

El impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas

Abdón Pari Condori¹

Universidad Nacional de Educación

Resumen

El objetivo de esta conferencia es reflexionar y analizar el impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas desde el proyecto de investigación institucional del grupo Eureka 4i. En

¹ Doctor en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Salamanca, España. Máster en Matemáticas por la Universidad Católica del Norte, Chile. Licenciado en Educación Matemática por la Universidad Peruana Unión. Coordinador del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra. Docente investigador de la Universidad Nacional de Educación-UNAE. / abdnon.pari@unae.edu.ec

las últimas décadas ha despertado el interés de muchos matemáticos, investigadores, educadores y profesores de matemáticas, la integración de las TIC en la educación matemática. A nivel internacional hubo más de 15.000 artículos sobre GeoGebra entre 2012 y 2017. Recientemente, se celebró el XV Congreso Interamericano de Educación Matemática (CIAEM, 2019), en la Universidad de Medellín, Colombia, del 5 al 10 de mayo de 2019, en el que se presentaron 400 trabajos, de los que 72 eran sobre TIC y de ellos 42 sobre GeoGebra. Sin embargo, poco se conoce sobre el impacto de las TIC (GeoGebra) en el proceso educativo.

En estos dos últimos años, en Ecuador se ha iniciado un curso de Formación Continua de “GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en Educación Básica” en forma bimodal: parte presencial y parte virtual. Además dicho curso es una de las actividades del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación-UNAE y en trabajo conjunto con el Ministerio de Educación y la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI).

Palabras clave: Educación matemática, TIC, GeoGebra y Didáctica de la matemática.

The impact of GeoGebra in the mathematics teachers’ professional development

Abstract:

This conference aims to reflect and analyze the impact of GeoGebra on professional development, the mathematics faculty and part of an institutional research project of the Eureka 4i group. The latest news has awakened the interest of many mathematicians, researchers, educators and teachers of mathematics, the integration of ICT in

mathematics education. Internationally there were more than 15,000 articles on GeoGebra between 2012 and 2017. The 15th Inter-American Congress of Mathematics Education (CIAEM, 2019) was held at the University of Medellin, Colombia, from May 5 to 10, 2019, in which 400 works have been presented, of which 72 were on ICT and of them 42 on GeoGebra. However, little is known about the impact of ICT (GeoGebra) on the educational process. In Ecuador, in the last two years a Continuing Education course of "GeoGebra as a didactic resource for the teaching of mathematics in Basic Education" has been started in a bimodal way: face-to-face and virtual part. It is one of the activities of the Ecuadorian Institute of GeoGebra based at the National University of Education with the Ministry of Education and the Organización de Estados Iberoamericanos (OEI).

Keywords: Mathematics education, ICT, GeoGebra and Mathematics didactics.

Introducción

Esta conferencia se presenta principalmente con el fin de ofrecer a los participantes una aproximación sobre el impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas con base en la literatura disponible y en la experiencia de trabajar con profesores en servicio en los cursos de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica, que se oferta desde el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, con sede en la Universidad Nacional de Educación.

Por un lado, la tecnología de la información y la comunicación (TIC) es una fuerza que ha cambiado muchos aspectos de la forma en que vivimos. No obstante, en el pasado ha ocurrido lo mismo con la radio y la televisión. Incluso el invento de la rueda y el arado eran tecnologías de punta para su época. En ese sentido, el acelerado desarrollo científico y tecnológico de las últimas décadas ha jugado

un rol fundamental en los diferentes campos del saber humano como medicina, arquitectura, ingeniería, turismo, negocios, viajes, derecho y otros.

Las tecnologías de la información y la comunicación están siendo integradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje en muchas instituciones educativas del mundo (Ertmer, 2005; Juang, et al. 2008; Friedman, et al. 2009; Ismail, et al. 2010). Para integrar de manera eficaz la tecnología en el proceso educativo, los profesores de matemáticas necesitan tener un buen conocimiento matemático, conocimiento tecnológico, conocimiento pedagógico y lo que es más importante una combinación complementaria y armoniosa de esos elementos denominada TPACK (Mishra y Koehler, 2006).

