\phantom{xx}}) + 5k^2h^4$$
$$25k^4 - 5k^2h^4 + h^8 =$$
$$(25k^4 - \boxed{\phantom{xx}} + h^8) + 5k^2h^4$$
$$25k^4 - 5k^2h^4 + h^8 = (5k^2 - h^4)^2 + \boxed{\phantom{xx}}$$

d.

$$d^{12} + 5d^6 + 1 = d^{12} + \boxed{\phantom{xx}} + 1 \boxed{\phantom{x}} (3d^6 - \boxed{\phantom{xx}})$$
$$d^{12} + 5d^6 + 1 = (d^{12} + 5d^6 + 1 \boxed{\phantom{x}} 3d^6) + \boxed{\phantom{xx}}$$
$$d^{12} + 5d^6 + 1 = (d^{12} + \boxed{\phantom{xx}} + 1) + \boxed{\phantom{xx}}$$
$$d^{12} + 5d^6 + 1 = (\boxed{\phantom{xx}})^2 + 2d^6$$

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| **Factorización de trinomios cuadrados perfectos por adición y sustracción** | **X** |

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación |
| | Tipo de problema según Blanco: | Ejercicio de reconocimiento |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | X |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**

- Tiene tres elementos en cada uno de los literales, incógnitas, datos y condición.
- La finalidad es determinar los valores que faltan en cada cuadro.
- El problema tiene cuatro literales, cada literal representa un trinomio que debe ser transformado a trinomio cuadrado perfecto considerando el contenido es decir los pasos de adición y sustracción. No se encuentran irregularidades en la formulación porque con el desarrollo del mismo se le permite al estudiante aplicar lo revisado en clase y valorar los logros que tuvo en cada literal del problema.

**Tema:** Factorización de trinomios de la forma $x^{2n} + bx^n + c$

**Contenido desarrollado con la resolución de los problemas planteados en el libro**

| | |
|---|---|
| Factorización de trinomios de la forma $x^{2n} + bx^n + c$ | **X** |

**Problema 1 planteado:**

El área de la superficie plana de un modelo de mesa rectangular está dada por la expresión $x^2 + 6x + 5$ ¿Cuáles serán las expresiones algebraicas para las medidas de sus lados?

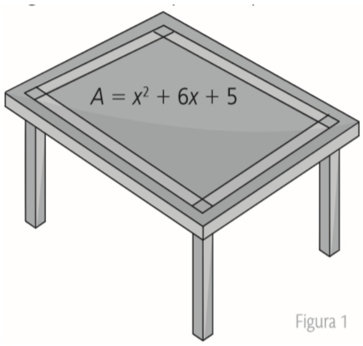
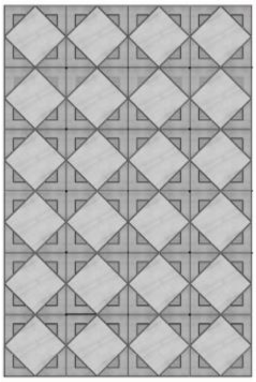



Figura 1

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | X |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 2 planteado:**

La figura 2 muestra el área de un piso de madera.



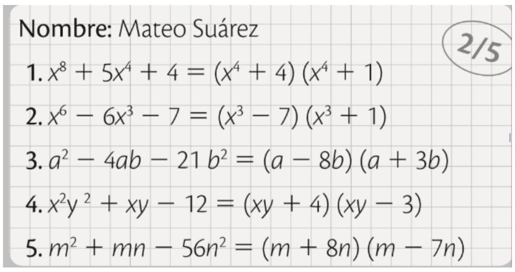
A= $x^2 + 12x + 27$

¿Cuáles son las expresiones que representan la base y la altura de esa superficie?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema sobre situaciones reales |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | X |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 3 planteado:**

Observa la evaluación de Mateo y después responde.




Mateo afirma que su calificación es incorrecta. ¿Por qué? ¿Cuál es la calificación correcta?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por demostrar |

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td>Tipo de problema según Borasi:</td><td colspan="2">Situación problémica</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Tipo de problema según Blanco:</td><td colspan="2">Problema sobre situaciones reales</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="4">Contexto del problema</td><td>Contexto real</td><td colspan="2">X</td></tr>
<tr><td>Contexto realístico</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Contexto matemático</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Contexto manipulativo/ recreativo</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="5">Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:</td></tr>
<tr><td>Problema 1</td><td colspan="3"><ul><li>Tiene tres elementos; incógnita, datos y condición.</li><li>La finalidad del problema es determinar la medida de cada uno de los lados de la mesa rectangular expresadas de forma algebraica.</li></ul></td><td rowspan="3">Para el desarrollo de las destrezas se proponen 3 problemas con los que se refuerza el contenido de factorización de trinomios de la forma $x^{2n} + bx^{n} + c$. En la formulación de cada uno se especifica la orden y se contextualiza de forma clara cada problema, además de propiciar el desarrollo de procesos como el análisis y razonamiento.</td></tr>
<tr><td>Problema 2</td><td colspan="3"><ul><li>Tiene tres elementos; la condición, datos e incógnita</li><li>La finalidad del problema es determinar la base y la altura a través de la resolución de la expresión algebraica.</li></ul></td></tr>
<tr><td>Problema 3</td><td colspan="3"><ul><li>Tiene hipótesis, es decir la resolución de cada expresión</li><li>Tiene conclusión, en este caso que son las respuestas dadas en cada literal</li></ul></td></tr>
</table>

**Tema:** Factorización de trinomios de la forma $ax^{2n} + bx^{n} + c$

**Problema planteado:**

El polinomio que describe las utilidades de una empresa que fabrica vehículos de gama media corresponde al trinomio $5x^2 + 9x - 44$, donde x representa la cantidad de vehículos fabricados.

a. Factoriza la expresión.

b. ¿Para cuáles valores de la variable x las utilidades de la empresa son nulas?

c. ¿Con qué valores de la variable x comienza a haber utilidades en la fábrica?

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

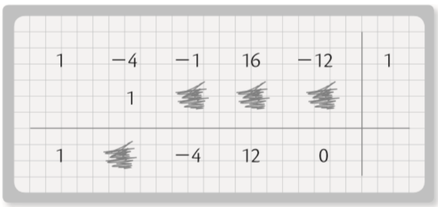
| | |
|---|---|
| Factorización de trinomios de la forma $ax^{2n} + bx^{n} + c$ | **X** |

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Ejercicio de reconocimiento |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | X |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |
| **Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**<br>• Consta de tres elementos, la condición, los datos y las incógnitas (literales)<br>• La finalidad del problema es factorizar la expresión dada y dar valores a la variable x.<br>• El problema planteado permite que el estudiante analice y razone conforme al contexto del mismo, ideando planes y considerando vías óptimas para obtener las respuestas. Con el desarrollo del problema se trabaja el contenido revisado en clases y el procedimiento respectivo para dar solución a los literales | | |

**Tema:** Factorización aplicando la regla de Ruffini

**Problema planteado:**

El hermano menor de Lucas ha dado sus primeros pasos de pintura en la tarea de matemáticas del mayor. Ayúdale a Lucas a encontrar los números que quedaron ocultos y escribe la expresión factorizada del polinomio




**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| Regla de Ruffini | **X** |

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación problémica |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema sobre situaciones reales |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | X |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |
| **Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**<br>• Tiene tres elementos, los datos, la condición y la incógnita<br>• La finalidad de este problema es encontrar los valores de la expresión por el método Ruffini<br>• El problema está planteado de tal forma que los estudiantes puedan desarrollar todos los pasos del método de Ruffini, resaltando además que la contextualización está determinada hacia una situación real según Blanco, permitiendo la comprensión del enunciado y por ende expresar de forma correcta la solución. | | |

**Tema:** Ecuaciones: Igualdades, equivalentes

**Problema planteado:**

Juan pagó $ 90 por seis entradas para cine. ¿Cuánto pagó por cada entrada?

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| Igualdades y ecuaciones | **X** |
| Ecuaciones equivalentes | |

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema de la vida real |

| | | |
|---|---|---|
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema sobre situaciones reales |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | x |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**

- Tiene tres elementos, los datos, la condición y la incógnita
- El objetivo es determinar el valor de cada entrada mediante la formulación de una ecuación.
- El problema planteado sólo se proyecta hacia el refuerzo del subtema de igualdades y ecuaciones, mientras que el de ecuaciones equivalentes en ninguna de las actividades se menciona. A pesar de que la formulación del problema está realizada de forma idónea para los estudiantes, se podría añadir literales en los que se ejercite también el subtema que está en el libro.

**Tema:** Ecuaciones de primer grado con una incógnita: más de un término, con paréntesis, con denominadores

**Problema planteado:**

La edad de Alicia excede en 3 años la edad de Isabel. La edad de María es la mitad de la edad de Isabel. La suma de las tres edades es 93 años.

• ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa al enunciado anterior?

a. $(x + 3) + x + \frac{x}{2} = 93$

b. $(x - 3) + x + \frac{x}{2} = 93$

c. $\left(\frac{x}{2} + 3\right) + x + \frac{x}{2} = 93$

d. $\left(\frac{x}{2} - 3\right) + x + \frac{x}{2} = 93$

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita | **X** |
| Ecuaciones de primer grado con la incógnita en más de un termino | **X** |
| Ecuaciones de primer grado con paréntesis | **X** |
| Ecuaciones de primer grado con denominadores | **x** |

| FICHA CUALITATIVA: “ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA” | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por demostrar |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | x |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |
| **Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**<br>• Todas las ecuaciones mostradas con anterioridad muestran los datos y la incógnita<br>• Se requiere determinar cuál es la correcta, siendo los literales las hipótesis y las respuestas, las conclusiones.<br>• El problema está formulado en base a los cuatro subtemas trabajados sin embargo se considera que para llegar a su resolución se debe ejercitar previamente cada subtema de forma separada, por lo que deberían ampliarse más literales que permitan lo mencionado con anterioridad. | | |

**Tema:** Problemas con ecuaciones de primer grado con una incógnita

**Contenido desarrollado con la resolución del problema planteado en el libro**

| | |
|---|---|
| Lenguaje verbal | **X** |
| Lenguaje algebraico | **X** |

**Problema 1 planteado:**

La edad de Carlos es el triple de la edad de Juan. La suma de sus edades es 48. ¿Cuál es la edad de Carlos?

| FICHA CUALITATIVA: “ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA” | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación problémica |

| | | |
|---|---|---|
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | X |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 2 planteado:**

Un número se multiplica por 9 y el resultado es el número aumentado en 112. ¿Cuál es el número inicial?

| FICHA CUALITATIVA: “ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA” | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación problémica |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | x |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 3 planteado:**

Halla un número que, aumentado en 2/3, equivale al doble del número.

| FICHA CUALITATIVA: “ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA” | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación problémica |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | x |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 4 planteado:**

La cuarta parte de un número, aumentado en 4/3, equivale a la tercera parte del número.

Ficha cualitativa: "Análisis del contenido del problema"

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por demostrar |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación problémica |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | x |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 5 planteado:**

Pablo tiene $ 26 en monedas de 10 centavos y de 25 centavos. En total, Pablo tiene 16 monedas; si tiene tantas monedas de 25 centavos como de 10 centavos, ¿cuántas monedas tiene de cada denominación?

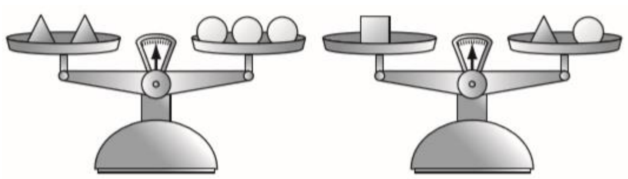
| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación problémica |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema sobre situaciones reales |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | x |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |
| **Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:** | | |
| **Problema 1** | • Tiene tres elementos; condición, datos e incógnita<br>• Se requiere determinar la edad de Carlos a través de los datos proporcionados con anterioridad | Los cinco problemas están formulados en base al |

| | | |
|---|---|---|
| **Problema 2** | •Se requiere dar solución a la pregunta, que consiste en determinar el número inicial.<br>•Tiene tres elementos; condición, datos e incógnita | lenguaje verbal y el algebraico permitiendo que el estudiante analice cuál es la orden y relacione los contenidos aprendidos dando vías de solución, comprobando o verificando si son correctas o incorrectas. |
| **Problema 3** | •Se requiere determinar un número utilizando los datos expuestos en el problema<br>•Tiene tres elementos; condición, datos e incógnita | |
| **Problema 4** | •Tiene dos elementos, una hipótesis y una conclusión que se encuentran en los datos que proporciona el problema.<br>•Se requiere comprobar la teoría | |
| **Problema 5** | •Consta de tres elementos; la condición, la incógnita y los datos<br>•Se requiere determinar las denominaciones de las monedas de Pablo | |

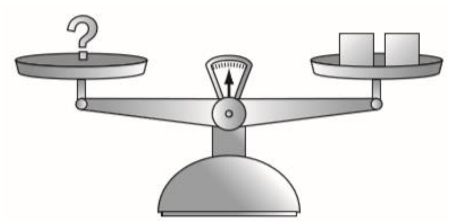
**Tema:** Inecuaciones de primer grado en Q con una incógnita

**Problema planteado:**

Supón que estas dos balanzas están equilibradas.



a. ¿Cuántas bolas equilibran esta tercera balanza?




b. ¿Cuántas bolas en el platillo izquierdo inclinan la balanza hacia la derecha?

c. ¿Cuántas bolas en el platillo izquierdo inclinan la balanza hacia la izquierda?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" |
|---|

| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
|---|---|---|
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | x |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |
| **Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:**<br>• El problema consta de tres elementos, la condición, la incógnita y los datos.<br>• Se requiere dar respuesta a dos interrogantes, el número de bolas que hacen que la balanza se incline hacia el lado izquierdo y hacia el lado derecho.<br>• El problema no está formulado de forma correcta, porque el contexto no está relacionado con lo revisado en clases, el objetivo solo se centra en realizar suposiciones y conjeturas que no se pueden determinar con fórmulas tal y como se reforzó con los ejercicios y problemas planteados para dictar el contenido. | | |

**Tema:** Problemas con inecuaciones de primer grado con una incógnita

**Contenido desarrollado con la resolución de los problemas planteados en el libro**

| | |
|---|---|
| Proceso de solución de problemas con inecuaciones de primer grado con una incógnita | **X** |

**Problema 1 planteado:**

El doble de la edad de Juan aumentada en 7 es, como mínimo, 56 años.

a. ¿Cuál es la inecuación que representa el enunciado anterior?

