



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN



**UNAE**

# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN**

**Carrera de:**

Educación Básica

Itinerario Académico en: Pedagogía de la Matemática

**Estrategia didáctica constructivista para la comprensión de polinomios en el noveno año de EGB de la Unidad Educativa “República del Ecuador”**

Trabajo de Integración Curricular  
previo a la obtención del título de  
Licenciados en la Ciencias de la  
Educación Básica

Autores:

Juan Carlos Sibri Sibri

CI: 0302479985

Marlon Javier Suquitana Alvarez

CI: 0302110135

**Azogues – Ecuador**



### **Resumen:**

El trabajo de campo de esta investigación se realizó en la Unidad Educativa “República del Ecuador” en la ciudad de Cuenca. En el cual, se detectó dificultades con la comprensión matemática en el tema de polinomios. Por lo que se planteó la pregunta de investigación: ¿Cómo contribuir a la comprensión matemática de polinomios, en los estudiantes del noveno año de EGB de la Unidad Educativa “República del Ecuador”? Para lo cual, el propósito principal fue “Diseñar una estrategia didáctica constructivista para mejorar la comprensión matemática en el tema polinomios en noveno año de EGB de la Unidad Educativa República del Ecuador”. Este proyecto se desarrolla con base en un enfoque cualitativo que tiene como finalidad recoger cualidades de los sujetos de investigación (estudiantes y docentes) y una orientación teórica enfocada en la resolución de problemas siguiendo los modelos de Van Hiele y las etapas del modelo de Polya en el proceso de enseñanza aprendizaje de los polinomios. En definitiva, se concluye que para desarrollar la comprensión matemática, los estudiantes deben enfrentarse a las dificultades que se presentan en los indicadores de comprensión como por ejemplo los problemas cotidianos en los contenidos de la asignatura de matemáticas.

**Palabras claves:** estrategia didáctica, resolución de problemas, polinomios, comprensión matemática, indicadores de comprensión.



### **Abstract:**

The field work of this research was carried out in the Educational Unit "República del Ecuador" in the city of Cuenca. In which, difficulties with mathematical understanding were detected on the subject of polynomials. Therefore, the research question was raised: How to contribute to the mathematical understanding of polynomials, in the students of the ninth year of EGB of the Educational Unit "República del Ecuador"? For which, the main purpose was "Design a strategy constructivist didactics to improve mathematical understanding on the subject of polynomials in the ninth year of EGB of the República del Ecuador Educational Unit. "This project is developed based on a qualitative approach that aims to collect qualities of the research subjects (students and teachers ) and a theoretical orientation focused on solving problems following the Van Hiele models and the stages of the Polya model in the teaching-learning process of polynomials. In short, it is concluded that to develop mathematical understanding, students must face to the difficulties that appear in the comprehension indicators such as the daily problems in the contents of the mathematics course.

Keywords: didactic strategy, problem solving, polynomials, mathematical comprehension, comprehension indicators.



## Índice del Trabajo

Resumen: .....	2
Abstract: .....	3
Índice de tablas .....	6
1. INTRODUCCIÓN.....	7
1.1. Planteamiento del problema .....	9
1.2. Justificación.....	10
1.3. Pregunta de Investigación.....	13
1.4. OBJETIVOS:.....	13
1.4.1. Objetivo General: .....	13
1.4.2. Objetivos Específicos:.....	13
2. Antecedentes .....	14
3. MARCO TEÓRICO .....	16
3.1. El proceso de enseñanza aprendizaje .....	16
3.1.1. Fundamentos filosóficos, epistemológicos, psicológicos, pedagógicos y didácticos. ....	16
3.2. Los procesos de enseñanza y aprendizaje según la teoría constructivista .....	19
3.3. El proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática .....	21
3.3.1. El proceso de enseñanza de la matemática.....	21
3.3.2. Particularidades de la enseñanza de las Matemáticas en el nivel superior de la EGB en el sistema educativo ecuatoriano .....	22
3.3.3. Los recursos didácticos en la enseñanza de las Matemáticas .....	24
3.3.4. El proceso de aprendizaje de la matemática .....	24
3.3.5. Principales corrientes del aprendizaje de la matemática .....	26
3.4. La comprensión matemática. ....	29
3.5. El papel de los recursos didácticos manipulativos en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática. ....	31
3.6. El proceso de enseñanza - aprendizaje de los polinomios .....	32