Por otro lado, el Estado ecuatoriano ha orientado sus políticas educativas para mejorar la calidad de la educación, mediante la promulgación de la Ley Orgánica de la Educación Superior (LOES, 2010) y la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI, 2011). Dichas leyes se fundamentan en los principios constitucionales del país establecidos en la Constitución Política del Ecuador (2008).

En esa perspectiva, el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación, el Ministerio de Educación (MinEduc) y la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) están impulsando la integración de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para profesores en servicio y profesores en formación.

Antecedentes

La investigación sobre el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas es abundante. Acorde a la búsqueda avanzada de Google Académico (agosto de 2017), entre 2012 y 2017, hubo más de 15000 artículos sobre GeoGebra, más de 5000 sobre TPACK de profesores de matemáticas y alrededor de 100 artículos combinando ambos (Kasti y Jurdak, 2017).

Sin embargo, muy pocos abordan el impacto de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Al revisar y analizar la literatura relevante, Kasti y Jurdak (2018) encontraron lo siguiente:

1) La investigación sobre integración de tecnología se está enfocando en el diseño, la implementación y el impacto de las tareas que están destinadas a futuros docentes y practicantes para su aprendizaje profesional sobre el uso de las tecnologías en el aula. Sin embargo, la aplicación de estas teorías (teorías sobre la integración de la tecnología y el conocimiento de los docentes) en el diseño de tareas destinadas a las iniciativas de aprendizaje profesional de los docentes está en su etapa inicial.

2) La brecha entre las necesidades de los docentes y los contenidos de formación docente, es un tema poco representado en el campo de la investigación en Educación Matemática.

3) Existe evidencia de que GeoGebra se está utilizando ampliamente en todo el mundo; ha sido traducida a cincuenta y cuatro idiomas y utilizada por millones de maestros de todo el mundo durante más de 15 años (Hohenwarter, GeoGebra Global Gathering, 2017).

4) Un estudio relacionado sobre GeoGebra y TPACK, con profesores de matemáticas de secundaria, determinó que la creación de actividades dinámicas es esencial para el desarrollo del TPACK de los docentes.

Marco teórico

El marco teórico más mencionado es el modelo TPACK (Technological, pedagogical and Content Knowledge). El término TPACK fue propuesto por Mishra y Koehler (2006). Este modelo afirma que cada vez que la nueva tecnología debe utilizarse de manera efectiva,

el profesorado debe desarrollar un equilibrio dinámico entre tres elementos: tecnología, pedagogía y contenido como se muestra en la figura 1.

Figura 1.

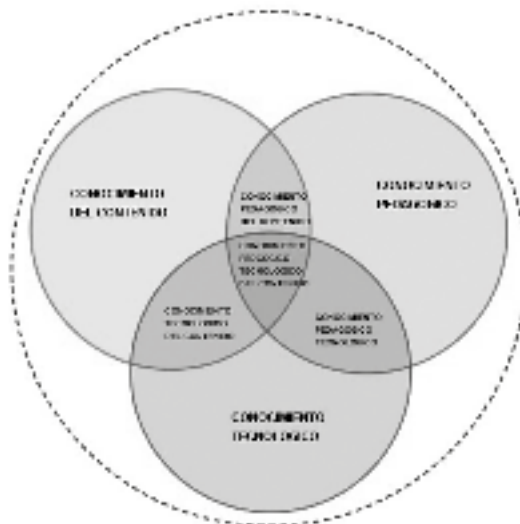


Figura 1. Conocimiento Técnico Pedagógico del Contenido (Mishra y Koehler, 2006)

A pesar de la gran cantidad de investigaciones realizadas en TPACK es necesario una investigación a través de estudios de observación participante para determinar la naturaleza, la magnitud y la interacción de los elementos TPACK en la dinámica docente y las prácticas en el aula. Los cambios de conocimiento en los docentes pueden llevar a cambios en las prácticas en el aula y estos cambios pueden medirse de manera confiable mediante la encuesta TPACK.

