Memorias
de la I Jornada Ecuatoriana de
GeoGebra

UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

Aplicación de GeoGebra en la teoría de grafos

Pablo Andrés Guallpa Erráez[1]
Cristina Alexandra Sarmiento Plaza[2]
César Trelles-Zambrano[3]

Resumen

La teoría de grafos tiene un gran impacto en distintas ramas del conocimiento, razón por la cual se considera necesario su aprendizaje en las aulas escolares al poseer un gran potencial de abstracción y modelización de problemas reales, contribuyendo a la adquisición y desarrollo de diversas habilidades en los estudiantes, como el diseño

1 Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física por la Universidad de Cuenca. Máster en Física y Matemáticas por la Universidad de Granada, España. Docente de la Unidad Educativa Los Andes, Cuenca. paguallpa0291@gmail.com

2 Licenciada en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física por la Universidad de Cuenca. cristina.sarmiento.plaza2@gmail.com

3 Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. Magíster en Docencia de las Matemáticas por la Universidad de Cuenca. Profesor investigador en la Universidad de Cuenca. Estudiante de Doctorado en la Universitat de Girona, España. cesar.trellesz@ucuenca.edu.ec ; cesar.trelles@udg.edu

de hipótesis, por ejemplo, el problema de los puentes de Könisberg. El presente trabajo muestra algunos conceptos básicos de la teoría de grafos y el uso del software GeoGebra para dinamizar su comprensión.

Palabras clave: Educación matemática, Teoría de grafos, Leonard Euler, GeoGebra, Agente viajero.

Application of GeoGebra in graph theory

Abstract

Graph theory has a great impact in different branches of knowledge, for this reason it is considered necessary its learning in the classrooms to possess great potential of abstraction and modeling of real problems, contributing to the acquisition and development of diverse abilities in the students, such as hypothesis design, for example, the problem of Könisberg bridges. This present project shows some basic concepts of graph theory and the use of GeoGebra software to boost their understanding.

Keywords: Mathematics education, Graph theory, Leornad Euler, GeoGebra, Travel agent.

Introducción

Hacia el año de 1736, Leonard Euler resolvió lo que en la actualidad se conoce como "El problema de los puentes de Könisberg". El problema surge a raíz de los siete puentes que conectaban a dos islas con la ciudad de Könisberg, "si una persona empieza en cualquier punto y termina en cualquier punto, ¿es posible que recorra el pueblo de modo que cruce los siete puentes sin cruzar ninguno dos veces?" (Lipschutz y Lipson, 2009, p. 160). Aunque la respuesta al problema fue que el mismo es irresoluble, es decir, que no existe forma de recorrer el pueblo atravesando cada puente una sola vez, lo interesante fue que la abstracción realizada por Euler dio paso a la moderna teoría de grafos.

Figura 1.

Figura 1. Los puentes de Könisberg

Recuperado de http://www.historiasdelaciencia.com/?p=86

Acorde a la actualización curricular realizada por el Ministerio de Educación del Ecuador en el año 2010, la teoría de grafos era estudiada en el bloque de Matemáticas Discretas del segundo año de Bachillerato General Unificado. En la actualidad existe una gran diversidad de bibliografía referente a la teoría de grafos y la importancia de su estudio, pues "proporciona una variedad de ejercicios y problemas que, por su simplicidad, llaman la atención de muchos estudiantes, quienes se ven atraídos a resolverlos; por lo que resulta más ameno el aprendizaje de los conocimientos básicos de la teoría de grafos" (Lestón y Veiga, 2004, p. 1).

A raíz del trabajo realizado por Leonard Euler en Könisberg, actual Kaliningrado, Rusia, "hemos presenciado un vertiginoso crecimiento gracias a importantes aportes que han hecho matemáticos, ingenieros y otros científicos, quienes han encontrado en esta área las herramientas necesarias para modelar y resolver problemas de muy distinta índole" (Moreno y Ramírez, 2011, p. 17). La teoría de grafos puede modelar situaciones en varias ramas del conocimiento humano, tales como: la ingeniería, las ciencias sociales, las ciencias de la vida, entre otras.

Justificación

Hacia el año 2015 en el trabajo de graduación de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca se realizó un estudio no probabilístico, a través de encuestas a 40 docentes del segundo año de Bachillerato General Unificado de varios colegios de la ciudad de Cuenca. Además, se realizaron encuestas a docentes y estudiantes de docencia acerca del tema mencionado. El objetivo fue conocer el nivel de preparación en el tema de Matemáticas Discretas.

La siguiente gráfica corresponde a la pregunta: ¿En su formación universitaria tuvo formación en el área de Matemáticas Discretas?