$\mathbf{2\,x + 7 \geq 56}$

$\mathbf{2\,x + 7 \leq 56}$

$\mathbf{2\,x + 7 > 56}$

$\mathbf{2\,x + 7 < 56}$

**b. ¿**Cuál es la edad mínima que puede tener Juan?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por demostrar |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | x |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 2 planteado:**

Se sabe que la suma de tres enteros consecutivos no es menor que 63.

a. ¿Cuál es la inecuación relacionada con el enunciado?

$x + (x + 1) + (x + 2) > 63$

$x + (x + 1) + (x + 2) < 63$

$x + (x + 1) + (x + 2) \geq 63$

$x + (x + 1) + (x + 2) \leq 63$

b. ¿Cuáles son los tres menores números que cumplen la condición?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por demostrar |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | x |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 3 planteado:**

El resultado de multiplicar por 5 un número es menor que la mitad de dicho número aumentado en 40.

a. ¿Cuál es la inecuación que representa el enunciado?

$5x < \frac{x}{2} + 40$ $\quad$ $5x > \frac{x}{2} + 40$

$5x \leq \frac{x}{2} + 40$ $\quad$ $5x \geq \frac{x}{2} + 40$

b. ¿Cuál es el mayor número entero que cumple con las características dadas en el enunciado?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por demostrar |
| | Tipo de problema según Borasi: | Situación |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | x |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 4 planteado:**

En el grado noveno se quiere formar un grupo de teatro con 28 estudiantes, de manera que el doble de niñas sea mayor que el triple de niños. ¿Cuál es el menor número de niñas que deben participar?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema de la vida real |

| | | |
|---|---|---|
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema sobre situaciones reales |
| **Contexto del problema** | Contexto real | x |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 5 planteado:**

¿Cuál es el menor número impar cuyo doble incrementado en cuatro es menor que tres veces el número disminuido en 12?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | x |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 6 planteado:**

La base de un rectángulo mide el doble que su altura. Halla las medidas de dicho rectángulo para que su perímetro sea inferior a 36 cm.

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | |
| | Contexto matemático | x |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 7 planteado:**

Un ciclista puede pedalear a una velocidad de entre 10 y 30 km/h dependiendo de la pista. ¿Entre qué valores oscila la distancia recorrida, si pedalea durante 3,5 h?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema de la vida real |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | x |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 8 planteado:**

El 55% de una dieta sana deben ser carbohidratos. Si el triple del porcentaje de proteínas aumentado en 10 no debe superar el porcentaje de carbohidratos, ¿cuál es el porcentaje de proteínas que debe tener la dieta?

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema de la vida real |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema sobre situaciones reales |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | x |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 9 planteado:**

Luz tiene menos de 25 años y es 3 años mayor que Ana. Escribe la inecuación que representa la edad de Ana.

| FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA" | | |
|---|---|---|
| **Categoría** | **Subcategoría** | **Resultado** |
| **Tipología de problemas** | Tipo de problema según Polya | Problema por resolver |
| | Tipo de problema según Borasi: | Problema contexto |
| | Tipo de problema según Blanco: | Problema de traducción simple |
| **Contexto del problema** | Contexto real | |
| | Contexto realístico | x |
| | Contexto matemático | |
| | Contexto manipulativo/ recreativo | |

**Problema 10 planteado:**

Halla el menor número entero cuyo triple aumentado en 15 es mayor que 35.

<table>
<tr><td colspan="4">FICHA CUALITATIVA: "ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL PROBLEMA"</td></tr>
<tr><td colspan="2">Categoría</td><td>Subcategoría</td><td>Resultado</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="3">Tipología de problemas</td><td>Tipo de problema según Polya</td><td>Problema por resolver</td></tr>
<tr><td>Tipo de problema según Borasi:</td><td>Problema contexto</td></tr>
<tr><td>Tipo de problema según Blanco:</td><td>Problema de traducción simple</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="4">Contexto del problema</td><td>Contexto real</td><td></td></tr>
<tr><td>Contexto realístico</td><td></td></tr>
<tr><td>Contexto matemático</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Contexto manipulativo/ recreativo</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Aspectos positivos y dificultades encontrados de la formulación:</td></tr>
<tr><td>Problema 1</td><td colspan="2">• El problema consta de dos elementos, la hipótesis y la conclusión; las mismas que se reflejan en los datos expresados.<br>• Tiene dos literales en los que se requiere determinar la inecuación que representa el enunciado y la deducción de la edad mínima de Juan</td><td rowspan="2">Los diez problemas formulados por el libro, logran desarrollar los contenidos revisados</td></tr>
<tr><td>Problema 2</td><td colspan="2">• El problema consta de dos elementos, la hipótesis y la conclusión; las mismas que se reflejan en los datos expresados.</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| | • Tiene dos literales en los que se requiere determinar la inecuación que representa el enunciado y tres menores números que cumplen la condición. | considerando los pasos previos para determinar las respectivas inecuaciones que se indican en cada uno de los literales. Permiten que el estudiante analice y razone sobre cuáles podrían ser las posibles soluciones que se acoplen a lo que algebraica y verbalmente dicen los enunciados. |
| **Problema 3** | • El problema consta de dos elementos, la hipótesis y la conclusión; las mismas que se reflejan en los datos expresados.<br>• Tiene dos literales en los que se requiere determinar la inecuación que representa el enunciado y el mayor número que cumple la condición. | |
| **Problema 4** | • Tiene tres elementos; la condición, los datos y la incógnita<br>• Se requiere determinar el menor número de niñas que deben participar para formar el grupo de teatro. | |
| **Problema 5** | • El problema consta de tres elementos: la condición, incógnita y datos<br>• Se requiere determinar el menor número impar considerando las condiciones. | |
| **Problema 6** | • El problema consta de tres elementos: la condición, incógnita y datos<br>• Se requiere determinar las medidas del rectángulo, considerando los datos expuestos en el planteamiento del problema. | |
| **Problema 7** | • El problema consta de tres elementos: la condición, incógnita y datos.<br>• Se requiere determinar los valores entre los que oscila la distancia recorrida por el ciclista. | |
| **Problema 8** | • El problema consta de tres elementos: la condición, incógnita y datos.<br>• Se requiere determinar el porcentaje de proteínas que debe tener una dieta sana | |
| **Problema 9** | • El problema consta de tres elementos: la condición, incógnita y datos.<br>• Se requiere determinar la inecuación que representa la edad de Ana | |
| **Problema 10** | • El problema consta de tres elementos: la condición, incógnita y datos.<br>• Se requiere determinar el menor número entero considerando los datos del planteamiento del problema. | |

## Conclusiones parciales obtenidas a partir de la triangulación metodológica

La entrevista a la docente y la observación participante arrojaron varias dificultades del PEA de los problemas matemáticos en las clases que impiden una adecuada competencia de los estudiantes ante la resolución de problemas.

El análisis documental de los problemas presentados en el libro de texto arrojó que, luego de analizar cada uno de los problemas en base a las dos dimensiones: Tipología y Contexto, se determina que los problemas no se encuentran formulados correctamente para que los estudiantes desarrollen la competencia de la "resolución de problemas", ya que presentan irregularidades como:

- La formulación no es clara respecto a los objetivos de los problemas en relación con el tema de estudio
- El enunciado está incompleto o no se relaciona con situaciones de la vida real
- Posee elementos como condición, incógnita, datos, hipótesis y teoría pero no se expresan de forma coherente

Recopilando las dificultades encontradas en los problemas, se determina que de los 15 temas planteados para la Unidad 3, 8 no presentan problemas idóneos para lograr el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño, por lo que las autoras del proyecto proponen la reformulación de los mismos como una alternativa curricular que sirva de guía para el docente y ayude a que al cumplimiento de las destrezas.

Los temas que requieren reformulación de los problemas son:

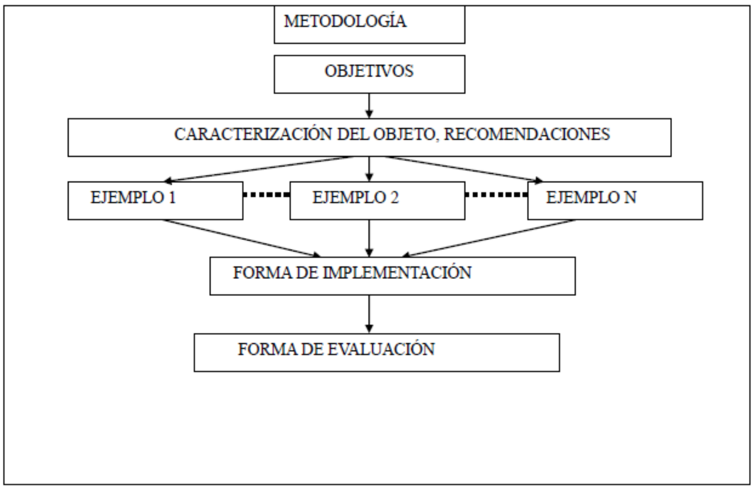
1. Factor común
2. Factorización por agrupación de términos
3. Diferencia de cuadrados perfectos
4. Factorización de cubos perfectos-suma y diferencia
5. Factorización de expresiones de la forma $x^n \pm y^n$
6. Ecuaciones: Igualdades, equivalentes
7. Ecuaciones de primer grado con una incógnita: más de un término, con paréntesis, con denominadores
8. Inecuaciones de primer grado en Q con una incógnita

# PROPUESTA: ALTERNATIVA CURRICULAR

## Elementos importantes de una alternativa curricular

Se asume la definición de Alternativa ofrecida por Valle (2009), como "una vía de solución que se contrapone a otras ya existentes para el problema analizado, asumiendo un carácter específico, o sea, no se presenta sistemáticamente en la práctica, por lo que no alcanza un alto grado de generalidad. La alternativa resuelve un problema puntual, coyuntural, que no tiene necesariamente que asumir permanencia en el tiempo". pp. 34.

## Componentes de la alternativa




## Diseño de la alternativa

Como se ha visto en epígrafes anteriores, durante los resultados del diagnóstico inicial realizado, tras la identificación de la clasificación de los problemas según los tres autores mencionados en el marco teórico del presente trabajo, las autoras suscriben que las características generales más notorias y más adecuadas que debe tener un problema son las descritas por Borasi (1986) citado en Conejo, L., & Ortega, T. (2013) ya que describen los aspectos presentando una estructura para la formulación de los mismos, que debe regirse a:

| | |
|---|---|
| Contexto del problema | Situación en la cual se enmarca el problema |
| Formulación del problema | definición explícita de la tarea por realizar |
| Conjunto de soluciones | Respuestas para el problema |
| Método de aproximación | Vía que permitirá utilizarse para alcanzar la solución |

Tomado de: Conejo, L., & Ortega, T. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria. *Educación matemática*, *25*(3), 129-158.

Considerando los aspectos anteriores, la pareja pedagógica ha reformulado un conjunto de problemas respondiendo a las destrezas que se requiere alcanzar para el año en curso de los sujetos de estudio, las mismas que consisten en reconocer, calcular e identificar factores de expresiones algebraicas, resolver ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q en la solución de problemas sencillos.

## Reformulación de los problemas

Los problemas fueron reformulados basándose en las características que propone Borasi, exponiéndolos en una tabla organizada que incluye inicialmente recomendaciones generales y específicas al momento de insertar el tema en la clase y las respectivas observaciones acerca de los problemas planteados para los ocho temas.

## Recomendaciones generales

- A pesar de que no se indica de forma introductoria en qué consiste el método de resolución de problemas y sin embargo el libro lo menciona reiteradas veces, es necesario que los estudiantes ejecuten cada fase del modelo de Polya para que puedan dar soluciones a los enunciados planteados.
- La reestructuración de los problemas consiste en un sistema de actividades que pueden ser modificados por el docente de acuerdo a las necesidades de los estudiantes.

| |
|---|
| **Tema:** Factor común |
| **Subtemas abordados con el desarrollo del problema:**<br><br>- Factores primos<br>- Máximo común divisor<br>- Mínimo común múltiplo<br>- Factor común de un polinomio |

**Recomendaciones al docente:**

El primer tema de la unidad factorización por factor común está determinado por el desarrollo de cuatro subtemas en los que se sugiere trabajar de la siguiente manera y en el orden establecido:

Factores primos; se debe enfatizar el significado del término y el procedimiento que se realiza para obtenerlos cuando se requiere la descomposición.

Máximo común divisor; explicar que se determina el factor que se repite en dos o más números considerando el de menor exponente.

Mínimo común múltiplo; indicar que luego de descomponer en factores, se toman los factores comunes y no comunes de los números elevados al mayor exponente y que el producto obtenido es el m.c.m.

Luego de reforzar cada uno de los subtemas mencionados se presenta un polinomio donde se identifique el máximo común divisor de los coeficientes y la parte literal, que constituye el factor común, reiterando que éste debe ser dividido con el polinomio y que el resultado constituye el cociente.

El libro del MINEDUC, presenta catorce actividades de las cuales se considera que sólo son necesarias cuatro que abarquen los subtemas revisados, que sean precisos y que eviten confusiones en el aprendizaje de los contenidos, por ello para este primer tema se plantea el siguiente problema:

**Determina la respuesta correcta en los siguientes casos:**

**a)** Factores primos de los números 84, 200 y 320
**b)** m.c.d de:
21 y 24

128, 36 y 246

32 y 47

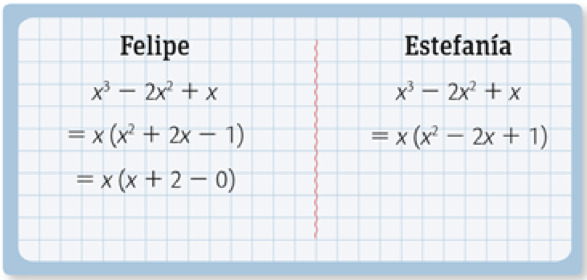
**c**) m.c.m de:

12, 26, 90 y 54

2, 27, 36 y 45

73, 49,25 y 18

**d)** Felipe y Estefanía conversan sobre su tarea de matemáticas. Cada uno asegura que el otro ha factorizado mal la expresión $x^3$-$2x^2$+x. Observa el trabajo de cada uno.




¿Quién tiene razón? Explica tu respuesta.

**Observaciones:**

El problema presentado está compuesto por ejercicios del libro en un número reducido donde se enfatiza los cuatro subtemas trabajados en clase, donde además de conocer si el estudiante comprendió el procedimiento también se refleje la capacidad de razonamiento y uso de la lógica.