GeoGebra

GeoGebra es un software de matemática dinámica de gran ayuda para la enseñanza de las matemáticas, de libre acceso y multiplataforma, que combina de forma interactiva: geometría, álgebra, aritmética,

análisis, estadística y probabilidades en un solo paquete, mientras que otros programas lo tratan por separado. El software fue creado por Markus Hohenwarter en 2001, desde el departamento de Didáctica de la Matemática como parte de su tesis de maestría en Educación Matemática e Informática en la Universidad de Salzburgo (Austria). GeoGebra presenta un entorno sencillo, amigable y potente con el que podemos realizar fácilmente construcciones geométricas y analíticas. Este entorno es extremadamente fácil de manejar y se encuentra disponible en la dirección www.GeoGebra.org

Es evidente que GeoGebra no tiene la exclusividad como recurso para enseñar matemáticas, pero la gran variedad de opciones que ofrece permite que su uso no sea solo para dibujar o construir. Como ilustraremos a través de algunos ejemplos, este programa también permite a los estudiantes intuir, manipular, investigar, representar, descubrir, generalizar, argumentar e interactuar con y desde elementos matemáticos, pues solamente es necesario conocer algunas herramientas básicas y comandos sencillos para afrontarlas.

GeoGebra permite plantear la realización de cualquier construcción geométrica que ayude al estudiante a familiarizarse con el significado de dinamismo y, sobre todo, comprender la diferencia entre dibujar y construir. Desarrollar una construcción supone establecer relaciones entre los objetos que intervienen, de modo que al moverlos se mantengan las relaciones matemáticas entre ellos. Valga decir que un objeto dibujado no mantiene ese tipo de relaciones.

Metodología

La metodología utilizada en esta investigación es una lectura reflexiva y analítica desde la experiencia de formación continua con profesores de matemáticas partiendo de la literatura producida por la comunidad de GeoGebra internacional. Además, esta conferencia corresponde a la parte inicial del trabajo de investigación sobre el impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas.

Resultados

La revisión de las investigaciones muestra que el uso de GeoGebra tiene un impacto positivo en el desarrollo profesional de los docentes. Despierta el interés y la motivación para la integración de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Obviamente, no solo depende del interés y la motivación, sino de otros factores como la capacitación adecuada, las políticas institucionales, la gestión, las condiciones para la implementación y la capacidad de superar o gestionar las barreras personales e institucionales.

Comenzaremos presentando la parte interesante y motivadora del software.

La mitad de un cuadrado con GeoGebra

Dado un cuadrado, una forma de construir dentro de él un polígono cuya área sea la mitad, consiste en tomar los puntos medios de los lados opuestos y unirlos con un segmento (Mora, 2007).

Figura 2.

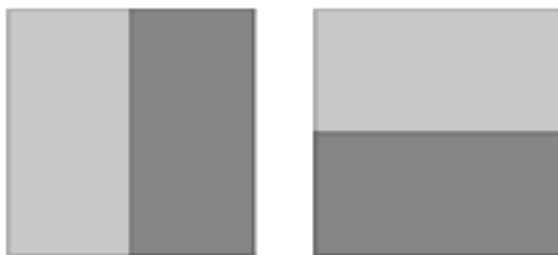


Figura 2. La mitad de un rectángulo en rectangular

Esta experiencia se realiza con docentes que participan del curso bimodal de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas. Corresponde a la parte presencial (16 horas de introducción y motivación al uso de GeoGebra, 2019). En este curso

se muestran las herramientas básicas, especialmente las de reconocer y diferenciar objetos libres y dependientes, objetos dibujados y construidos.

Construimos un cuadrado con el uso del compás de GeoGebra. Al desplazar los puntos o vértice libre el cuadrado no pierde su condición.

Figura 3.