3.6.1.	Particularidades del PEA en EGB Superior del sistema educativo ecuatoriano .....	32
3.6.2.	Particularidades del proceso de enseñanza – aprendizaje de los polinomios. ....	33
3.6.3.	Los recursos didácticos en la enseñanza de los polinomios. ....	34
3.6.4.	Uso de material concreto didáctico en el PEA de los polinomios. ....	35
3.6.5.	La comprensión matemática durante el PEA de los polinomios.....	36
3.6.6.	Modelo de Polya. ....	43
4.	MARCO METODOLÓGICO .....	45
4.1.	Caracterización del tipo de investigación, enfoque metodológico, métodos, técnicas e instrumentos empleados. ....	45
4.2.	Operacionalización de conceptos .....	48
4.3.	Población y muestra.....	60
4.4.	Resultados obtenidos en el diagnóstico inicial.....	60
4.4.1.	Resultados obtenidos en de la observación mediante los diarios de campo. ....	60
4.4.2.	Resultados obtenidos de la encuesta. ....	61
4.4.3.	Resultados de la guía de observación .....	63
4.4.4.	Análisis documental acerca de los resultados obtenidos por el INEVAL, TERCE Y PISA.....	64
4.5.	Triangulación de la información.....	69
5.	PROPUESTA.....	70
5.1.	Introducción.....	70
5.2.	Objetivo general.....	72
5.3.	Objetivos específicos.....	72
5.4.	Descripción de la propuesta.....	73
5.4.1.	Comprensión matemática .....	73
5.4.2.	Uso de material didáctico en la actualidad .....	74
5.4.3.	Beneficios de la utilización de material didáctico.....	75
5.5.	Descripción del material didáctico .....	75
5.5.1.	Caja de polinomios.....	75
5.5.2.	Circunferencias de polinomios.....	76
5.5.3.	Ábaco para la división de polinomios.....	76



5.6. Contenidos y DCD .....	77
5.6.1. Caracterización del bloque 2 de Algebra y funciones.....	78
5.6.2. Evaluaciones.....	80
5.7. Diseño de la estrategia didáctica .....	81
5.7.1. Preámbulo o activación de conocimientos previos.....	82
5.8. Planificaciones de unidad didáctica .....	83
5.8.1. Relación de las planificaciones con los modelos de Van Hiele y Polya .....	83
6. CONCLUSIONES.....	112
7. RECOMENDACIONES:.....	113
8. Bibliografía.....	114
9. ANEXOS.....	129

### Índice de gráficos

<i>Gráfico 1: el gráfico 1 muestra los estratos en el modelo de Pirie y Kieren .....</i>	28
<i>Gráfico 2: el gráfico dos muestra el mapa de los contenidos del bloque 2.....</i>	78
<i>Gráfico 3: el gráfico tres muestra el mapa de contenidos de las expresiones algebraicas. ....</i>	83

### Índice de tablas

Tabla1. ....	48
Operacionalización de la variable .....	48



## 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación se realiza en el marco del proceso formativo de docentes de Educación General Básica con itinerario en Matemática de la Universidad Nacional de Educación (UNAE). Este proyecto surge en el contexto de las prácticas pre profesionales realizadas en la Unidad Educativa “República del Ecuador” en noveno año de Educación General Básica (EGB) del lectivo 2019 - 2020. En correspondencia a lo dicho, el trabajo se enmarca en la línea de investigación “Didáctica de las materias curriculares y la práctica pedagógica”; puesto que, la propuesta se basa en el diseño de material didáctico para facilitar la comprensión matemática en el tema de polinomios.

A continuación, se contextualiza la institución donde se desarrolló el presente proyecto; en este sentido, la Unidad Educativa “República del Ecuador” está ubicada en la parroquia San Sebastián de la ciudad de Cuenca, dentro de la provincia del Azuay; la escuela se encuentra en la avenida 3 de noviembre y Pío XII. Según el Ministerio de Educación pertenece a la zona 6 con el distrito educativo 01D02, en el circuito 08 - 09; la institución educativa funciona en dos jornadas: matutina y vespertina en la modalidad presencial. El tipo de sostenimiento es fiscal y cuenta con una oferta educativa en Educación General Básica y Bachillerato General Unificado, además, existen cinco autoridades, cincuenta y ocho (58) docentes y tres administrativos. También, el número de estudiantes es de: 892 hombres y 568 mujeres, dando un total de 1460



estudiantes; en el noveno año de EGB existen 29 hombres y 5 mujeres dando un total de 34 estudiantes.

Por consiguiente, el Proyecto Curricular Institucional (PCI) menciona que “el conocimiento es una construcción que parte de la práctica y se va ampliando de acuerdo a los centros de interés que nacen de las necesidades de los educandos” (PCI - UERE, 2018, p. 4). De igual modo, el modelo pedagógico sustentado en este documento de la institución, está fundamentado en el constructivismo que “está centrado en la persona, en sus experiencias previas de las que realiza nuevas construcciones mentales” (PCI - UERE, 2018, p. 4).