**Tema:** Factorización por agrupación de términos

**Subtemas abordados con el desarrollo del problema:**

- Propiedad asociativa de la adición
- Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición
- Factor común

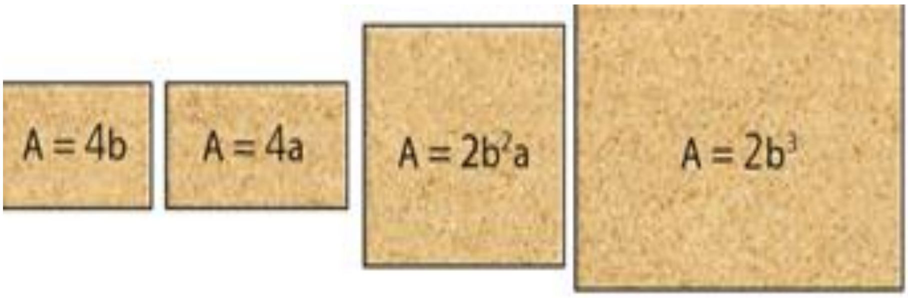
**Recomendaciones al docente:**

Para abordar este tema, se sugiere que se empleen ejemplos o material concreto en el desarrollo de la clase donde se pueda explicar de forma clara que la agrupación de términos consiste en realizar subconjuntos del conjunto general y que para factorizarlos se requiere seguir pasos. En el libro de texto se menciona el procedimiento, se sugiere que si hay estudiantes con dificultades para el aprendizaje se asigne previamente que elaboren un cartel o papelote con los pasos sugeridos. De las siete actividades que plantea el texto, los autores del proyecto han realizado ajustes presentando dos.

**Problema:**

**Resuelva detallando el proceso o los pasos del método practicado en clases para obtener la respuesta.**

a) Para construir una estructura de cartón se requieren cuatro piezas de diferente área.




¿Cuál es la expresión factorizada que corresponde a la sumatoria de todas las áreas?

b) Complete los pasos para la factorización de cada polinomio por agrupación de términos

. $p^2 + pq + ps + qs$

$= (\square + \square)\ \square\ (ps + qs)$

$= \square(p + q) + s(\square + \square)$

$= (\square + \square)(p + q)$

. $h2 - hq + hs - qs$

$= (\square - \square)\ \square\ (hs - qs)$

$= h(\square - \square) + \square(h - q)$

$= (h \square s)(h \square q)$

. $2x^2 + 3xy - 4x - 6y$

$= (2x^2 - \square)\ \square\ (\square - 6y)$

$= \square(\square - 2) + \square(\square - 2)$

$= (\square + 3y)(\square - \square)$

**Observaciones:**

El problema consta de dos literales en los que debe encontrar y factorizar la expresión de acuerdo a los pasos sugeridos en el libro de texto y que el docente previamente ha explicado.

**Tema:** Diferencia de cuadrados perfectos

**Subtemas abordados con el desarrollo del problema**

- Raíz cuadrada de términos

**Recomendaciones al docente:**

Para introducir el tema se debe explicar inicialmente cómo se obtienen las raíces cuadradas de los términos es decir de la parte coeficiente y de la literal, seguido de la regla simple es decir a la equivalencia de la diferencia de cuadrados, producto de la suma por la diferencia de las raíces obtenidas de los términos.

Problema:

Resuelva de forma correcta

A. La raíz cuadrada de los términos:
   $9b^2$

   $225p^4$

   $100m^2$

   $49b^4y^6z^8$

b) La expresión equivalente a cada producto:

$(m^2 + n^2)(m^2 - n^2) =$ ..........................................................

$(2a^4 + 10)(2a^4 - 10) =$ ..........................................................

$(6jk^2 + 4)(6jk^2 - 4) =$ ..........................................................

$(t^2 + 1)(t^2 - 1) =$ ..........................................................

c) Un centro vacacional diseñó un modelo de piscina que tiene dos secciones. Si el área de la zona de adultos se puede expresar como $x^2$ - 144, ¿cuáles son las expresiones algebraicas para las dimensiones de esta zona?


**Observaciones:**

Cada literal está enfocado en lo que se requiere alcanzar en destrezas con criterio de desempeño, la comprensión primero de las raíces cuadradas de los términos, luego de la teoría y una actividad de aplicación y razonamiento de contenido.

**Tema:** Factorización de cubos perfectos-suma y diferencia

**Subtemas abordados con el desarrollo del problema**

- Factorización de la suma de cubos perfectos
- Factorización de la diferencia de cubos perfectos
- Raíz cúbica de términos

**Recomendaciones al docente:**

Para introducir el tema, es necesario recordar a los estudiantes las raíces cubicas y su diferencia con las raíces cuadradas, seguido de la expresión que debe quedar para factorizar los cubos sea en suma o diferencia. De manera inicial se puede emplear los carteles con las equivalencias de cada caso y así que el estudiante vaya relacionando con cada problema planteado en clase.

**Problema:**

Resuelva de forma correcta

a) La raíz cúbica de los términos:

$64c^3$

$1000$

$125a^6$

$b^6c^{12}d^3$

b) La expresión equivalente a cada producto indicando si es suma o diferencia de cubos.

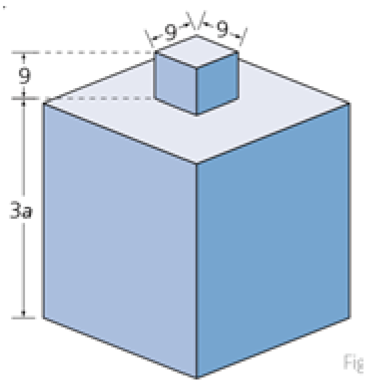
. $(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$

. $(8nm + 5p)(64n^2m^2 + 40nmp + 25p^2)$

$(12 + a)(144 - 12a + a^2)$

$(8c + b)(64c^2 - 8cb + b^2)$

c) ¿Cuál es la expresión que representa el volumen de la figura 4? ¿Cuál es la factorización de esta expresión?




Volumen:

Expresión Factorizada:

**Observaciones:**

Los literales permiten que el estudiante ejercite e identifique si se trata de una suma o diferencia de cubos, y comprenda de qué forma debe expresar cada caso.

**Tema:** Factorización de expresiones de la forma $x^n \pm y^n$

**Subtemas abordados con el desarrollo del problema**

- Expresiones de la forma $x^n \pm y^n$
- Expresiones de la forma $x^n + y^n$

**Recomendaciones al docente:**

Presentar a los estudiantes, un sistema de casos de 6 o 10, de tal manera que se formen grupos y que entre todos expliquen cómo se resolvería. Luego de ello plantear una división de polinomios para que comprendan de dónde provienen los signos según la regla para factorizar las expresiones de la forma $x^n \pm y^n$

**Problema:**

Ayuda a Julián a encontrar lo que se le pide en cada enunciado de su prueba:

a) Factorice de forma correcta las expresiones dadas

. $x^7 + 128$

. $m^5 - n^5$

$32 - a^5$

. $64 + m^3$

b) Indica si los polinomios son factorizables o no. Explica tus respuestas

$m^7 + 2\,187$

$16c^4 + 81x^4$

$m^6 - 729$

Para finalizar la prueba Julián debe verificar si su última respuesta está correcta. Analiza y corrige la factorización de cada polinomio si es necesario.

Nombre: Julián Roca. Curso: 9° B

1. $X^6 - y^6 = (x^2 - y^2)(y^4 + x^2y^2 + y^4)$
2. $3125 - a^5 = (5 - a)(625 + 125a + 25a^1 + 5a^3 + a^4)$
3. $144 - b^2 = 12^2 - b^2 = (12 - b)^2$

**Observaciones:**

Las actividades propuestas están formuladas para que el estudiante, resuelva, razone y analice cada situación conociendo la equivalencia de cada caso de factorización.

**Tema:** Ecuaciones

**Subtemas abordados con el desarrollo del problema**

- Igualdades y ecuaciones
- Ecuaciones equivalentes

**Recomendaciones al docente:**

El libro presenta dos subtemas para lo cual es necesario recordar a los estudiantes el significado de una igualdad y la diferencia entre una numérica y una algebraica, determinado esto, se debe enfatizar en hallar la solución a cada ecuación. Para enseñar ecuaciones equivalentes se recomienda indicar cuál es el procedimiento para determinar si el caso aplica o no, en el libro se muestra un ejemplo que se puede desarrollar en clase.

**Problema:**

**Para cada enunciado responda de forma correcta**

1. **Determine si estas igualdades son numéricas o algebraicas**

a. $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

b. $\frac{1}{5}x + 4y = -11$

c. $-7 - 18 = 25(-3 + 2)$

2. **Defina la solución para cada ecuación**

y-5= 3y -25

5x + 6 = 10x + 5

9y-11 = -10y + 12y

3. **Realiza las transformaciones indicadas en la ecuación 3 (6 – x) – (2 + x) = 0**

a. Aplica la propiedad distributiva.

b. Realiza las operaciones.

c. Adiciona el término 4x, a los dos lados de la igualdad.

d . Divide entre 4 los dos miembros de la igualdad.

e. Determina: ¿cuál es la solución?

4. **Resuelva 8x -4= 6 -2x , hallando ecuaciones equivalentes**

**8x -4= 6 -2x**

**Observaciones:**

El problema tiene literales que permiten ejercitar los dos subtemas descritos en el libro de texto, lo que se recomienda trabajar con el método de Polya para su resolución

**Tema:** Ecuaciones de primer grado con una incógnita

**Subtemas abordados con el desarrollo del problema**

- Resoluciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita
- Ecuaciones de primer grado con la incógnita en más de un termino
- Ecuaciones de primer grado con paréntesis
- Ecuaciones de primer grado con denominadores

**Recomendaciones al docente:**

El objetivo de la clase es abarcar los subtemas que el libro plantea adecuando estrategias y métodos que el estudiante comprenda y que le permitan el logro de la destreza, si son cuatro debería ejercitarse con cautela todos, de tal manera que ninguno quede en el limbo. El libro explica de forma idónea cómo se resuelve cada problema correspondiente al subtema por lo que se recomienda que se enfatice en la aplicación de los pasos para obtener soluciones correctas.

**Problema:**

**A cada enunciado responda correctamente:**

1. **Resuelva cada ecuación**

a. $7x - 15 = 20$

b. $-5x - 8 = 12$

c. $4x - 10 = 26$

2. **Aplica la propiedad distributiva y resuelve**

$4x + 2(2x - 5) = (x - 3) - (8 - x)$

$3 + 8(6 - x) = -2(x - 5)$

$9x - 2(x - 4x) = 3x - 2(3 - x)$

3. **Elimina los denominadores y determina la respuesta**

a. $\frac{2}{3}x - \frac{1}{5} = \sqrt{6}$

b. $9\pi - 15 = -\frac{9}{7}$

c. $\frac{3}{10}x - \frac{2}{15} = -\frac{4}{5}$

4. **Plantee una ecuación de acuerdo a cada enunciado:**

   a. El triple de un número menos 30 es igual a 6. ¿Cuál es el número?

b. En una academia de idiomas, el número de personas que estudian francés es la mitad del número que estudian inglés. Calcula cuántas personas hay en cada grupo si en total son 240.

**Observaciones:**

Con los problemas planteados, se pretende que el estudiante ejercite desde el tema más sencillo al más complejo, interpretando, analizando y razonando sobre lo que le pide cada enunciado.

**Tema:** Inecuaciones de primer grado en Q con una incógnita

**Subtemas abordados con el desarrollo del problema**

- Pasos para resolver inecuaciones de primer grado en Q con una incógnita

**Recomendaciones al docente:**

Para el desarrollo de este tema, el docente debería previamente aclarar qué es una desigualdad y una inecuación, establecer las similitudes y las diferencias evitando así confusiones al momento de expresar de forma algebraica una inecuación.

El libro plantea un problema introductorio, se lo puede emplear enfatizando paso por paso la resolución de la inecuación e incluso puede recurrir a la elaboración de carteles que les permita a los estudiantes recordar las pautas.

**Problema:**

**Encuentra y representa en una recta numérica los valores de x que satisfacen cada inecuación dada.**

a. $2x - 5 < 7x - 3$

b. $3 - 2x > -25 - 4x$

c. $2x - 7 \leq 12x - 5$

d. $5x - 18 < 12 - 3x$

**De la última inecuación (literal d) realiza las transformaciones que se indican**

a. Suma $3x$ en ambos miembros de la inecuación.
b. Suma 18 en los dos miembros de la inecuación.
c. Divide entre 8 a ambos lados de la inecuación.
d. Representa en una recta numérica los valores de $x$ que satisfacen la inecuación.

**De la inecuación 5x + 10 ‹ 2 x – 5 , realiza lo que se indica para hallar la solución**

a. Suma $(-2x)$ a los dos miembros de la inecuación.
b. Suma $(-10)$ a los dos miembros de la inecuación.
c. Realiza las operaciones.
d. Divide entre 3 a los dos miembros de la inecuación.
e. ¿Cuál es la solución?

**Observaciones:**

El problema planteado consta de varios literales y de enunciados que permiten que el estudiante ejercite y desarrolle óptimamente sus destrezas, interpretando lo que le pide y estableciendo medios de solución.

## Implementación de la alternativa curricular

Para determinar la incidencia de la reformulación de los problemas propuestos para los temas de la Unidad 3, se dictaron clases durante 8 sesiones, distribuidas en horarios de clases normales y sábados por la mañana como un curso de refuerzo, para lo cual se tuvo que realizar un acercamiento con los representantes de los estudiantes para que autoricen la asistencia en días no hábiles, debido a la gran aceptación se presentó el proyecto para su implementación de la siguiente manera:

**Nombre de la propuesta:** Aprende factorización practicando y jugando

**Objetivo:** Contribuir al logro de las destrezas con criterios de desempeño en estudiantes del 9no EGB a través de la implementación de problemas reformulados del libro de texto.