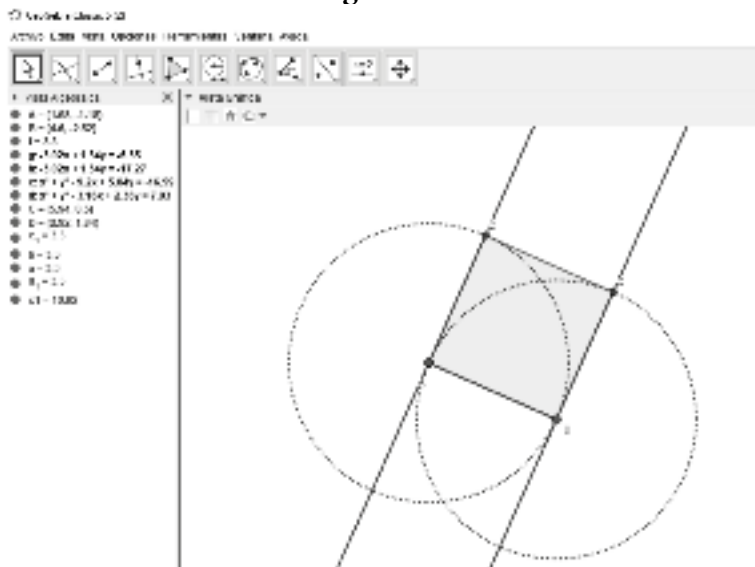


Figura 3. Cuadrado construido a partir de un segmento dado

Explorando otras posibilidades (Mora, 2007), las primeras soluciones han llegado con bastante rapidez, pero no son elaboradas, pues repiten una y otra vez las mismas ideas, y únicamente cambian de posición.

Figura 4.

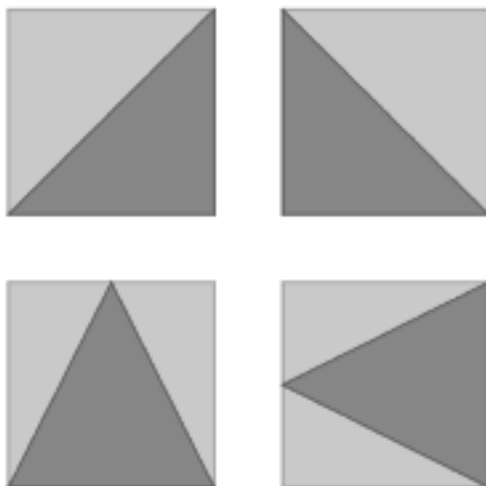


Figura 4. La mitad de un rectángulo en triángulos

Si el vértice de opuesto a la base se traslada tendremos una infinidad de soluciones, exclusivamente con triángulos. Aunque existe la posibilidad de crear muchos polígonos como lo veremos en las siguientes figuras.

Figura 5.

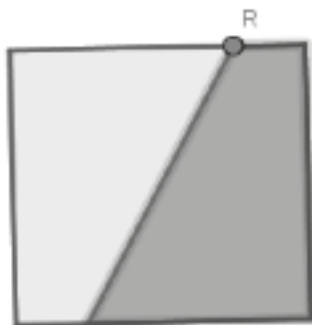


Figura 5. Al desplazarse el punto R el trapecio se transforma en un triángulo

Figura 6.

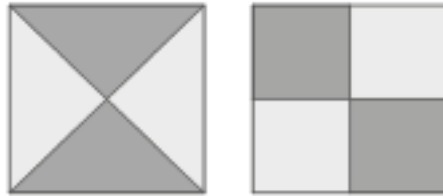


Figura 6. Ambos polígonos tienen cuatro vértices y lados

Realmente GeoGebra presenta un mar de potencialidades para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles del sistema educativo. Por ejemplo, veamos las siguientes figuras:

Figura 7.

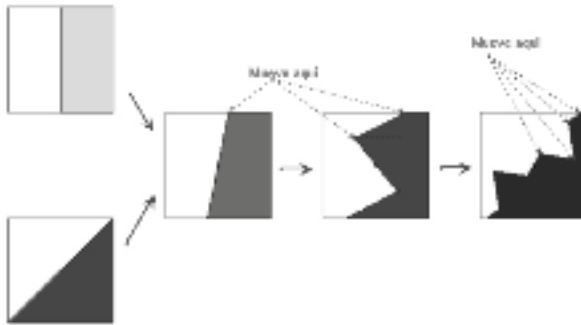


Figura 7. Transformación generalizada

Figura 8.