También, en el PCI (2018) aparecen cinco ejes como son: enseñanza para la comprensión, trabajo colaborativo, conocimiento generador, rol del docente y rol de los padres o representantes. Además, se nombran a autores clásicos como Piaget, Vygotsky y Ausubel quienes destacan tres aspectos. Primero, el sujeto interactúa con el objeto; segundo, cuando el sujeto interactúa con otros sujetos u objetos y tercero, la interacción es significativa para el sujeto.

En este contexto, se ha revisado la última actualización curricular (2016) donde se prioriza una enseñanza constructivista con el uso de estrategias innovadoras para contribuir con el aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de matemática. Además, en la práctica pre profesional desarrollada en la institución educativa, por medio de la observación participante se evidencia una enseñanza conductista. Es decir, el estudiante se mantiene como sujeto pasivo del proceso de enseñanza aprendizaje.



Siguiendo la misma línea, la perspectiva del Currículo Nacional 2016 en el área de matemática, plantea una visión pedagógica en la organización del proceso de enseñanza – aprendizaje, que favorecen la metacognición en la comprensión y resolución de problemas; este proceso implica exploración de posibles soluciones, relaciones con la realidad del estudiante, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas; la comprensión y resolución de problemas debe ser la base para lograr un aprendizaje significativo en la matemática; pues, los estudiantes debe ser los protagonistas de plantear, explorar y resolver problemas que saquen su máximo potencial (Currículo Nacional, 2016, p. 364).

En este sentido, en la Unidad Educativa “República del Ecuador” se han encontrado recursos que podrían ser aprovechados; como el laboratorio de computación (con conexión a internet) que, los docentes utilizan para el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática. Sin embargo, el laboratorio en ocasiones es empleado para fines no educativos por parte de los estudiantes, por ejemplo, hacen uso de esta herramienta para juegos virtuales. Además, la institución cuenta con una biblioteca para el desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje. No obstante, las sesiones de clases se han ejecutado, la mayoría de veces, en el aula sin utilizar los recursos disponibles que brinda la escuela. Las herramientas mencionadas (laboratorio y biblioteca) pueden convertirse en fortalezas, siempre y cuando, sean empleadas adecuadamente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

### **1.1. Planteamiento del problema**



Los estudiantes del noveno año de EGB presentan dificultades en el desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño correspondientes a la comprensión matemática de polinomios del bloque dos. Específicamente, en la definición, reconocimiento y también en la ejemplificación de problemas con polinomios. Otro aspecto a mencionar es que, los trabajos o tareas escolares se realizan individualmente sin prestar importancia al trabajo cooperativo (grupos de trabajo); por lo que, existe poca comunicación entre los estudiantes dentro del aula y no comparten sus conocimientos, quedando así, vacíos que impiden una correcta comprensión del tema de polinomios.

Por consiguiente, los estudiantes se limitan a la memorización de fórmulas y propiedades de adición, sustracción, multiplicación y división algebraicas de polinomios; dejando de lado la importancia que tiene la comprensión del problema para su posterior planteamiento y resolución. Por otra parte, la comprensión de polinomios es importante para solucionar problemas que se presenten en la vida real, es decir no solo dentro del aula sino también fuera de ella. Y también, para que no queden vacíos referentes a este tema y más adelante puedan resolver este tipo de ejercicios sin mayor inconveniente. La dificultad presentada es respaldada mediante las observaciones realizadas en las clases de Matemática mediante los diarios de campo, una guía de observación y también en las respuestas obtenidas, por parte de los estudiantes, en una encuesta (instrumentos implementados durante las prácticas pre profesionales).

## **1.2. Justificación**



El proyecto que se presenta nace de la práctica pre profesional realizada en la Unidad Educativa “República del Ecuador” en el aula de 9no de EGB. En este sentido, la propuesta se basa en la comprensión matemática de las destrezas en el tema de polinomios a través de los modelos de Polya y Van Hiele. Debido a que en la edad que se encuentran los estudiantes de noveno no se utiliza este tipo de modelos como una manera diferente e interesante para el aprendizaje de los polinomios, pues el proceso de enseñanza – aprendizaje se lleva a cabo mediante clases magistrales con el uso de pizarrón o monitores, en los que, los estudiantes no son protagonistas en su propio aprendizaje.

En este contexto, el modelo de los hermanos Van – Hiele consta de seis niveles: el nivel cero o pre descriptivo, el nivel uno de reconocimiento visual, el nivel dos de análisis, el nivel tres de clasificación o relación, nivel cuatro de deducción y el nivel cinco de rigor; mientras que el modelo de Polya consta de tres fases: comprensión de problemas matemáticos, planteamiento de problemas matemáticos y resolución de problemas matemáticos. Con estos modelos se pretende que los estudiantes alcancen la comprensión de polinomios y su posterior resolución.