Figura 2.

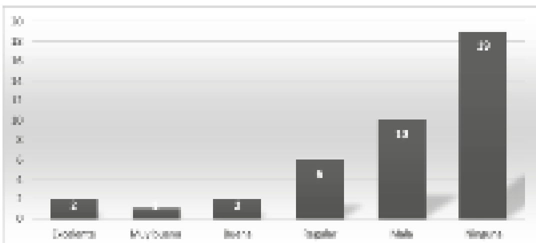

Figura 2. Tomada de la "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

De los encuestados, varios mencionaron haber tenido una formación regular o mala, e incluso ninguna formación en el área de las Matemáticas Discretas, lo que indica que los docentes al momento de abordar dicho bloque de contenidos de estudio tuvieron dificultad.

La siguiente gráfica corresponde a la pregunta: *¿Considera usted que el bloque de Matemáticas Discretas es importante para la formación del estudiante?*

Figura 3.

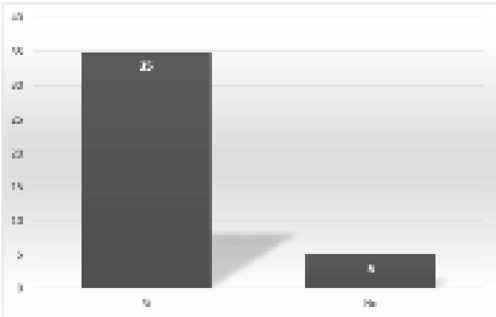

Figura 3. Tomada de "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

Los docentes encuestados mencionaron haber dedicado parte de sus horas de planificación al estudio de los conceptos principales de la teoría de grafos y, como se puede observar, cerca del 90% mencionaron que esta teoría resulta ser un componente importante en la formación del estudiantado, pues es una herramienta de abstracción de situaciones reales para el estudio, por ejemplo, de la selección de rutas de menor costo en el transporte de mercancías o en vuelos comerciales, de las redes sociales, etc.

Propuesta

La teoría de grafos fue propuesta en 1736 por Leonard Euler, "y varios resultados importantes de teoría de gráficas se obtuvieron en el siglo XIX, pero no fue sino hasta 1920 que surgió un interés sostenido, amplio e intenso en dicha teoría" (Johnsonbaugh, 2005, p. 318).

A continuación, se presentarán tres de los conceptos más relevantes de la teoría de grafos y la utilización de GeoGebra como material didáctico que mejora la comprensión de dicha teoría.

Como clase inicial de la teoría de grafos, supóngase (usted y sus estudiantes) que, en un campamento vacacional, el guía desea hacer equipos de 7 personas. Uno de esos equipos está conformado por las siguientes personas: Valeria, Diana, Carlos, Paúl, Natalia, Santiago y Andrea. Algunos de ellos ya se conocían antes de entrar al campamento. Entonces, las relaciones de amistad son: Valeria es amiga de Diana, Carlos y Paúl; Diana es amiga de Valeria, Paúl y Andrea; Andrea es amiga de Diana y Santiago; Paúl es amigo de Diana, Valeria y Natalia; Natalia es amiga de Paúl, Carlos y Santiago; Carlos es amigo de Valeria y Natalia; Santiago es amigo de Andrea y Natalia. La forma más sencilla de plantear las relaciones anteriores se da mediante la teoría de grafos. Llámense vértices a cada estudiante y aristas a las relaciones de amistad entre ellos.

Figura 4.

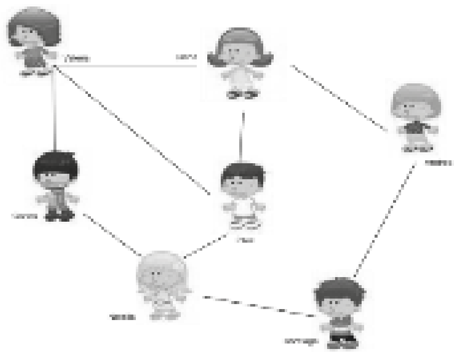

Figura 4. Tomada de "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

Por lo tanto, un grafo es el conjunto de vértices (V), unidos a través de aristas (E). La nomenclatura a utilizar es G={{V}, {E}}.

Por otra parte, se conoce como ciclo de Euler a aquel camino que empieza y termina en el mismo vértice de un grafo pasando por cada arista una sola vez. Esto es posible cuando la salida de cada vértice tiene un grado par, es decir, el número de aristas salientes es par. La propuesta en GeoGebra consiste en la realización de un grafo cualquiera, como el de la Figura 5, y como componente didáctico sobreponer segmentos discontinuos de colores. Entonces, se solicitará que los estudiantes sugieran probables ciclos que empiecen y terminen en un mismo vértice. Se accionarán las respectivas casillas de control para mostrar el posible camino. En este caso, los colores ayudarán a distinguir si una arista ha sido utilizada con antelación y, por tanto, no podría ser utilizada de nuevo. En el grafo planteado se puede observar que existen dos vértices cuyo grado es impar. Esto implica que no existe un ciclo de Euler.