Figura 8. El límite tiende a la diagonal

Según Mora (2007) podemos llevar la mitad del cuadrado a diferentes grados y niveles en los que se quiera introducir a los estudiantes la idea de infinito y hacer aflorar una paradoja clásica que se deriva del paso al límite. La sucesión de los perímetros de las mitades sombreadas de la figura 8 es una sucesión $\{3 + \frac{n-1}{n}\}$ que tiende a 4, pero en el límite, la línea poligonal tiende a la diagonal, es decir, el límite debería valer $2 + \sqrt{2}$.

Conclusiones

La potencia didáctica que posee GeoGebra se fundamenta en la visualización simultánea de dos tipos diferentes de presentación: la gráfica y la simbólica. GeoGebra nos permite *aprender a aprender* para seguir formándonos toda la vida de forma dinámica, activa y creativa. GeoGebra no tiene la exclusividad como recurso para la enseñanza matemática pero si una gran variedad de opciones para dibujar y construir y dimensionar una versatilidad que permite al profesorado: intuir, manipular, investigar, representar, descubrir, generalizar, argumentar e interactuar sin requerir de demasiados conocimientos técnicos.

Referencias bibliográficas

- Ecuador. Asamblea Constituyente (2008). *Constitución de la República del Ecuador*. Disponible en <http://repositorio.dpe.gob.ec/bitstream/39000/638/1/NN-001-Constituci%C3%B3n.pdf>
- Ertmer, P. (2005). Teacher pedagogical beliefs: The final frontier in our quest for technology integration? *Educational Technology Research and Development*, 53,(4), 25-39.
- Friedman, A., et al. (2009). National educational technology standards and technology beliefs and practices of social studies faculty: Results from a seven-year longitudinal study, *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9, (4), 476-487.
- Hohenwarter, J., & Hohenwarter, M. (2009). Introducing dynamic mathematics software to secondary school teachers: The case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28, 135-146.
- Hughes, J. (2005). The role of teacher knowledge and learning experiences in forming technology-integrated pedagogy. *Journal of Technology and Teacher Education*, 13(2), 277-302.
- Ismail, S., et al. (2010). 'Teachers' perceptions of the use of technology in teaching languages in United Arab Emirates' schools', *International Journal for Research in Education*, 27,(1), 37-56.
- Juang, Y., et al. (2008), 'Computer-supported teacher development of pedagogical content knowledge through developing school-based curriculum', *Educational Technology & Society*, 11, (2), 149-170.
- Kasti, H. y Jurdak, M. (2017). The effect of GeoGebra collaborative and iterative professional development on in-service secondary mathematics teachers' practices. *CERME*, 10. Dublin, Irlanda.
- Koehler, M., & Mishra, P. (2008). Introducing TPCK. In AACTE Committee on Innovation and Technology (Ed.), *Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators*, 3-29. New York: Routledge.

- LOEI. (2011). *Ley Orgánica de Educación Intercultural*. Presidencia de la República del Ecuador. Ministerio de Educación y Ciencia. Educación inclusiva. Disponible en <http://www.wipo.int/edocs/lexdocs/laws/es/ec/ec023es.pdf>
- LOES. (2010). *Ley Orgánica de Educación Superior*. Presidencia de la República del Ecuador. Disponible en <http://aka-cdn.uce.edu.ec/ares/tmp/Elecciones/2%20LOES.pdf>
- Mishra, P., y Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.
- Mora, J. (2007). La mitad del cuadrado con Geometría Dinámica. En Antonio Pérez Sainz, Matemáticas en aulas de secundaria. *La Gaceta RSME*, 10(3), 743-762.
- Rodríguez, Y. (2011). El software educativo como medio de enseñanza. *Cuadernos de educación y desarrollo*. Vol. 3, 28. <http://www.eumed.net/rev/ced/28/yra.htm>