Por otra parte, los docentes de la unidad educativa podrán hacer uso de la propuesta realizada que se fundamenta en enseñar y trabajar procesos de comprensión matemática bajo los modelos antes mencionados. En este sentido, el proceso de enseñanza debe cumplir con una revisión sistemática y rigurosa del diseño de la estrategia didáctica, que emplea el docente para cumplir sus objetivos y destrezas con criterios de desempeño del Currículo Nacional. Por este motivo, la estrategia didáctica debe guardar estrecha relación con los temas de enseñanza de la



matemática de polinomios en el noveno año de EGB. El constructivismo acompañado de un método activo de enseñanza - aprendizaje debe contribuir al docente a mejorar su desempeño pedagógico en el aula.

La aportación de la propuesta es desarrollar una guía didáctica para la comprensión matemática de polinomios del bloque dos de álgebra y funciones; para ello, se ha optado por el diseño de planificaciones de unidad didáctica. En este sentido, se han tomado en cuenta las destrezas con criterio de desempeño con sus respectivos contenidos; esta información se detalla en el apartado del diseño de la propuesta.

En una investigación realizada por (Salgado Gómez, 2014) en la institución educativa que lleva el nombre de Liceo “Los Álamos” en Quito, al aplicar entrevistas y encuestas sobre el uso de material didáctico en la matemática se encontraron resultados satisfactorios para esta actividad ya que el 93.4 % de una población de 15 estudiantes respondieron que el uso de material concreto en la clase de matemática es de suma importancia para generar conocimiento en esta asignatura. Además, (Salgado Gómez, 2014) afirma también, que a partir del juego, la manipulación de materiales y la investigación, el estudiante va a plantear nuevas relaciones, solucionar problemas e incorporar nuevos conocimientos y va a tomar responsabilidad de su aprendizaje.

Por eso es importante el uso de estrategias sobre todo con material concreto porque es así como se va formando estudiantes activos, estudiantes capaces de alcanzar un aprendizaje autónomo con el apoyo de su docente en el aula de clase así como de sus progenitores en sus



hogares. El desarrollo de estas estrategias educativas deberían estar presentes en todas las asignaturas pero se hace un poco más de énfasis en la asignatura de matemática ya que a lo largo de la historia se ha visto como una asignatura complicada para el estudiantado.

A continuación, se plantea la pregunta de investigación y los objetivos.

### **1.3. Pregunta de Investigación**

¿Cómo contribuir a la comprensión matemática de polinomios, en los estudiantes del noveno año de EGB de la UE “República del Ecuador”?

### **1.4. OBJETIVOS:**

#### **1.4.1. Objetivo General:**

❖ Diseñar una estrategia didáctica constructivista para mejorar la comprensión matemática en el tema polinomios en noveno año de EGB de la Unidad Educativa República del Ecuador.

#### **1.4.2. Objetivos Específicos:**

❖ Fundamentar teóricamente, mediante autores clásicos y contemporáneos, la construcción del marco teórico en referencia a la comprensión matemática.

❖ Diagnosticar las fortalezas y debilidades que poseen los estudiantes de noveno año de EGB relativas a la comprensión en el tema de polinomios.



❖ Elaborar una estrategia didáctica para contribuir con el desarrollo de la comprensión matemática en el tema de polinomios en noveno año de EGB de la Unidad Educativa República del Ecuador.

## 2. Antecedentes

La presente investigación se basa en el marco de innovación, para la cual se investigará sobre el método Poyla y Van Hiele para la resolución de polinomios enfocada en la comprensión por lo que se ha realizado un análisis de investigaciones en los últimos 10 años, de cómo se ha trabajado el método de Poyla y el Método Van Hiele en la resolución de polinomios, por lo que se ha encontrado de que el primer método es para la resolución de problemas matemáticos.

La primera investigación corresponde a los investigadores Rodríguez López y Yangali Vicente (2016) en la *Aplicación del método POLYA para mejorar el rendimiento académico de matemática en los estudiantes de secundaria*, el cual presentan como problema el bajo rendimiento académico a nivel local en Perú y que al utilizar este método en su investigación alcanzó el incremento del 67,46% evidenciado la efectividad de este.

Otros investigadores como Mieles y Motero (2012) trabajan en la resolución de problemas matemáticos para el razonamiento de su población en función de identificar en los problemas las operaciones o procedimientos que deben realizar para obtener la respuesta. Esto



permite que los participantes trabajen con los pasos iniciales del método el cual trabaja la comprensión del problema.