Figura 5.

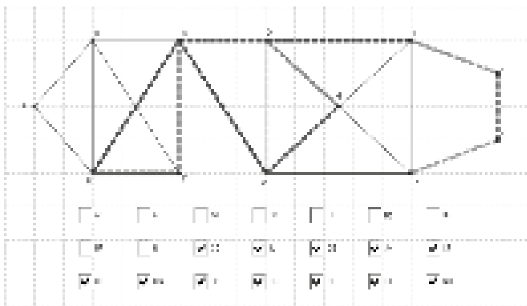

Figura 5. Tomado de "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

Finalmente, una aplicación de la teoría de grafos se encuentra en el problema del agente viajero que se basa en los ciclos de Hamilton. La diferencia con el ciclo de Euler radica en que se tiene en cuenta que el camino debe recorrer los vértices una sola vez, a excepción del vértice inicial que sería el vértice final del camino. Entonces, si se piensa en vértices como ciudades y se tiene el valor de cada arista, ésta será la distancia entre las ciudades, "el problema del agente viajero consiste en encontrar una ruta más corta en la que el agente viajero pueda visitar cada ciudad una vez, comenzando y terminando en la misma ciudad" (Johnsonbaugh, 2005, p. 342).

Con el uso de Google Maps se encuentran las distancias entre distintas ciudades del Ecuador. El problema consiste en: dada la red vial con sus distintas distancias, ¿cuál es la ruta más corta que sale y regresa a Cuenca y pasa por todas las demás ciudades? Con la ayuda de GeoGebra se realizó una simulación que suma el valor de las distancias al dar clic sobre la casilla de control respectiva de la distancia.

Figura 6.

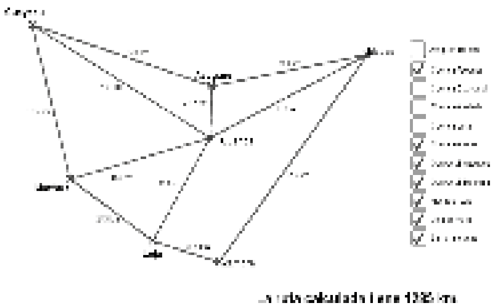

Figura 6. Tomada de "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

Conclusiones

A través de la lectura de textos especializados y de la revisión histórica de la teoría de grafos se puede concluir que esta teoría resulta de gran ayuda en la visión espacial y en el desarrollo del pensamiento abstracto, contribuyendo significativamente en la generación de procesos de modelización matemática desde un enfoque educativo.

La teoría de grafos es de gran importancia en Matemáticas, pues se articula con varias ramas del conocimiento y representa una forma sencilla y elegante de abordar datos y/o problemas, tales como: rutas de transporte, relaciones sociales, inteligencia artificial (redes neuronales), etc. Además, el software GeoGebra representa una gran ayuda para el docente ya que potencializa las actividades de enseñanza-aprendizaje y permite dinamizar la clase y captar la atención del estudiantado.

Si bien en la actualidad la teoría de grafos no forma parte del currículo oficial del bachillerato ecuatoriano, es importante que tanto profesores como estudiantes la conozcan y dimensionen su gran conexión con el mundo real.

Referencias bibliográficas

Guallpa, P. y Sarmiento, C. (2015). Guía metodológica para docentes enfocada en el bloque de matemáticas discretas del segundo BGU *(Tesis de Licenciatura).* Universidad de Cuenca, Cuenca.

Johnsonbaugh, R. (2005). *Matemáticas Discretas.* México: Pearson Educación.

Iranzo, N., & Fortuny, J. (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del estudiantado. *Enseñanza de las ciencias,* 433-446. Obtenido de https://core.ac.uk/download/pdf/38989963.pdf

Lestón, P., & Veiga, D. (2004). *Funes: Repositorio Digital de Documentos en Educación Matemática.* Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/: http://funes.uniandes.edu.co/6366/1/LestonEstrategiasAlme2004.pdf

Lipschutz, S., & Lipson, M. (2009). *Matemáticas Discretas, Serie Schaum.* México: McGraw-Hill Interamericana Editores.

Moreno, E., & Ramírez, H. (2011). *Grafos: Fundamentos y algoritmos.* Chile: J. C. Sáez Editor.