**Recursos:**

Para el desarrollo de las clases, las autoras del proyecto solicitaron a los representantes materiales didácticos

- 25 Hojas cuadriculadas A4

- Marcadores de pizarra
- Marcadores permanentes
- 10 Cartulinas Bristol
- 1 Carpeta o folder
- Tijera
- Goma
- 3 pliegos de papel bond
- Cinta adhesiva

**Cronograma de actividades**

| Fecha | Sesión | Tema | Actividades |
|---|---|---|---|
| 04/05/2019 | 1 | Factor común | a. Dinámica Pair- Sole (1 elemento)<br>b. Introducción, factor común<br>c. Desarrollo de la clase (aplicación de problema reformulado)<br>d. Problema de consolidación, trabajo en parejas con cartulinas bristol “Construyo la pirámide algebraica” |
| 11/05/2019 | 2 | Factorización por agrupación de términos | a. Dinámica Pair Sole (2 y 3 elementos)<br>b. Introducción, Agrupación de términos<br>c. Desarrollo de la clase (aplicación de problema reformulado)<br>d. Problema de consolidación trabajo individual (hoja de trabajo) |
| 18/05/2019 | 3 | Diferencia de cuadrados perfectos | a. Dinámica “Alguien sabe” (refuerzo de clases anteriores)<br>b. Introducción, representación gráfica de la diferencia de cuadrados.<br>c. Desarrollo de la clase (aplicación de problema reformulado)<br>d. Problema de consolidación trabajo individual (hoja de trabajo |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 25/05/2019 | 4 | Factorización de cubos perfectos-suma y diferencia | a. Actividad inicial "Polígono de los casos de factorización" (aplicación de los conocimientos sobre todos los casos vistos hasta la fecha)<br>b. Introducción, análisis de dos volúmenes de sólidos proyectados en la pizarra.<br>c. Desarrollo de clase, énfasis en el procedimiento para obtener la factorización de la suma y la diferencia de cubos (aplicación del problema reformulado).<br>d. Problema de consolidación (hoja de trabajo) |
| 01/06/2019 | 5 | Factorización de expresiones de la forma xn ± yn | a. Actividad inicial de forma individual "Factorizar las expresiones de la caja"<br>b. Introducción, elaboración de material de estudio (carteles con las factorizaciones de las expresiones de la forma xn ± yn)<br>c. Desarrollo de la clase, aplicación de los contenidos del libro de texto a cerca de las reglas o consideraciones para la factorización de las expresiones de la forma xn ± yn<br>d. Problema de consolidación (hoja de trabajo) |
| 08/06/2019 | 6 | Ecuaciones: Igualdades, equivalentes | a. Dinámica en grupos "Las respuestas del Baúl"<br>b. Introducción, diferenciación de igualdades numéricas y algebraicas<br>c. Desarrollo de la clase, ampliación conceptual de ecuaciones equivalentes y aplicación del problema reformulado.<br>d. Problema de consolidación trabajo individual (cartulinas bristol) |
| 15/06/2019 | 7 | Ecuaciones de primer grado con una incógnita: más de un término, con paréntesis, con denominadores | a. Actividad inicial: resolución de las ecuaciones planteadas en el pizarrón (participación en clase)<br>b. Introducción, presentación de los procedimientos que hay que seguir para resolver las ecuaciones con la incógnita en más de un término, con paréntesis y con denominadores.<br>c. Desarrollo de la clase, aplicación del problema reformulado<br>d. Problema de consolidación (hoja de trabajo individual) |
| 22/06/2019 | 8 | Inecuaciones de primer | a. Dinámica en grupos "Yo tengo la respuesta" |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | grado en Q con una incógnita | b. Introducción, diferenciación de desigualdad e inecuaciones<br>c. Desarrollo de la clase, ampliación conceptual y aplicación del problema reformulado.<br>d. Problema de consolidación, trabajo individual (hoja de trabajo) |

Las clases fueron dictadas en horarios de la mañana (9H00 -12H00) tiempo durante el cual los estudiantes despejaban dudas, resolvían los problemas planteados por las encargadas del proyecto y realizaban las diversas dinámicas adaptadas al tema o contenido del día. Para constancia de la participación activa de la comunidad educativa se realizaron planificaciones de clase, fotos de los sujetos de estudio, autorización de tutorías, chats grupales que muestran la comunicación entre los autores del proyecto y los representantes, etc.

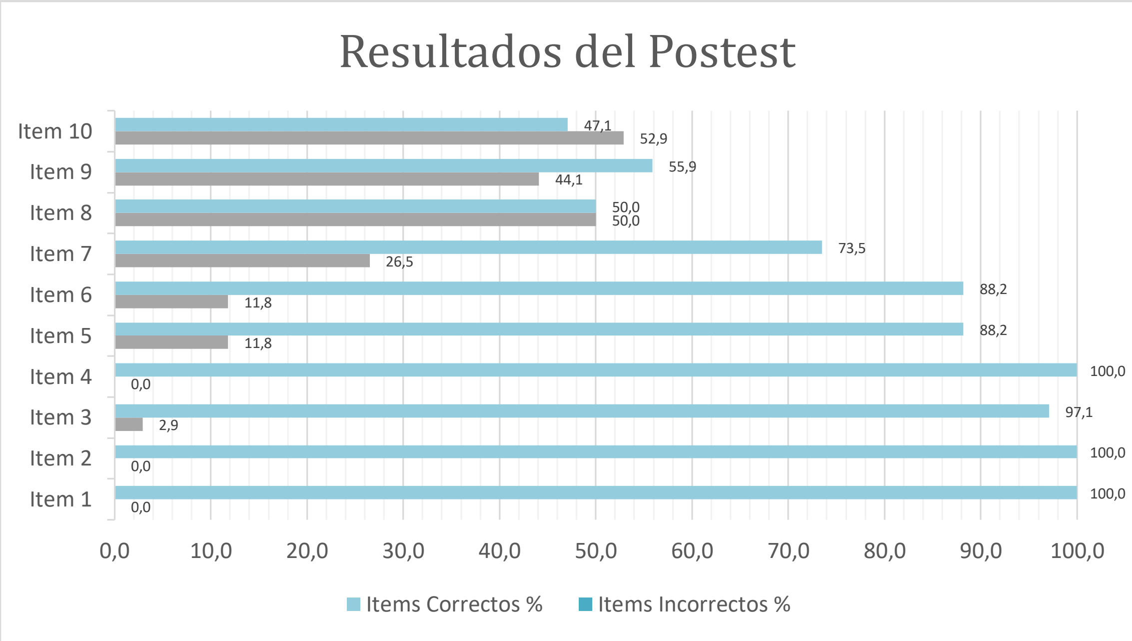
## Evaluación de la alternativa

Para presentar resultados de la propuesta, se sometió a los 34 estudiantes a la misma prueba aplicada en el pretest, reiterando que durante la implementación de la alternativa se fueron presentando a los estudiantes los problemas ya reformulados del libro de texto, con el ánimo que permitieran una mejor contribución al desarrollo de las DCD, permitiendo así realizar un análisis comparativo entre la prueba inicial o pretest, antes del desarrollo de la propuesta y la prueba final o postest que se ejecutó luego de la implementación de los problemas en el desarrollo de las clases dictadas por las autoras de este proyecto (ver anexo 12).

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

**Resultados del Postest**

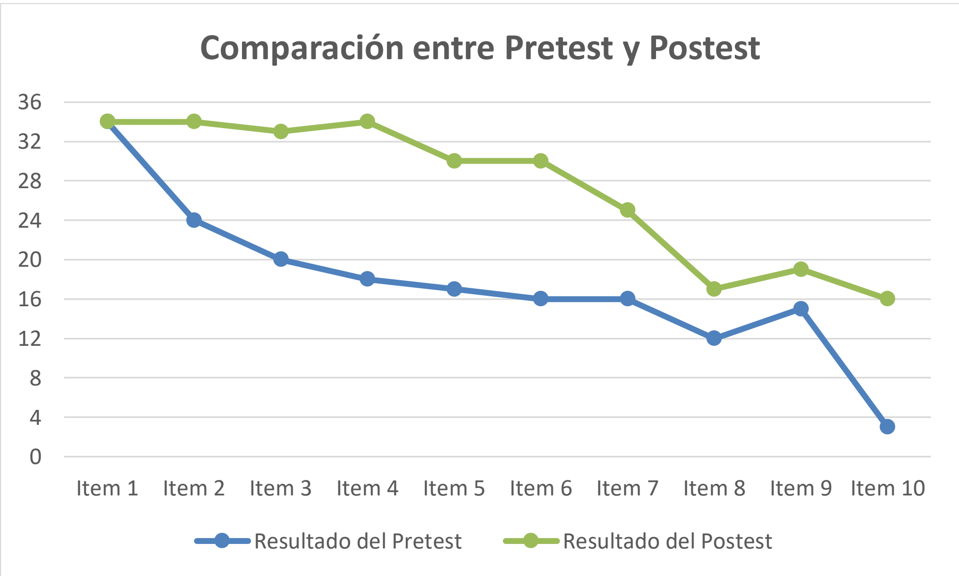
**Gráfico 2.** *Resultados del Postest*




**Análisis comparativo de los resultados: pretest y postest**

Un gráfico comparativo entre los resultados del pretest y el postest se presenta en las siguientes poligonales:

**Gráfico 3.** *Comparación entre Pretest y Postest*



Los resultados iniciales demuestran que los estudiantes respondieron incorrectamente a 8 de los 10 ítems planteados en la prueba, cuya estructura está compuesta por los problemas reformulados por las autoras del proyecto, indicando que los sujetos de estudio manifestaron que no recordaba de qué clase se trataba por lo cual muchos de ellos se abstuvieron a responder, lo que explica las notas bajas de cada uno de ellos, a pesar de que eran contenidos dictados por la docente titular tres días antes de la realización de la prueba. Los únicos ítems que respondieron en su gran mayoría de forma correcta fueron el de factor común (ítem 1) y el de factorización de la diferencia de cuadrados perfectos (ítem 5).

Tras la reformulación de los problemas y la aplicación de dinámicas, juegos, clases donde se ampliaron conceptualmente los casos de factorización incluyendo actividades que refuerzan cada contenido acompañadas de los problemas reformulados, se obtuvieron resultados favorables en la prueba final, en donde se situó los mayores problemas en los ítems 8 y 10, correspondiente al tema inecuaciones de primer grado en Q con una incógnita. Por tanto, se ha verificado que los resultados del postest fueron evidentemente superiores a los del pretest, pues los estudiantes lograron una relevante mejora en el desarrollo de las DCD.

**Resultados de la observación participante**

**Resultados que muestran los registros de los diarios de campo**

Como parte de la evaluación de la propuesta, también se realizaron registros de los diarios de campo (anexos del 5 al 11), evidenciando críticamente todo el proceso de la experiencia desde su aplicación, desarrollo y cierre, así mismo identificar los factores y actores que intervienen en el aprendizaje.

A continuación, se presenta una muestra del diario de campo de la sesión 4.

**DIARIO DE CAMPO SESION 4**

**Escuela:** Unidad educativa Julio María Matovelle **Grado:** Noveno “B”

**Fecha de práctica:** Sábado 25 de mayo del 2019 **Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final**: 12:05

**Estudiantes UNAE:** Karen Yagual y Graciela Pulla **Tutor/a profesional**: Lcda. Carmiña Corte

| Aspectos de interés | **Reflexiones, inquietudes e interrogantes** |
|---|---|
| **¿Qué hice hoy?**<br><br>La clase fue guiada por la docente Karen Yagual y la docente Graciela Pulla le acompañó en el orden, la disciplina y la participación. Para la anticipación la docente entregó a cada uno de los estudiantes las piezas de un polígono en cuyo interior se encontraban casos de factorización revisados con anterioridad y limitó la resolución de los mismos, es decir que el grupo que acabara antes de los 30 minutos previstos para la actividad era acreedor a diez minutos más de receso.<br><br>Para la conformación de los grupos no existieron incidencias ya que fue por afinidad, sin embargo se recalcó que cada estudiante debía pasar a pizarrón para explicar cómo se resuelve por lo que todos en el grupo eran vitales para la calificación. En este día de jornada se extendió el tiempo establecido debido a que se contó con la presencia de algunos padres de familia quienes querían conocer cuál era la metodología de la clase y los recursos que se emplean. Al final de esta primera parte, entregaron todos los grupos, los polígonos, armados de forma correcta y la participación aleatoria en el pizarrón reflejó que de 30 estudiantes sólo 3 necesitaban más refuerzos para lograr comprender cómo se resuelven los casos de factorización revisados hasta la fecha.<br><br>Se recalca que varios autores señalan que la participación de los estudiantes o el involucramiento es importante pues “quienes tienen niveles bajos de involucramiento muestran mayor apatía y están en mayor riesgo de consecuencias adversas, incluyendo comportamientos mal adaptativos y ausentismo” (Arguedas, 2010, p. 2), por lo que el docente debe buscar diferentes alternativas que promuevan la participación.<br><br>Luego se procedió a pegar en el pizarrón dos figuras tamaño A4; una que contenía un cubo y arriba de éste otro más pequeño y otra que contenía un cubo incompleto.<br><br>La finalidad era que los estudiantes determinen y deduzcan cómo se puede determinar el área teniendo en cuenta el título de la clase, la docente empleó varias preguntas y enseñó el procedimiento para poder calcular, se menciona además que se entregó a cada estudiante una ficha de información para que tengan a la mano cuando deban resolver problemas de la factorización de cubos perfectos Tras recordar cómo se resuelven problemas por el método de Polya, la docente encargada procedió a entregar | Como la clase estaba dirigida para aquellos estudiantes que querían, bajo el consentimiento de sus representantes, fue más fácil la intervención de las practicantes y hubo mayor control de disciplina. |

| | |
|---|---|
| las hojas A4 que contenía el problema reformulado, los estudiantes debían responder de forma individual atendiendo las indicaciones de la docente.<br><br>Como consolidación y para registrar en qué medida se comprendió el tema revisado se realizaron las actividades planteadas en el libro de textos correspondientes al tema de factorización de cubos perfectos.<br><br>Fuentes empleadas:<br><br>Arguedas Negrini, I. (2010). INVOLUCRAMIENTO DE LAS ESTUDIANTES Y LOS ESTUDIANTES EN EL PROCESO EDUCATIVO. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 8* (1), 63-78. | |

**¿Para qué lo hice?**

Para que los estudiantes logren reconocer, calcular e identificar factores de expresiones algebraicas, en este caso la factorización de cubos perfectos, suma y diferencia, es decir cumplir con la destreza con criterio de desempeño declarada en el currículo y el libro de texto.

**¿Quiénes participaron?**

30 estudiantes, la tutora profesional y las practicantes.

**Tiempo utilizado**

Una sesión que comprende 180 minutos

**Resultados**

- Con la implementación del puzle los estudiantes lograron activar sus conocimientos previos respecto a la factorización de cubos perfectos suma y diferencia, lo que permitió que los alumnos sean capaces de conectar y comprender la nueva información.
- A los docentes practicantes el uso de material concreto en la enseñanza de la factorización de cubos perfectos suma y diferencia les permitió reconocer la importancia de los mismos. Pues los estudiantes a través de la manipulación de objetos, estimulan sus sentidos lo que permite que interioricen los conceptos para así lograr la competencia deseada durante la resolución de los problemas.
- Los estudiantes reforzaron la resolución de problemas mediante el método de Polya, el cual implicó la búsqueda de alternativas adecuadas para dar solución al problema.