También, se ha trabajado el método mediante estrategias didácticas para la resolución de problemas mediante la comprensión teniendo en cuenta que la población presenta dificultades al analizar los datos de los problemas, por lo que la estrategia de los investigadores Meneses y Peñaloza (2017) se encuentra diseñada en una guía didáctica de forma secuencial con la finalidad de abordar cada uno de los pasos del método, de esta forma se da herramientas a la población de la investigación para interpretar los problemas matemáticos y mejorar sus competencias.

El alcance que han tenido estas investigaciones son de gran relevancia debido a los resultados obtenidos y guía para este proyecto con este método que se fundamenta en una sucesión de pasos que parten comenzando en la comprensión del problema hasta la evaluación de los procedimientos empleados en la resolución de un problema matemático.

El segundo método es de Van Hiele, el cual los investigadores han trabajado en la resolución de ecuaciones y para el teorema de Pitágoras en estudiantes de básica superior. Este permite el desarrollo del razonamiento y pensamiento que son necesarios para la comprensión.

El investigador Bedoya Castrillón (2017) trabajo el método para la resolución de ecuaciones lineales mediante un diseño de material concreto, de esta forma el álgebra será ejemplificada mediante la noción de su estructura permitiendo así que las matemáticas para los estudiantes dejen de ser abstractas.



La investigadora Moreno (2019), utiliza el método para la enseñanza de Pitágoras planteándose así una serie de actividades de aprendizaje relacionadas con experiencias de la vida cotidiana que despierten curiosidad en el estudiante y promueve el uso de material concreto y el aprendizaje basado en problemas de esta forma permite ampliar un pensamiento autónomo, potenciar habilidades, y desarrollar competencias desde el razonamiento matemático de su población estudiada.

Los antecedentes mencionados sobre el método de Polya y el modelo de Van Hiele, aportan en gran medida a la presente investigación ya que han sido utilizados en el área de matemáticas dando resultados positivos; y particularmente el antecedente que brinda Meneces y Peñaloza, ya que, este proyecto es similar a su investigación, puesto que, también se trabaja la comprensión matemática y se usa una estrategia didáctica para fomentar la comprensión. En sí, están investigaciones sirven como un punto de partida positivo para el desarrollo de la investigación.

### **3. MARCO TEÓRICO**

#### **3.1. El proceso de enseñanza aprendizaje**

##### **3.1.1. Fundamentos filosóficos, epistemológicos, psicológicos, pedagógicos y didácticos.**

Esta investigación se fundamenta en las teorías del aprendizaje desde las perspectivas de Vygotsky, Piaget, Bandura y Bruner; las cuales son indispensables para la comprensión y teorización de la práctica pedagógica en la enseñanza aprendizaje de la



matemática. En este sentido, Vielma y Salas (2000) mencionan que “son las bases para la construcción del (...), modelo básico a ser considerados cuando se estructuran los nuevos diseños curriculares y las estrategias metodológicas de la enseñanza” (p. 31). Por eso, se realizará una revisión de los postulados e interpretaciones sobre la comprensión del desarrollo humano y su interrelación con los factores de la vida cotidiana. Además, la investigación de este proyecto se posiciona en base a los postulados de estas teorías del aprendizaje.

Sobre lo expuesto anteriormente, Vygotsky (1962) propone un paradigma basado en la comprensión desarrollo humano, pues, el proceso de producción socio - cultural depende del contenido, desarrollo de la personalidad y la concepción del mundo. Es así que, la enseñanza - aprendizaje debe contemplar el contexto socio - cultural de los aprendices y sus particularidades culturales, sociales y políticas; este proceso debe ser guiado por un docente reflexivo y crítico de la práctica pedagógica. El docente será el encargado de guiar los procesos cognitivos de comprensión en el estudiante; para crear algo que pueda ser conocido por él sin ninguna ayuda externa, es decir, desde su motivación intrínseca. En definitiva, según Vygotsky (1962) “el desarrollo es producto de las interacciones que se establecen entre la persona que aprende y los otros individuos mediadores de la cultura”.

En el proceso de comprensión del desarrollo humano están las etapas evolutivas de Piaget, donde se propone un paradigma centrado en el micro nivel del niño, es decir, de la interacción con personas de su mismo entorno. De allí, Piaget (1990) propone una teoría fundamentada en las estructuras mentales, “las cuales organizó en categorías denominadas sensorio motrices, pre



operacionales, concretas y abstractas, dependen de un ambiente social apropiado e indispensable para que las potencialidades del sistema nervioso se desarrollen” (p. 33). De lo dicho, la comprensión matemática depende de la pre - práctica social, reflexión - crítica y el desarrollo de las estructuras mentales del sujeto, es por eso, que Piaget (1990) postula que “los esquemas operativos que posibilitan que el individuo construya y mecanice operaciones y a partir de allí, cree nuevos esquemas; y que la familia o la escuela pueden ayudar a fortalecerlos” (p. 104).