**Recomendaciones**

| |
|---|
| Para futuras experiencias se recomienda considerar la elaboración de fichas, mapas conceptuales o folletos, donde la parte teórica del libro se exprese en pequeñas cápsulas de contenido permitiendo así que los estudiantes comprendan y por ende logren alcanzar las destrezas deseadas.<br><br>Además, se requiere la implementación de actividades alternativas para aquellos estudiantes que no llevan el mismo ritmo de aprendizaje que sus compañeros. |
| **INCIDENCIAS relevantes (casos y /o situaciones)**<br><br>La clase estaba dirigida solo para estudiantes del noveno B sin embargo hubo participación de un estudiante del noveno A, a pedido del representante para que pueda comprender cómo se resuelven los casos de factorización. |

A través de la observación participante realizada al PEA de las clases de Matemática dirigidas por las practicantes se ha podido apreciar que no se ha seguido al pie de la letra el libro de texto y ha predominado un PEA donde los estudiantes han sido protagonistas de su propio aprendizaje, pues se han combinado métodos activos como el trabajo en grupos, el aprendizaje asado en problemas, el aula invertida y se han empleado variados medios de enseñanza que han enriquecido las formas de presentar el contenido.

Con respecto a los indicadores de la competencia para la resolución de problemas, se tiene que se han apreciado avances positivos durante: la identificación de los datos y las incógnitas y el empleo de notaciones adecuadas para ellos, se van desarrollando paulatinamente habilidades en la identificación de las condiciones que relacionan los datos y las incógnitas y en la presentación de organizadores visuales donde aparecen las variables y las incógnitas.

Durante el proceso de traducción del lenguaje común al algebraico de las condiciones dadas en el problema, se aprecian notables avances, lo cual ha facilitado que los modelos matemáticos queden correctamente formulados en muchas ocasiones.

En general, se delimitan los pasos para resolver el modelo, lo que facilita la aplicación y justificación de los pasos determinados en el plan.

Sin embargo, aunque se ha insistido en ello, aún no se logran avances significativos en la realización de verificaciones sobre la veracidad de las inferencias realizadas, la comprobación de las soluciones obtenidas y de otras vías de solución de los problemas, por lo que se recomienda seguir insistiendo en estas importantes acciones.

## CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos en la investigación educativa realizada, se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- La sistematización teórica y metodológica sobre los aspectos relativos al proceso de enseñanza aprendizaje de los problemas matemáticos y el desarrollo de la competencia para la resolución de problemas del bloque Algebra y Funciones de la asignatura Matemática en el noveno grado de la EGB fueron de gran aporte para la fundamentación del presente proyecto. De manera especial, llama la atención que la resolución de problemas sea un contenido transversal en el currículo ecuatoriano de matemáticas, sin embargo, los problemas analizados están orientados a la aplicación directa de la teoría y a la repetición.
- El diagnóstico inicial de la competencia ante la resolución de problemas del bloque de álgebra y funciones del 9° grado de la enseñanza general básica superior en los estudiantes que conformaron la muestra de investigación, arrojando que, en general, los resultados fueron deficientes en cuanto al desarrollo de dicha competencia. Por otra parte, al diagnosticar la manera en que se presentan los problemas en el libro de texto, se obtuvieron diferentes falencias, lo cual es uno de los factores que incluyen en que no contribuyan al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño declaradas en el curriculum.
- El diseño de la alternativa curricular, encaminada a la modificación de las formas de plantear y llevar a cabo en el proceso de enseñanza aprendizaje de los problemas del bloque de álgebra y funciones respondió a la necesidad de contribuir a lograr una mayor competencia de los estudiantes en este proceso.
- La aplicación de la alternativa curricular en el PEA de los problemas del bloque de álgebra y funciones para la mejora de la competencia ante la resolución de problemas se realiza acorde a lo planificado y con gran aceptación por parte de los estudiantes y la docente profesional, arrojando avances significativos de los indicadores establecidos.
- Con la evaluación de la alternativa curricular implementada, se evidenció el impacto positivo que tuvo la implementación de la propuesta, pues se obtuvieron resultados significativamente superiores en cuanto al desarrollo de la competencia para la resolución de problemas en los estudiantes, con respecto a los obtenidos durante el diagnóstico inicial.

# RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta la posibilidad de continuidad del tema en estudio y las posibilidades de generalización a otros bloques curriculares, se recomienda:

- Dar continuidad al tema investigado, determinando cada vez más, indicadores más detallados, que permitan el planteamiento de problemas acordes con las destrezas que se persiguen desarrollar en el currículo.
- Generalizar las acciones que aquí se proponen, a la hora de plantear problemas en otros bloques curriculares y en otros años de la enseñanza general básica.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Benhayón, M., & Morgenstern, F. "TODOS RESUELVEN": Módulo del Sistema de Gestión de Conocimiento ESEGA para apoyar la Resolución de Problemas.

Blanco, L.J. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. Épsilon n. 25. Sevilla. 49-60.

Blanco, Lorenzo., Cárdenas, Janeth. & Caballero, Ana. (2015). La resolución de problemas de matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria. España. Universidad de Extremadura para esta 1ª edición

Bunk, G. (1994). La transmisión de las competencias en la formación y perfeccionamiento profesionales. Revista Europea de Formación Profesional, 1, 8-14, en (http://www.trainingvillage.gr/etv/Upload/Information_resourses/Bookshop/137/1_es_bunk.pdf).

Castellanos, B.; Llivina U. & Fernández, A. (2003). La gestión de la actividad de Ciencia e Innovación Tecnológica y la competencia investigativa del profesional de la educación. Curso 18. Pedagogía 2003. La Habana: Educación Cubana.

Conejo, Laura., & Ortega, Tomás. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria. Educación matemática, 25(3), 129-158. Recuperado en 13 de febrero de 2019, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262013000300006&lng=es&tlng=es.

Constitución de la República del Ecuador (2008), sec. V, "Educación", art. 27, ([Quito]: Consejo de la Judicatura, 2010).

Díaz, M. V., & Poblete, Á. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números*, *45*, 33-41.

Echenique, I. (2006). Matemáticas. Resolución de problemas. Educación primaria. Gobierno de Navarra. Recuperado de http://www.edu.xunta.gal/centros/ceipisaacperal/system/files/matematicas.pdf

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques 14 (3), 325-355.

Gonczi, A. (1996). Instrumentación de la educación basada en competencias. Perspectivas teóricas y prácticas en Australia, en Argüelles, A. Competencia laboral y educación basada en normas de competencia. México: Limusa-SEP-CNCCL-CONALEP.

Gonczi, A. (2001). Enfoque de la Educación Basada en Competencias: Segunda Parte. Buenos Aires: Editorial Kapelusz.

González, V. (2002). ¿Qué significa ser un profesional competente? Reflexiones desde una perspectiva psicológica. Revista Cubana de Educación Superior, Vol. XXII, No 1.

Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. En D. A. Grouws (Ed.) Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 65-97). New York: MacMillan Publishing Company.

Instituto Nacional de Evaluación Educativa, INEVAL. (2018). Educación en Ecuador Resultados de Pisa para el Desarrollo. Quito, Ecuador.

Iriarte, Alberto., & Sierra, Isabel. (2011). Estrategias Metacognitivas en la Resolución de Problemas Matemáticos. Montería-Colombia. Publicación digital. ISBN: 978-958-9244-38-8

Jesús Gallardo, J., González, J. & Quispe, W. 2008. Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa, 11(3): 355 – 382.

Leal Huise, S., & Bong Anderson, S. (2015). La resolución de problemas matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. Revista de Investigación, 39 (84), 71-93.

Levy-Leboyer, C. (2000). Gestión de las competencias. Barcelona: Gestión.

Lucarelli, E. (1993). La adecuación curricular: una herramienta entre el programa y el aula.

Mieles, M. M. B. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Escenarios, 10(2), 7-19

Ministerio de Educación de Guatemala, MINEDUC. (2009). Guía de Adecuaciones Curriculares para estudiantes con Necesidades Especiales. Guatemala, Guatemala.

Ministerio de Educación del Ecuador, MINEDUC. (2016). Currículo de Educación General Básica y Bachillerato General Unificado. Quito, Ecuador.

Ministerio de Educación. (2016). Currículo de EGB y BGU Matemática Guía para implementar el Currículo. Quito, Ecuador.

Ouellet, A. (2000). La evaluación informativa al servicio de las competencias. Revista Escuela de Administración de Negocios. https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/FABICIB/.../1284

Páez, V. (2007). La formación de competencias en el profesional de la educación desde una perspectiva martiana y marxista. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. La Habana: ISP E. J. Varona. p.67

Plá, R. (2005). Las competencias profesionales para el desempeño del docente en la educación de los alumnos desde un enfoque integrador. Curso 51. “PEDAGOGÍA 2005”. La Habana: Educación Cubana.

Plá, R. (2009). Modelo del profesional de la educación que necesita la escuela cubana del siglo XXI. La Habana: Educación Cubana.

Polya G. (1981). Como plantear y resolver problemas. Trillas. México. P

Rico, L. (2003). Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el estudio PISA 2003. *INECSE, PISA*, 11-25.

Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, *1*(2), 47-66.

Sierpinska, A. (1994). Understanding in mathematics. London: The Falmer Press.

Stevenson, A. (2003). El texto escolar un material curricular al servicio de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, Vol. 12, Nº. 22, 2003, págs. 77-98

Tobón, S. (2005). Formación basada en competencias. Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica. 2a.ed. Bogotá: ECOE Ediciones.

UNESCO (2003). Proyecto Regional de Educación para América Latina y el Caribe. Oficina Regional de Educación. París: UNESCO.

Valle, A. (2009). Metamodelos de la investigación pedagógica. Editorial Pueblo y Eduación.

Vargas, F. (2002). Algunas líneas para el diseño curricular de programas de formación basados en competencia laboral. Montevideo: CINTERFOR.

Vesga-Bravo, G. J., & Escobar-Sánchez, R. E. (2018). Trabajo en solución de problemas matemáticos y su efecto sobre las creencias de estudiantes de básica secundaria. Rev.investig.desarro.innov, 9(1), 103-114. doi: 10.19053/20278306.v9.n1.2018.8270

Villalobos Fuentes, X. (2008). Resolución de Problemas Matemáticos: Un Cambio Epistemológico con Resultados Metodológicos. REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 6 (3), 36-58.

# ANEXOS

## Anexo 1: Guía de entrevista no estructurada a la docente de Matemáticas

Estimada docente Lcda. Carmiña Corte:

Por este medio, las practicantes que trabajamos en el 9no grado, paralelo B, queremos hacerle unas preguntas para conocer sus apreciaciones sobre la competencia de los estudiantes durante la resolución de problemas y sobre la calidad de las formulaciones de los problemas en el libro de texto.

1. ¿Cuál es su opinión sobre la calidad de la formulación de los problemas que se presentan el libro de texto?
2. ¿En qué medida estos contribuyen al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño declaradas en el Curriculum de 9no grado?
3. ¿Cómo transcurre la competencia ante la resolución de problemas por los estudiantes en el PEA de la Matemática?

Muchas gracias por su colaboración

**Anexo 2: Formato de Diario de Campo aplicado antes y durante la implementación de la alternativa curricular**

**Escuela:** Unidad educativa Julio María Matovelle **Grado:** Noveno **Paralelo** ¨”B”

**Fecha de práctica:** **Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final**: 12:05

**Estudiantes UNAE a cargo:** Karen Yagual y Graciela Pulla **Tutor/a profesional**: Lcda. Carmiña Corte

| **Aspectos de interés** | **Reflexiones, inquietudes e interrogantes que emergen** |
|---|---|
| **¿Qué hice hoy?** | |
| **¿Para qué lo hice?** | |
| **¿Quiénes participaron?** | |
| **Tiempo utilizado** | |
| **Resultados** | |
| **Observaciones e impresiones** | |
| **INCIDENCIAS relevantes (casos y /o situaciones)** | |

## Anexo 3: Temario de la Prueba Inicial que contiene problemas presentados en el libro de texto

Nombre: ______________________________ Fecha: 02 de mayo del 2019

**Determina la respuesta correcta en los siguientes casos:**

1. Factores primos de los números 84, 200 y 320

2. Felipe y Estefanía conversan sobre su tarea de matemáticas. Cada uno asegura que el otro ha factorizado mal la expresión $x^3$-$2x^2$+x. Observa el trabajo de cada uno.

| Felipe | Estefanía |
|---|---|
| $x^3 - 2x^2 + x$ | $x^3 - 2x^2 + x$ |
| $= x(x^2 + 2x - 1)$ | $= x(x^2 - 2x + 1)$ |
| $= x(x + 2 - 0)$ | |

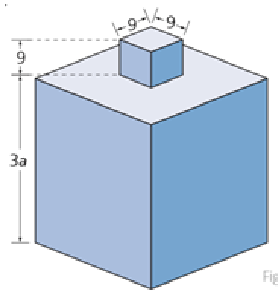
¿Quién tiene razón? Explica tu respuesta.

3. b) Complete los pasos para la factorización de cada polinomio por agrupación de términos

$$p^2 + pq + ps + qs$$
$$= (\boxed{\phantom{x}} + \boxed{\phantom{x}})\boxed{\phantom{x}}(ps + qs)$$
$$= \boxed{\phantom{x}}(p + q) + s(\boxed{\phantom{x}} + \boxed{\phantom{x}})$$
$$= (\boxed{\phantom{x}} + \boxed{\phantom{x}})(p + q)$$

4. ¿Cuál es la expresión que representa el volumen de la figura 4? ¿Cuál es la factorización de esta expresión?

   Volumen:
   Expresión Factorizada:





5. Un centro vacacional diseñó un modelo de piscina que tiene dos secciones. Si el área de la zona de adultos se puede expresar como $x^2$ - 144, ¿cuáles son las expresiones algebraicas para las dimensiones de esta zona?

6. Ayuda a Julián a encontrar lo que se le pide en cada enunciado de su prueba:

   Factorice de forma correcta las expresiones dadas

. $x^7 + 128$

. $m^5 - n^5$

7. Indica si los polinomios son factorizables o no. Explica tus respuestas

$m^7 + 2\,187$

$16c^4 + 81x^4$

8. Para finalizar la prueba Julián debe verificar si su última respuesta está correcta. Analiza y corrige la factorización de cada polinomio si es necesario.

Nombre: Julián Roca. Curso: 9° B

1. $X^6 - y^6 = (x^2 - y^2)\,(y^4 + x^2y^2 + y^4)$
2. $3125 - a^5 = (5 - a)\,(625 + 125a + 25a^1 + 5a^3 + a^4)$
3. $144 - b^2 = 12^2 - b^2 = (12 - b)^2$

**9. De la inecuación 5x-18 < 12-3x realiza las transformaciones que se indican**

a. Suma 3*x* en ambos miembros de la inecuación.

b. Suma 18 en los dos miembros de la inecuación.

c. Divide entre 8 a ambos lados de la inecuación.

d. Representa en una recta numérica los valores de *x* que satisfacen la inecuación.