Bandura propone un paradigma basado en la comprensión del desarrollo humano, desde contextos sociales por medio de desequilibrios cognitivos reales y simbólicos; es decir, el proceso de enseñanza debe partir de situaciones de la vida cotidiana. En ese sentido, el docente es el medio por el cual el educando maneja sus procesos cognitivos y crea nuevos esquemas de comprensión de la matemática de polinomios; es así, que Bandura (1987) postuló que “el modelo no solo es un importante vehículo para la difusión de las ideas, valores y estilos de conducta dentro de una sociedad, sino que también posee una influencia generalizada en los cambios transculturales” (p. 42). En su postulado, el término modelo es el docente o algo que crea desequilibrios cognitivos en el sujeto; por lo que, el docente diseña los instrumentos o medios para la comprensión matemática de polinomios.

Finalmente, Bruner (1975) sustentó un paradigma sobre el proceso de comprensión del desarrollo humano por diferentes etapas del modelo mental - abstracto; el cual, se da por medio de material concreto, gráfico y simbólico; herramientas tecnológicas para la comprensión de polinomios, que evolucionan ascendentemente con el desarrollo y necesidades del contexto



social internacional y local. De lo anterior, Bruner (1975) conceptualiza el constructivismo simbólico, se menciona que “la actividad constructivista no implica la elaboración de la realidad de una forma única, ya que en la misma interviene el pluralismo cultural y no puede ser separado del contexto de aprendizaje” (p. 36). En conclusión, el proceso de conocer y comprender la realidad está relacionado con las intenciones o acciones que realice el docente, para crear interpretaciones narrativa y simbólica del lenguaje cotidiano, luego producir un lenguaje que permita a los sujetos comunicarse por medio de símbolos o expresiones algebraicas acordados entre ellos (Arcila, Mendoza, Jaramillo, Cañón, 2010).

### **3.2.Los procesos de enseñanza y aprendizaje según la teoría constructivista**

El desarrollo de la presente investigación se basa en una teoría constructivista, en sí, esta teoría “concibe el conocimiento como una construcción propia del sujeto que se va produciendo día a día, resultado de la interacción de factores cognitivos y sociales” (Saldarriaga Zambrano, Bravo Cedeño & Loo Rivadeneira, 2016, p. 130). Es decir que con respecto a esta teoría el estudiante genera sus conocimientos partiendo desde lo que ya sabe y también en base a la interacción con sus compañeros y docentes; transformando la manera pasiva en la que reciben sus clases por una manera activa en la que se evidencia la atención y por ende la comprensión.

En este sentido, Vygotsky plantea la teoría constructivista de la zona de desarrollo próximo (ZDP en adelante); pero antes, se tiene que entender el desarrollo psíquico actual y el potencial; primero, el desarrollo psíquico actual es el conjunto de conocimientos y habilidades algebraicas en el manejo del álgebra de los polinomios y de sus casos de factorización sin la ayuda de



un guía pedagógico o tutor. Segundo, el desarrollo potencial es el conjunto de destrezas o habilidades del álgebra de polinomios que el sujeto tendrá que superar, este proceso de adquisición de destrezas las realizará con un guía pedagógico. Entonces, la zona de desarrollo próximo se define entre el límite mínimo de aprendizajes o desarrollo psíquico actual y su máximo límite, este último, son las destrezas o habilidades que el estudiante deberá desarrollar para la comprensión y resolución de polinomios; todo esto, nos lleva a desarrollar un proceso de andamiaje entre el docente y el estudiante de los contenidos del álgebra de polinomios.

Puesto que “el problema de la construcción del conocimiento es uno de los más misteriosos y enigmáticos que se le plantean al ser humano” (Delval, 2001, p. 354), es necesario rodearlo de recursos didácticos para que construya su conocimiento dentro de los entornos en los que convive (aula de clase, hogar). De esta manera se desarrollará en los estudiantes un apego hacia la asignatura de Matemática; haciéndola ver como una asignatura fácil de comprender gracias a diversos recursos disponibles, que mantienen al estudiante activo durante su aprendizaje. En la teoría de Vygotsky y sobre todo en el área de Matemática, el papel del docente es importante “para el diseño de programas y planes de estudio, en la gestión de nuevas formas de aprender, y en la asesoría para que los alumnos desarrollen todo su potencial humano en el trabajo individual y colectivo” (Cerezo Bautista & Hernández Álvarez, 2008, p. 68).

Entendiendo al docente como un individuo capaz de interactuar dinámicamente con los estudiantes; compartiendo medios para que los estudiantes desarrollen el proceso de enseñanza - aprendizaje de manera individual como colectiva, así como mencionan los autores.



Al utilizar el constructivismo en el ámbito educativo se logran grandes cambios en los estudiantes como en la asignatura de Matemática, ya que es una nueva perspectiva de aprendizaje con enfoque en el estudiante, haciendo que él se dé cuenta de lo que aprende y cómo lo aprende. En el caso de los polinomios, la teoría constructivista aporta grandes cambios pasando de una enseñanza verbal a una enseñanza interactiva, dándole al estudiante la importancia y el protagonismo que se merece, pasando de ser oyentes a constructores de su propio conocimiento. Además, dentro de la perspectiva constructivista, el docente debe diseñar una estrategia de enseñanza – aprendizaje desarrollando la comprensión matemática de polinomios, también observando las dimensiones e indicadores de cada una de las teorías de la comprensión matemática como son: las del modelo de Van – Hiele y del modelo de Polya.

### **3.3. El proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática**

#### **3.3.1. El proceso de enseñanza de la matemática**

En un estudio realizado por Godino (2003) sobre los fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros, se señala que en la enseñanza de las matemáticas la mayoría de los docentes tienen una perspectiva constructivista del proceso de enseñanza. Además, la enseñanza de conceptos matemáticos no puede fundamentarse en un constructivismo estricto, es decir, no se puede avanzar con el desarrollo de las destrezas o habilidades sin estudiar ciertos postulados, teoremas y reglas matemáticas de los polinomios. En este contexto, las matemáticas se construyen desde conocimientos previos existentes de la historia del álgebra y funciones de los polinomios (Godino, 2003).



Otro estudio de Gil (2008) sobre los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas mencionan que “la enseñanza debe adaptarse al alumno, y no al revés” (p. 95). Por lo que, el proceso de enseñanza debe tener como centro el estudiante y el docente como guía de cada uno de los procesos para facilitar el uso de estrategias y herramientas adecuadas para la comprensión. Por lo tanto, la enseñanza depende exclusivamente del tutor o mediador entre el estudiante y las destrezas.

### **3.3.2. Particularidades de la enseñanza de las Matemáticas en el nivel superior de la EGB en el sistema educativo ecuatoriano**

Seguido, es necesario una observación del Currículo Nacional de Matemática, siendo este documento el proyecto macro de educación del Ecuador del año 2016.

Currículo Nacional en la Enseñanza – Aprendizaje de la matemática es el rumbo a seguir del proyecto educativo de un país, tiene que promover el desarrollo de destrezas y habilidades de todos los miembros de las instituciones educativas del país; en este documento macro educativo se escriben las acciones u orientaciones para alcanzar el perfil de salida desea del estudiantado de una nación; el currículo tiene que estar adaptado a las necesidades de aprendizaje de los diferentes contextos educativo de cada institución educativa según sea su cultura y ubicación territorial; en este sentido, el docente debe asegurar de crear las condiciones de ambientes de aprendizaje que garantizan procesos de enseñanza – aprendizaje de calidad (Currículo Nacional, 2016). En fin, el Currículo informa a los docentes sobre las metas a conseguir y orientaciones



metodológicas para conseguir el perfil de salida del año o grado. Por lo que, se debe realizar una valoración del currículo.

Además, el Currículo Nacional, (2016) es flexible, es decir, se puede adaptar a las necesidades del contexto y educativas de los estudiantes. La formación integral del estudiante no debe limitarse solo al desarrollo de sus destrezas de pensamiento matemático; se hace necesario un punto de equilibrio entre la capacidad de razonar y valorar; el propósito fundamental es desarrollar las potencialidades de pensar, razonar, comunicar, aplicar y valorar las relaciones entre las ideas y las situaciones cotidianas del entorno; para ello, los estudiantes desarrollan un pensamiento reflexivo y lógico por medio de definiciones, teoremas y demostraciones que son esenciales para comprender y resolver problemas de la vida cotidiana (Currículo Nacional, 2016, p. 362).

Desde esta perspectiva del Currículo Nacional (2016) en el área de Matemática, se plantea una visión pedagógica en la organización del proceso de enseñanza – aprendizaje, que favorecen la metacognición en la resolución de problemas; este proceso implica exploración de posibles soluciones, relaciones con la realidad del estudiante, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas; la resolución de problemas debe ser la base para lograr la comprensión matemática en la asignatura del mismo nombre (matemáticas). Pues, los estudiantes debe ser los protagonistas de plantear, explorar y resolver problemas con el fin de desarrollar sus habilidades y destrezas; mediante la utilización de recursos concretos, gráficos y simbólicos. (Currículo Nacional, 2016, p. 364).