**10. De la inecuación 5x + 10 ‹ 2 x – 5 , realiza lo que se indica para hallar la solución**

a. Suma $(-2x)$ a los dos miembros de la inecuación.

b. Suma $(-10)$ a los dos miembros de la inecuación.

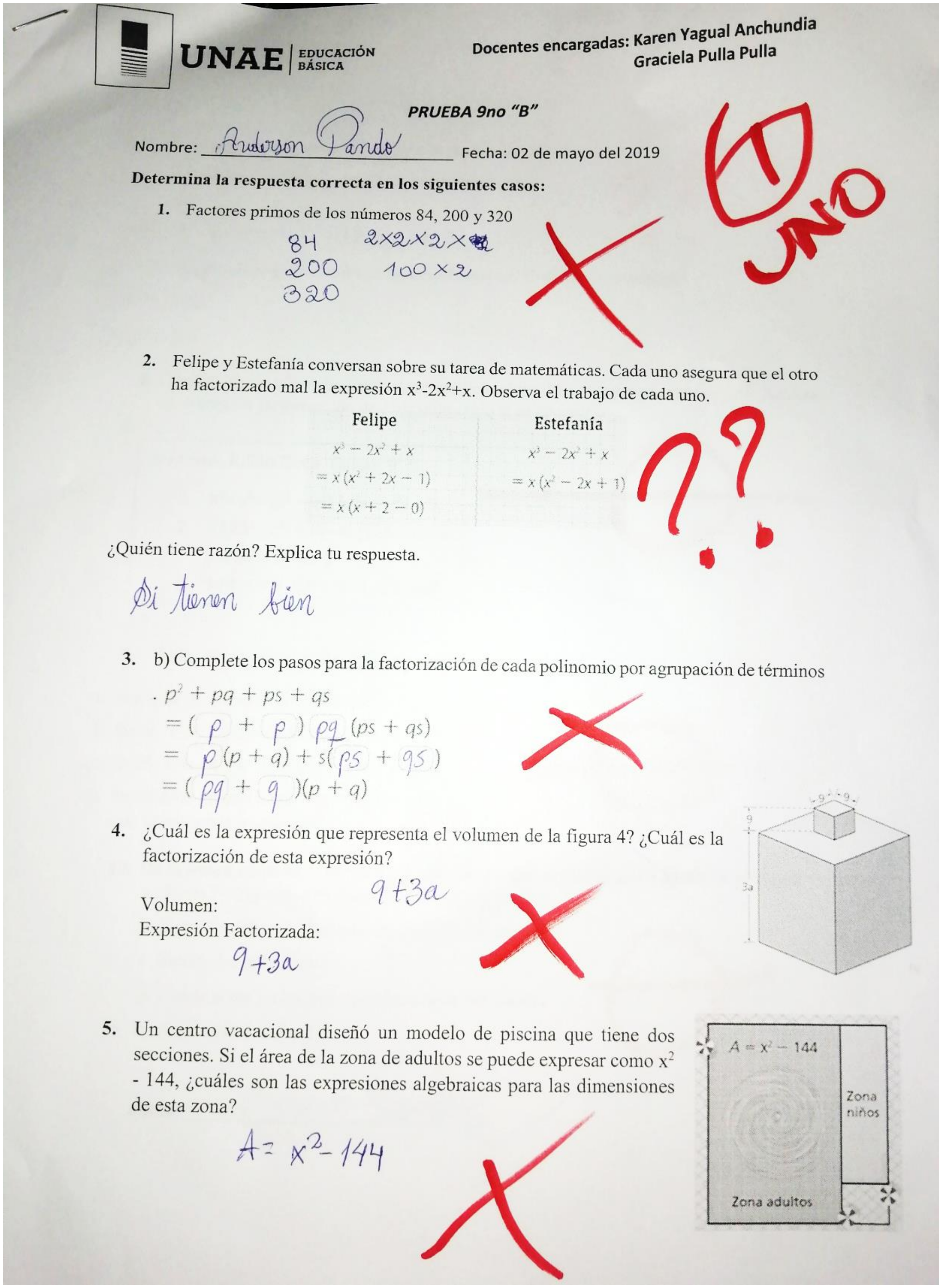
c. Realiza las operaciones.

d. Divide entre 3 a los dos miembros de la inecuación.

e. ¿Cuál es la solución?

Firma: ________________________________

**Anexo 4: Ejemplo de Prueba Inicial resuelta por un estudiante**



UNAE | EDUCACIÓN BÁSICA

Docentes encargadas: Karen Yagual Anchundia
Graciela Pulla Pulla

*PRUEBA 9no "B"*

Nombre: Anderson Pando  Fecha: 02 de mayo del 2019

1 UNO

**Determina la respuesta correcta en los siguientes casos:**

1. Factores primos de los números 84, 200 y 320

84  2×2×2×
200  100×2
320

2. Felipe y Estefanía conversan sobre su tarea de matemáticas. Cada uno asegura que el otro ha factorizado mal la expresión $x^3$-$2x^2$+x. Observa el trabajo de cada uno.

| Felipe | Estefanía |
|---|---|
| $x^3 - 2x^2 + x$ | $x^3 - 2x^2 + x$ |
| $= x(x^2 + 2x - 1)$ | $= x(x^2 - 2x + 1)$ |
| $= x(x + 2 - 0)$ | |

??

¿Quién tiene razón? Explica tu respuesta.

Si tienen bien

3. b) Complete los pasos para la factorización de cada polinomio por agrupación de términos

$p^2 + pq + ps + qs$
$= (p + p)\, pq\, (ps + qs)$
$= p(p + q) + s(ps + qs)$
$= (pq + q)(p + q)$

4. ¿Cuál es la expresión que representa el volumen de la figura 4? ¿Cuál es la factorización de esta expresión?

Volumen: 9+3a

Expresión Factorizada: 9+3a

5. Un centro vacacional diseñó un modelo de piscina que tiene dos secciones. Si el área de la zona de adultos se puede expresar como $x^2$ - 144, ¿cuáles son las expresiones algebraicas para las dimensiones de esta zona?

$A = x^2 - 144$

UNAE | EDUCACIÓN BÁSICA

Docentes encargadas: Karen Yagual Anchundia
Graciela Pulla Pulla

**PRUEBA 9no "B"**

6. Ayuda a Julián a encontrar lo que se le pide en cada enunciado de su prueba:

Factorice de forma correcta las expresiones dadas

$x^7 + 128$

$m^5 - n^5$ $(m-n)(m+n)(m-n)$

??

7. Indica si los polinomios son factorizables o no. Explica tus respuestas

$m^7 + 2\,187$

$16c^4 + 81x^4$

8. Para finalizar la prueba Julián debe verificar si su última respuesta está correcta. Analiza y corrige la factorización de cada polinomio si es necesario.

Nombre: Julián Roca Curso: 9° B

1. $X^6 - y^6 = (x^2 - y^2)(y^4 + x^2y^2 + y^4)$
2. $3125 - a^5 = (5 - a)(625 + 125a + 25a^1 + 5a^3 + a^4)$
3. $144 - b^2 = 12^2 - b^2 = (12 - b)^2$

9. **De la última inecuación (literal d) realiza las transformaciones que se indican**

a. Suma $3x$ en ambos miembros de la inecuación.

b. Suma 18 en los dos miembros de la inecuación.

c. Divide entre 8 a ambos lados de la inecuación.

d. Representa en una recta numérica los valores de $x$ que satisfacen la inecuación.

10. **De la inecuación $5x + 10 < 2x - 5$, realiza lo que se indica para hallar la solución**

a. Suma $(-2x)$ a los dos miembros de la inecuación.

b. Suma $(-10)$ a los dos miembros de la inecuación.

c. Realiza las operaciones.

d. Divide entre 3 a los dos miembros de la inecuación.

e. ¿Cuál es la solución?

Firma: Anderson [illegible]

**Anexo 5: Registro del Diario de Campo durante la implementación de la alternativa curricular en el tema "Factor Común"**

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

**DIARIO DE CAMPO**
**SESION N:** 1

**Escuela:** Unidad educativa Julio María Matovelle
**Fecha de práctica:** 04/05/2019
**Estudiante UNAE a cargo:** Karen Yagual y Graciela Pulla

**Grado:** Noveno **Paralelo** ""B"
**Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final:** 12:10
**Tutor/a profesional:** Lcda. Carmiña Corte

| **Aspectos de interés** Factor Común. | **Reflexiones, inquietudes e interrogantes que emergen** |
|---|---|
| **¿Qué hice hoy?**<br>La clase fue guiada por la docente Graciela Pulla y fue acompañada por la docente Karen Yagual que en forma coordinada trabajaron para generar un buen ambiente de trabajo.<br>En la activación de los conocimientos previos se presento a los estudiantes imágenes, mediante el proyector. Se presentaron dos imágenes en las cuales los estudiantes debian identificar los aspectos en común, a esta actividad se la denomino - Dinámica Pair Sole.<br>En la introducción se motivo a los estudiantes a que comenten o de sus ideas respecto a la actividad anterior. Mediante la lluvia de ideas se creo un concepto de lo que los estudiantes consideraban lo que era factor común. Luego se procedio a introducir la temática a tratar.<br>En el desarrollo de la clase se formo parejas de trabajo para la resolución de los problemas planteados pero con la variante que cada pareja cuando terminaba de resolver el problema tenia que buscar a otra pareja para explicarles como encontraron la solución, poniendo enfasis en el modelo de Polya.<br>En la consolidación las mismas parejas trabajaron en la construcción de la pirámide algebráica. | Es importante reflexionar sobre el uso de recursos tecnológicos, como el proyector este es importante ya que llama la atención de los estudiantes.<br>La participación por lo general se centra en un grupo de estudiantes por lo que los docentes deben, estar prestos a la utilización de otros recursos para fomentar la participación.<br>La estrategia utilizada respecto a que las parejas debian explicar a su compañeros fue exitosa pues hubieron estudiantes que comprendian mejor o solidificaron sus conocimientos. |

Noveno ciclo EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

| | |
|---|---|
| **¿Para qué lo hice?**<br>Para que los estudiantes comprendan lo que es el factor común. y que comprendan como puede ser utilizado en la vida cotidiana. | |
| **¿Quiénes participaron?**<br>35 estudiantes, la tutora profesional y las practicantes. | |
| **Tiempo utilizado**<br>Una sesión que comprende 180 minutos. | |
| **Resultados**<br>• Con la implementación de los recursos tecnológicos logramos llamar la atención de los estudiantes.<br>• Mediante el uso de la estrategia de la enseñanza entre pares los estudiantes solidificaron conocimientos.<br>• Con la resolución de los problemas mediante el modelo de Polya los estudiantes adaptaron o utilizan este para todos sus tratamientos de problemas lo que les facilita la comprensión | |
| **Recomendaciones**<br>• se recomienda utilizar alguna estratégia de formulación de grupos.<br>• Se recomienda utilizar estrategias de control de trabajo pues se observo que algunos estudiantes no trabajaron. | |

Noveno ciclo EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

| |
|---|
| **INCIDENCIAS relevantes (casos y /o situaciones)**<br>Mediante indagaciones a los estudiantes, se encontro que ellos nunca habian realizado o resuelto algún problema matemático mediante el método de Polya u otros autores. |

**Anexo 6: Registro del Diario de Campo durante la implementación de la alternativa curricular en el tema "Factor Común"**

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

**DIARIO DE CAMPO**
**SESION N:**

**Escuela:** Unidad educativa Julio María Matovelle
**Fecha de práctica:** 11-05 - 2019
**Estudiante UNAE a cargo:** Karen Yagual y Graciela Pulla

**Grado:** Noveno **Paralelo** ""B"
**Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final:** 12:10
**Tutor/a profesional:** Lcda. Carmiña Corte

| **Aspectos de interés** Facterización por agrupación de términos | **Reflexiones, inquietudes e interrogantes que emergen** |
|---|---|
| **¿Qué hice hoy?**<br>La clase fue guiada por la docente Graciela Pulla y la docente Karen Yagual<br>colaboró en el control del aula.<br>Para la anticipación se pidio a los estudiantes que comenten sobre las.<br>actividades realizadas en la sesión anterior. Se pregunta que expresen que<br>les pareció el modelo utilizado para la resolución de problemas, obteniendo<br>por parte de los estudiantes una respuesta positiva.<br>Luego se realizó la Dinámica Pair - Sole con la variante que debian formar<br>grupos de 6 personas y allí se debia identificar que tenian en común<br>entre 2 o 3 personas.<br>Luego se procedio a introducir el tema sobre agrupación de téminos por lo que<br>se les entrego una ficha de concepto para que lo peguen en el cuaderno. /<br>En el desarrollo de la clase se aplicaron los problemas propuestos. Para lo cual<br>se escribio el problema en el pizarrón y se pidio que los estudiantes lo<br>copiaran. la variante es que en la sesión anterior se facilito a los estudiantes<br>la información sobre las fases para resolver los problemas y en este caso<br>los estudiantes debian recordar los e incorporarlos.<br>Al concluir la clase los estudiantes obtuvieron una hoja de trabajo con<br>un problema el cual debian resolverlo y explicar en un párrafo como.<br>solucionaron el problema. | Al tener los estudian-<br>tes que explicar la<br>forma de como resol-<br>vieron el problema,<br>les permite consoli-<br>dar su conocimiento |

| | |
|---|---|
| **¿Para qué lo hice?**<br>Para que los estudiantes adquieran la destreza planteada y además que incorporen una forma de resolución de problemas. que les puede ser útil en cualquier contexto. | |
| **¿Quiénes participaron?**<br>35 estudiantes, la tutora profesional y las practicantes. | |
| **Tiempo utilizado**<br>Una sesión que comprende 180 minutos. | |
| **Resultados**<br>• Se observo que varios estudiantes recordaron facilmente los pasos para resolver problemas así como a estas personas se les facilito la resolución del problema planteado. Mientras que otros estudiantes no recordaron lo realizado en la sesión anterior por lo que se sintieron frustrados y se limitaron a copiar a sus compañeros. | |
| **Recomendaciones**<br>• No presionar mucho a los estudiantes respecto a recordar las fases de la resolución de problemas, pues esto mediante la práctica va ha ser recordado facilmente. | |



**INCIDENCIAS relevantes (casos y /o situaciones)**

Durante la ejecución de la clase tuvimos que reforzar varias veces con los estudiantes sobre lo que debían realizar en cada fase de la resolución de problemas.

**Anexo 7: Registro del Diario de Campo durante la implementación de la alternativa curricular en el tema “Diferencia de cuadrados perfectos”**

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

**DIARIO DE CAMPO**
**SESION N:**

**Escuela:** Unidad educativa Julio María Matovelle
**Fecha de práctica:** 18-05-2019
**Estudiante UNAE a cargo:** Karen Yagual y Graciela Pulla

**Grado:** Noveno **Paralelo** ""B""
**Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final:** 12:10
**Tutor/a profesional**: Lcda. Carmiña Corte

| **Aspectos de interés** Diferencia de cuadrados perfectos | **Reflexiones, inquietudes e interrogantes que emergen** |
|---|---|
| **¿Qué hice hoy?**<br>La clase fue guiada por Graciela Pulla, siendo la docente Karen Yagual la colaboradora respecto al orden y la disciplina.<br>Se comenzó realizando una actividad denominada "alguien sabe" la misma que consistía que les lanzaron una pelotita a alguno de sus compañeros y le realice una pregunta sobre lo revisado en las sesiones anteriores o sobre lo que se debe realizar en cada paso del modelo de Polya. Cada estudiante que obtenía o realizaba una respuesta acertada obtenía un premio.<br>Luego se hizo un repaso sobre la representación gráfica de los productos notables conjugados pues ya lo habían revisado en clases anteriores.<br>Después se procedió a implementar o aplicar algunos problemas siendo estos realizados con rapidez pues los estudiantes consideraron que este era un tema fácil.<br>Por ende, se procedió a escribir un problema en la pizarra y los estudiantes tenían que escribirlo en su cuaderno de otra forma pero sin perder la esencia para finalmente resolverlo siguiendo los pasos antes realizados. | La primera actividad llamó mucho la atención, pues estudiantes que hay que forzarles a participar se sumaron a la actividad. |

Noveno ciclo EB Itinerario Matemáticas Paralelo 2

| | |
|---|---|
| **¿Para qué lo hice?**<br>Una de las bases fundamentales del aprendizaje es el aprender haciendo, es por eso que los estudiantes mientras mas apliquen los pasos del modelo de Polya más se les va a facilitar la comprensión del contenido | |
| **¿Quiénes participaron?**<br>35 estudiantes, la tutora profesional y las practicantes. | |
| **Tiempo utilizado**<br>Una sesión que comprende 180 minutos. | |
| **Resultados**<br>• En la primera actividad se obtuvo una buena participación de los estudiantes además se denoto que habian aprendido sobre los pasos para resolver problemas.<br>• Con la actividad que consistia que los estudiantes escriban el problema en otras palabras reforzamos el primer paso del modelo de Polya pues este es el que más se les dificulto. Considerando que si no comprenden el enunciado no va a ser facil escribirlo de distinta forma. | |
| **Recomendaciones**<br>• Cuando existen temas que son considerados faciles para los estudiantes es recomendable continuar o reforzar otros temas. | |

Noveno ciclo EB Itinerario Matemáticas Paralelo 2

| |
|---|
| **INCIDENCIAS relevantes (casos y /o situaciones)**<br>Nos encontramos con que fueron muchos, 21 estudiantes, que no pudieron escribir el enunciado de distinto forma, pues según ellos comprendian el problema, pero no encontraban las palabras para reescribirlo. |

**Anexo 8: Registro del Diario de Campo durante la implementación de la alternativa curricular en el tema**

**“Factorización de expresiones de la forma xn± yn ”**

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

**DIARIO DE CAMPO**
**SESION N:**

**Escuela:** Unidad educativa Julio María Matovelle
**Fecha de práctica:** 01-06-2019
**Estudiante UNAE a cargo:** Karen Yagual y Graciela Pulla

**Grado:** Noveno **Paralelo** ""B"
**Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final:** 12:10
**Tutor/a profesional:** Lcda. Carmiña Corte

| **Aspectos de interés** Factorización de expresiones de la forma $x^n \pm y^n$ | **Reflexiones, inquietudes e interrogantes que emergen** |
|---|---|
| **¿Qué hice hoy?**<br>La clase fue guiada por la docente Graciela Pulla y como ayudante la docente Karen Yagual.<br>Como paso previo y activación de los conocimientos previos se llevo dentro de una caja de zapatos polinomios para que puedan ser factorizado por los estudiantes cada estudiante sacaba una papel y lo realizaba en la pizarra sin embargo sus compañeros tambien lo debian realizar en sus cuadernos, a esto se sumaba a una tabla personal donde los puntos correspondian a un premio, como salir mas pronto al recreo.<br>Luego los estudiantes leyeron un material de estudio proporcionada por la docente, para realizar un recuadro en carteles el mismo que les servira como material de estudio.<br>Seguidamente se realizaron actividades que contemplaron la aplicación de las reglas operacionales.<br>Para finalmente realizar un problema como se lo habia realizado en sesiones anteriores. Recalcando que al final deben escribir como resolvieron el problema | Los estudiantes se entusiasman mucho cuando tienen que realizar actividades como recortar, pegar, hacer carteles entre otros pues consideran que es divertido pues ya les aburre pasar solo sentados. |

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

| | |
|---|---|
| **¿Para qué lo hice?**<br>En la resolución de problemas es importante la consideración de los conocimientos previos por lo que es recomendable la realización de ejercicios para repasar algoritmos. | |
| **¿Quiénes participaron?**<br>35 estudiantes, la tutora profesional y las practicantes. | |
| **Tiempo utilizado**<br>Una sesión que comprende 180 minutos. | |
| **Resultados**<br>• Las actividades que implican el movimiento ayudan mucho en el aprendizaje pues los estudiantes se motivan al aprender haciendo. Es por eso que los problemas matemáticos deben estar planteados al contexto cotidiano del estudiante, para que así la matemática pueda ser aplicada a la realidad. | |
| **Recomendaciones**<br>• Plantear problemas en contextos fuera del aula, como medir la cancha y calcular el área u otro problemas. | |

**Anexo 9: Registro del Diario de Campo durante la implementación de la alternativa curricular en el tema**

**“Ecuaciones, igualdades equivalentes”**

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

DIARIO DE CAMPO
SESION N: 6

**Escuela:** Unidad educativa Julio Maria Matovelle
**Fecha de práctica:** 08 de Junio del 2019
**Estudiante UNAE a cargo:** Karen Yagual y Graciela Pulla

**Grado:** Noveno **Paralelo** ""B"
**Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final:** 12:10
**Tutor/a profesional:** Lcda. Carmiña Corte

| Aspectos de interés | Reflexiones, inquietudes e interrogantes que emergen |
|---|---|
| **¿Qué hice hoy?**<br>La clase fue dirigida por Karen Yagual y Graciela Pulla fue encargada del control de disciplina, de entregar las hojas de trabajo y de supervisar que todos los asistentes realicen las actividades que se requieren.<br>El tema de la clase que se dictó fue "ECUACIONES: IGUALDADES, EQUIVALENTES"<br>Para la anticipación se utilizó la dinámica las apuestas del Baúl donde los estudiantes debían dar solución a un sinnúmero de ecuaciones y preguntas relacionadas con el tema por grupos (la actividad duró 20 minutos). En la introducción del tema se enfatizó en explicar la diferencia de igualdades numéricas y algebraicas para luego desarrollar la clase conceptualizando a "ecuaciones equivalentes" y proceder a la aplicación del problema reformulado.<br>Como consolidación se resolvió los problemas que plantea el libro, incluyendo las actividades que reforzarán el tema como las propuestas en el apartado "Desarrolla tus destrezas" | La clase estuvo organizada de tal forma que permitió que los estudiantes trabajen, sean controlados en el orden y así evitar disgustos e inconvenientes. |

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

**¿Para qué lo hice?**
Para que los estudiantes logren resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q en la solución de problemas sencillos, es decir con la destreza con criterio de desempeño declarada en el currículo y el libro de texto.

**¿Quiénes participaron?**
35 estudiantes, la tutora profesional y las practicantes.

**Tiempo utilizado**
Una sesión que comprende 180 minutos.

**Resultados**

- Con la dinámica "Respuestas del Baúl" se logró activar los conocimientos previos respecto al tema de "ECUACIONES: IGUALDADES Y EQUIVALENTES" permitiendo así la comprensión de los nuevos contenidos o información.
- A los docentes practicantes se les facilitó la clase debido a la organización prevista para el desarrollo de la clase.
- Los estudiantes, reforzaron la resolución de problemas utilizando el método de Polya.

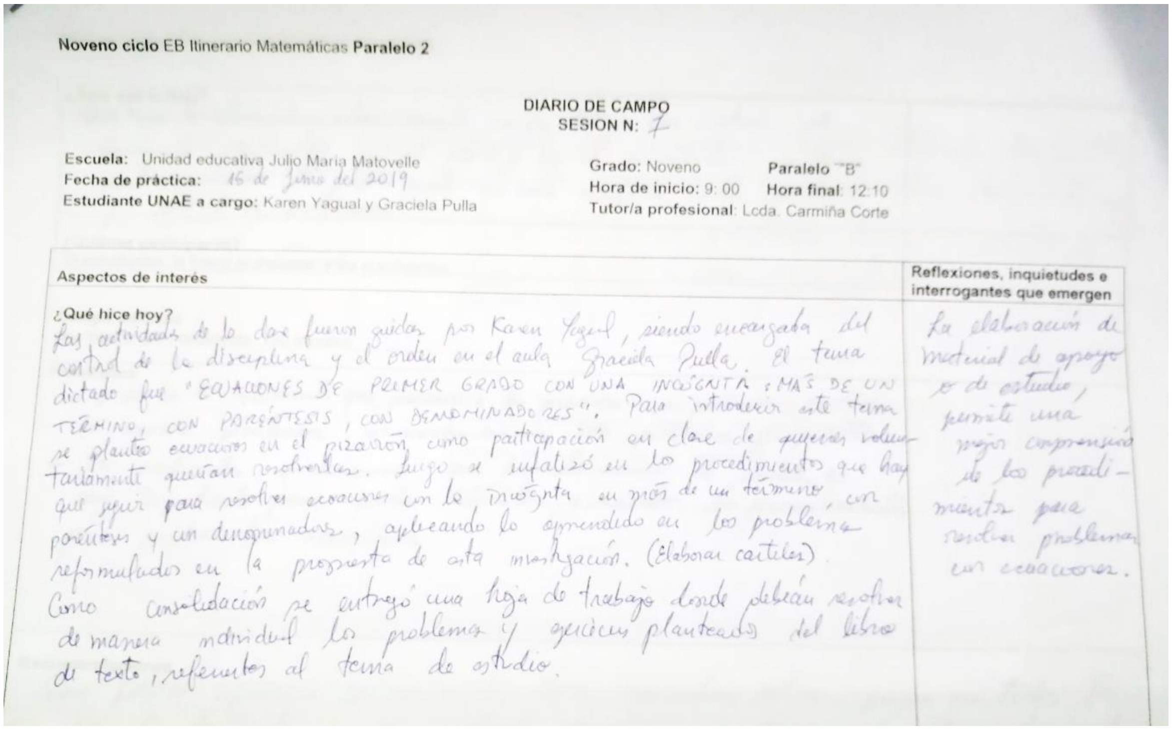
**Recomendaciones**

- Para futuras experiencia se recomienda elaborar un cronograma o planificar las actividades y organizarlas para que el tiempo alcance (distribuir las horas para las actividades).

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

**INCIDENCIAS relevantes (casos y /o situaciones)**
Ninguna novedad en concreto.

**Anexo 10: Registro del Diario de Campo durante la implementación de la alternativa curricular en el tema “Ecuaciones de primer grado con una incógnita”**



**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

DIARIO DE CAMPO
SESION N: 7

**Escuela:** Unidad educativa Julio Maria Matovelle
**Fecha de práctica:** 16 de Junio del 2019
**Estudiante UNAE a cargo:** Karen Yagual y Graciela Pulla

**Grado:** Noveno **Paralelo** "B"
**Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final:** 12:10
**Tutor/a profesional:** Lcda. Carmiña Corte

| Aspectos de interés | Reflexiones, inquietudes e interrogantes que emergen |
|---|---|
| ¿Qué hice hoy? Las actividades de la clase fueron guiadas por Karen Yagual, siendo encargada del control de la disciplina y el orden en el aula Graciela Pulla. El tema dictado fue "ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA ; MÁS DE UN TÉRMINO, CON PARÉNTESIS, CON DENOMINADORES". Para introducir este tema se planteó ecuaciones en el pizarrón, como participación en clase de quienes voluntariamente querían resolverlas. Luego se enfatizó en los procedimientos que hay que seguir para resolver ecuaciones con la incógnita en más de un término, con paréntesis y con denominadores, aplicando lo aprendido en los problemas reformulados en la propuesta de esta investigación. (Elaborar carteles) Como consolidación se entregó una hoja de trabajo donde debían resolver de manera individual los problemas y ejercicios planteados del libro de texto, referentes al tema de estudio. | La elaboración de material de apoyo o de estudio, permite una mejor comprensión de los procedimientos para resolver problemas con ecuaciones. |

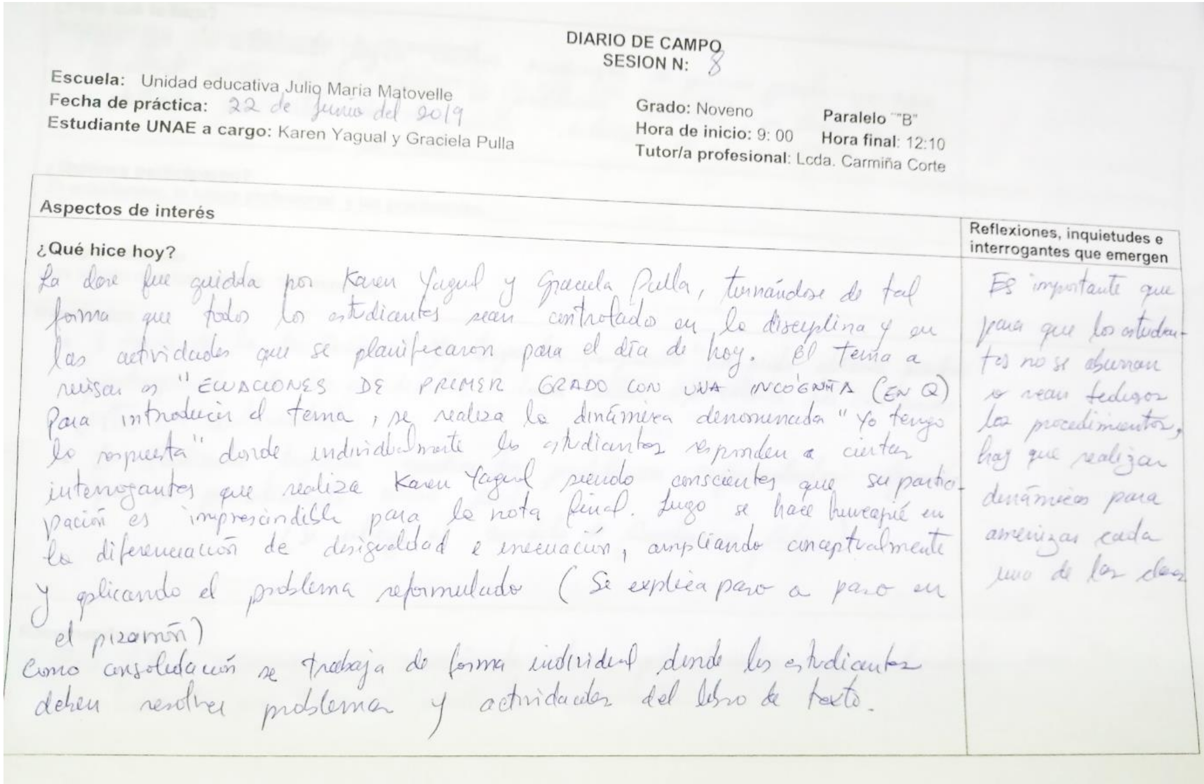
Noveno ciclo EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

| | |
|---|---|
| **¿Para qué lo hice?**<br>Para que los estudiantes puedan cumplir con la destreza con criterio de desempeño declarada en el libro y en el currículo, es decir resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q en la solución de problemas. | |
| **¿Quiénes participaron?**<br>35 estudiantes, la tutora profesional y las practicantes. | |
| **Tiempo utilizado**<br>Una sesión que comprende 180 minutos. | |
| **Resultados**<br>- 2 de los 10 estudiantes que pasaron a la pizarra no pudieron resolver las ecuaciones planteadas ni mucho menos los problemas propuestos.<br>- Las practicantes evidenciaron que la elaboración de carteles es muy importante para poder asimilar y recordar los procedimientos para resolver las ecuaciones. | |
| **Recomendaciones**<br>Para futuras experiencias se recomienda llevar marcadores extra, porque no todos los estudiantes tienen la misma condición económica por lo que no llevan los materiales solicitados en la reunión de Padres de familia | |

Noveno ciclo EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

| |
|---|
| **INCIDENCIAS relevantes (casos y /o situaciones)**<br>3 de los estudiantes no llevaron papelotes, ni marcadores para elaborar los carteles con los procedimientos para resolver las ecuaciones, conociendo esto, las practicantes tuvieron que comprar con la finalidad de que todos tengan material de estudio. |

**Anexo 11: Registro del Diario de Campo durante la implementación de la alternativa curricular en el tema "Ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q"**



DIARIO DE CAMPO
SESION N: 8

**Escuela:** Unidad educativa Julio Maria Matovelle
**Fecha de práctica:** 22 de junio del 2019
**Estudiante UNAE a cargo:** Karen Yagual y Graciela Pulla

**Grado:** Noveno **Paralelo** "B"
**Hora de inicio:** 9: 00 **Hora final:** 12:10
**Tutor/a profesional:** Lcda. Carmiña Corte

| Aspectos de interés ¿Qué hice hoy? | Reflexiones, inquietudes e interrogantes que emergen |
| --- | --- |
| La clase fue guiada por Karen Yagual y Graciela Pulla, turnándose de tal forma que todos los estudiantes sean controlados en la disciplina y en las actividades que se planificaron para el día de hoy. El tema a revisar es "ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA (EN Q) Para introducir el tema, se realiza la dinámica denominada "Yo tengo la respuesta" donde individualmente los estudiantes responden a ciertas interrogantes que realiza Karen Yagual siendo conscientes que su participación es imprescindible para la nota final. Luego se hace hincapié en la diferenciación de desigualdad e inecuación, ampliando conceptualmente y aplicando el problema reformulado (Se explica paso a paso en el pizarrón) Como consolidación se trabaja de forma individual donde los estudiantes deben resolver problemas y actividades del libro de texto. | Es importante que para que los estudiantes no se aburran o sean testigos los procedimientos, hay que realizar dinámicas para amenizar cada uno de las clases |

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

**¿Para qué lo hice?**

Para que los estudiantes logren resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q en la solución de problemas sencillos, es decir con la destreza con criterio de desempeño declarada en el currículo y el texto.

**¿Quiénes participaron?**

35 estudiantes, la tutora profesional y las practicantes.

**Tiempo utilizado**

Una sesión que comprende 180 minutos.

**Resultados**

- A través de la dinámica "Yo tengo la respuesta" se pudo obtener mucha participación de los estudiantes donde ellos aplicaban los contenidos vistos con anterioridad.
- Los estudiantes lograron resolver los problemas reformulados alegando que su procedimiento estuvo fácil.

(Se utilizó el modelo de Resolución Polya).

**Recomendaciones**

Para futuros experiencias se recomienda tener planificadas más actividades para los estudiantes que terminen pronto las actividades.

**Noveno ciclo** EB Itinerario Matemáticas **Paralelo 2**

**INCIDENCIAS relevantes (casos y /o situaciones)**

Ø Algunos estudiantes terminaron pronto la resolución de los problemas y querían salir pronto al receso, además empezaron a ayudar al resto de sus compañeros como un punto de participación que le ayude a su evaluación final.

**Anexo 12: Ejemplo de Prueba Final resuelta por un estudiante**

Nombre: Steeven Alvarado Fecha: 22 de junio del 2019

**Determina la respuesta correcta en los siguientes casos:**

**1.** Factores primos de los números 84, 200 y 320

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 84 | 2 | 200 | 2 | 320 | 2 |
| 42 | 2 | 100 | 2 | 160 | 2 |
| 21 | 3 | 50 | 2 | 80 | 2 |
| 7 | 7 | 25 | 5 | 40 | 2 |
| 1 | | 5 | 5 | 20 | 2 |
| | | 1 | | 10 | 2 |
| | | | | 5 | 5 |
| | | | | 1 | |

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

$200 = 2^3 \times 5^2$

$320 = 2^6 \times 5$

3

**2.** Felipe y Estefanía conversan sobre su tarea de matemáticas. Cada uno asegura que el otro ha factorizado mal la expresión $x^3 - 2x^2 + x$. Observa el trabajo de cada uno.

① Es un factor comun
② Hay que sacar lo comun de cada uno.
③ Obtemos la respuesta
④ Comprobamos

| Felipe | Estefanía |
|---|---|
| $x^3 - 2x^2 + x$ | $x^3 - 2x^2 + x$ |
| $= x(x^2 + 2x - 1)$ | $= x(x^2 - 2x + 1)$ |
| $= x(x + 2 - 0)$ | |

$x^3 - 2x^2 + x$

$x(x^2 - 2x + 1)$

2

¿Quién tiene razón? Explica tu respuesta.

Tiene razón Estefania por que ese es el correpto proceso para sacar factor comun

**3.** b) Complete los pasos para la factorización de cada polinomio por agrupación de términos

. $p^2 + pq + ps + qs$

$= (p^2 + pq) + (ps + qs)$

$= p(p + q) + s(p + q)$

$= (p + s)(p + q)$

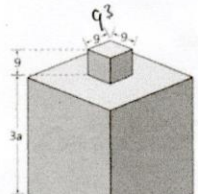
3

**4.** ¿Cuál es la expresión que representa el volumen de la figura 4? ¿Cuál es la factorización de esta expresión?

Volumen: $(3a)^3$ $(27a^3 + 729)$

Expresión Factorizada: ?

1




**5.** Un centro vacacional diseñó un modelo de piscina que tiene dos secciones. Si el área de la zona de adultos se puede expresar como $x^2 - 144$, ¿cuáles son las expresiones algebraicas para las dimensiones de esta zona?

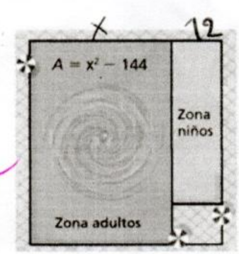
① Encontrar la expresión
② Ayuda el grafico
③ realizar con el grafico
④ comprobar

$x - 12$

$x + 12$

$(x+12)(x-12)$

2




**6.** Ayuda a Julián a encontrar lo que se le pide en cada enunciado de su prueba:

Factorice de forma correcta las expresiones dadas

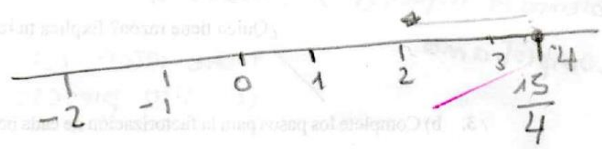
⑤ Que buscamos el volumen de los cubos y sumar
Encontramos el volumen del cubo grande
Encontramos el volumen de cubo pequeño
Sumamos los volumenes

⑨ ⓑ $8x-18+18 < 12+18$

ⓒ $8x < 30$

$\frac{\cancel{8}x}{\cancel{8}} < \frac{\cancel{30}^{15}}{\cancel{8}_{4}}$

$x < \frac{15}{4}$ 30 3,7



2 Es Se puede realizar si n es impar n = 7   n=5

$.x^7 + 128 = (x+2)(x^6 - 2x^5 + 4x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 32x + 64)$

$.m^5 - n^5 = (m-n)(m^5 + m^4n + m^3n^2 + m^2n^3 + mn^4 + n^5)$

128 | 2
64 | 2
32 | 2
16 | 2
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1 |

$2^7$

**7.** Indica si los polinomios son factorizables o no. Explica tus respuestas

2187 | 3
729 | 3
243 | 3
81 | 3
27 | 3
9 | 3
3 | 3
1 |

$3^7$

2

$m^7 + 2187$ Si porque $3^7$ si da 2187

$16c^4 + 81x^4$ -No porque n es par

**8.** Para finalizar la prueba Julián debe verificar si su última respuesta está correcta. Analiza y corrige la factorización de cada polinomio si es necesario.

1

$\boxed{m^7 + 2187 = (m+3)(m^6 - 3m^5 + 9m^4 - 27m^3 + 81m^2 - 243m + 729)}$

$16c^4 + 81x^4$ = no se puede realizar no es par

$32c^5 + 243x^5$

tenía la opción de corregir.

**9. De la última inecuación (literal d) realiza las transformaciones que se indican**

a. Suma 3*x* en ambos miembros de la inecuación.
b. Suma 18 en los dos miembros de la inecuación.
c. Divide entre 8 a ambos lados de la inecuación.
d. Represente en una recta numérica los valores de *x* que satisfacen la inecuación.

(a) $5x - 18 < 12 - 3x$

$5x + 3x - 18 < 12 - 3x + 3x$

$8x - 18 < 12 - 3x + 3x$

4

0

**10. De la inecuación 5x + 10 ‹ 2 x – 5 , realiza lo que se indica para hallar la solución**

a. Suma $(-2x)$ a los dos miembros de la inecuación.
b. Suma $(-10)$ a los dos miembros de la inecuación.
c. Realiza las operaciones.
d. Divide entre 3 a los dos miembros de la inecuación.
e. ¿Cuál es la solución?

(a) $5x + 10 < 2x - 5$

$5x + 10 - 2x < 2x - 5 - 2x$

(b) $3x + 10 < -5$

$3x + 10 - 10 < -5 - 10$

$3x < -15$

$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} < -\frac{\cancel{15}}{\cancel{3}}$

R $\boxed{x < -5}$

4

Firma: Steeven Alvarado

$\frac{24}{26} = 9,23$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Javier Loyola, 03 de septiembre de 2019

Yo, Beatriz Graciela Pulla Pulla, autora del proyecto: Alternativa Curricular para el planteamiento de problemas en la unidad 3 del bloque de Álgebra y Funciones del texto de 9° de EGB. Estudiante de la de la carrera de Licenciatura en Educación Básica, Itinerario Pedagogía de la Matemática con número de identificación 0105286744. Mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Beatriz Graciela Pulla Pulla

Firma: graciela Pulla

Javier Loyola, 3 de septiembre de 2019

Yo, Karen Alexandra Yagual Anchundia, autora del proyecto: Alternativa Curricular para el planteamiento de problemas en la unidad 3 del bloque de Álgebra y Funciones del texto de 9° de EGB. Estudiante de la de la carrera de Licenciatura en Educación Básica, Itinerario Pedagogía de la Matemática con número de identificación 2450122011. Mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Karen Alexandra Yagual Anchundia

Firma Karen Yagual

UNAE, 3 de septiembre de 2019

Por este medio yo, Dr. José Enrique Martínez Serra, Tutor del Proyecto de Titulación:

"ALTERNATIVA CURRICULAR PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL 9NOB, INSTITUCIÓN "JULIO MARÍA MATOVELLE""

De los autores:

- Beatriz Graciela Pulla Pulla, CI: 0105286744
- Karen Alexandra Yagual Anchundia, CI: 2450122011

Después de haber revisado exhaustivamente el informe del proyecto, he podido corroborar que posee la calidad necesaria y suficiente para presentarse a su sustentación y que posee un porcentaje de similitud de solo 9 %, según el sistema antiplagio TURNITIN; por lo cual emito el presente

## *CERTIFICADO DE REVISIÓN Y APROBACIÓN DEL PROYECTO DE TITULACIÓN*

Y como constancia del mismo, firmo el presente en calidad de tutor, a los 5 días del mes de julio del 2019.

Dr. José Enrique Martínez Serra

Tutor

C.I. 1758589889

UNAE

# Cláusula de Propiedad Intelectual

Yo, Beatriz Graciela Pulla Pulla, autor/a del trabajo de titulación "Alternativa Curricular para el planteamiento de problemas en la unidad 3 del bloque de Álgebra y Funciones del texto de 9° de EGB", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Azogues, 06 de septiembre del 2019

graciela Pulla

Beatriz Graciela Pulla Pulla

C.I: 0105286744

UNAE

# Cláusula de Propiedad Intelectual

Yo, Karen Alexandra Yagual Anchundia, autor/a del trabajo de titulación "Alternativa Curricular para el planteamiento de problemas en la unidad 3 del bloque de Álgebra y Funciones del texto de 9° de EGB", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Azogues, 06 de septiembre del 2019

Karen Yagual A.

Karen Alexandra Yagual Anchundia

C.I: 2450122011

UNAE

# Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Yo, Karen Alexandra Yagual Anchundia en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Alternativa Curricular para el planteamiento de problemas en la unidad 3 del bloque de Álgebra y Funciones del texto de 9° de EGB", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNAE para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Azogues, 06 de septiembre del 2019

Karen Alexandra Yagual Anchundia

C.I: 2450122011

UNAE

# Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Yo, Beatriz Graciela Pulla Pulla en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Alternativa Curricular para el planteamiento de problemas en la unidad 3 del bloque de Álgebra y Funciones del texto de 9° de EGB", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNAE para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Azogues, 06 de septiembre del 2019

graciela Pulla

Beatriz Graciela Pulla Pulla

C.I: 0105286744