### **3.3.3. Los recursos didácticos en la enseñanza de las Matemáticas**

Autores como, Cantoral y Farfán (citados en Aragón et al., 2009) definen a los recursos didácticos como los medios para ejemplificar los contenidos matemáticos, por lo que, los materiales didácticos son de utilidad para comprender nuevas habilidades en el área de la matemática. Además, para Delval (2001) los recursos didácticos de aprendizaje realizan una sistematización de los procesos cognitivos en forma concreta, gráfica y simbólica (representaciones semióticas) para que el educando tenga acceso al nuevo conocimiento o comprensión de la asignatura.

Los recursos didácticos son un conjunto de elementos que favorece la adquisición de destrezas, además, el docente debe seleccionar cada uno de ellos de acuerdo al nivel de comprensión de los educandos. En el estudio de la Universidad Abierta Para Adultos – UAPA (2017) los recursos didácticos de aprendizaje no tomarían un valor significativo el en proceso de enseñanza y aprendizaje, si no son integrados en una secuencia didáctica y que sea compatible con los amplios contextos de cada estudiante. Además, los recursos didácticos prestan su apoyo a las destrezas, los objetivos curriculares, planes de unidad didáctica, actividades de aprendizaje y evaluación.

### **3.3.4. El proceso de aprendizaje de la matemática**

En una investigación realizada por Equipo Cultural y Carreño (2008) sobre las metodologías del aprendizaje, se menciona que el aprendizaje es un conjunto de procesos concretos y cognitivos que tiene una relación directa con los cambios de comportamiento que



son el resultado de la experiencia de la interacción con objetos didácticos. Además, el aprendizaje refleja tres componentes (Carreño, 2008, p. 13): a) el aprendizaje refleja un cambio en la posibilidad de aparición de una conducta, pero no implica que necesariamente la vayamos a realizar; b) los cambios que el aprendizaje produce sobre el comportamiento no siempre son permanentes; y c) los cambios en las conductas pueden deberse a otros procesos diferentes del aprendizaje.

También, Mayer (citado en Carreño, 2008) hace ver un cambio de los paradigmas del aprendizaje que se encuentran divididos en tres etapas:

- a. *Aprendizaje como adquisición de resultados*, está representado por la perspectiva conductista donde el educando es simplemente un receptor de información; mientras que el docente toma posesión como centro del proceso educativo.
- b. *Aprendizaje como adquisición de conocimientos*, se toma las riendas del cognitivismo donde el alumno es un procesador de la información, es decir, el estudiante es toma posesión del proceso de aprendizaje y el docente entrega información para ayudar en la comprensión de las destrezas.
- c. *Aprendizaje como construcción de conocimientos*, este es un paradigma constructivista donde el alumno es activo, creativo, autodidacta y control su aprendizaje. En este sentido, el estudiante conoce sus propios procesos concretos y cognitivos, por lo que, es capaz de construir conocimiento con sus experiencias previas. Mientras que, el



docente debe diseñar e instruir al alumno a utilizar estrategias de aprendizaje en correlación con la destreza con la que se enfrenta.

En esta investigación tomaremos posesión del aprendizaje como construcción de conocimientos, ya que, el estudiante debe tener un papel activo, creativo, autodidacta y control de su aprendizaje. Por lo tanto, el estudiante podrá desarrollar una destreza y desarrollar procesos de comprensión de orden superior y no quedarse solo con sus conocimientos previos.

### **3.3.5. Principales corrientes del aprendizaje de la matemática**

En el contexto de la educación matemática Londoño (2017) realizó un “estudio comparativo entre el modelo de Van – Hiele y la teoría de Pirie y Kieren (...) para la comprensión de conceptos matemáticos”. En este contexto, el modelo de Van – Hiele surgen de la teoría del aprendizaje de Jean Piaget y del interés para la enseñanza de la geometría. Es así que mientras el niño no sea capaz de reflexionar sobre su propia actividad, el nivel alto se mantiene inaccesible. El nivel alto de operación puede entonces pensarse como un algoritmo, aunque con una consecuencia de poca duración.

Sobre esta base, se enuncian los cinco niveles para el proceso de comprensión de aprendizaje del estudiante, como son: el nivel cero o pre descriptivo, el nivel I es de reconocimiento o visual, el nivel II es de análisis, el nivel III es de clasificación y relación, y el nivel IV es deducción, (Llorens, citado en Llorens y Prat, 2015). También, se realiza una guía docente de cinco fases para la construcción de secuencias didácticas en el proceso de comprensión, de un nivel  $n - 1$  hasta el nivel  $n$ ; las fases son: fase I es la información, fase II es la

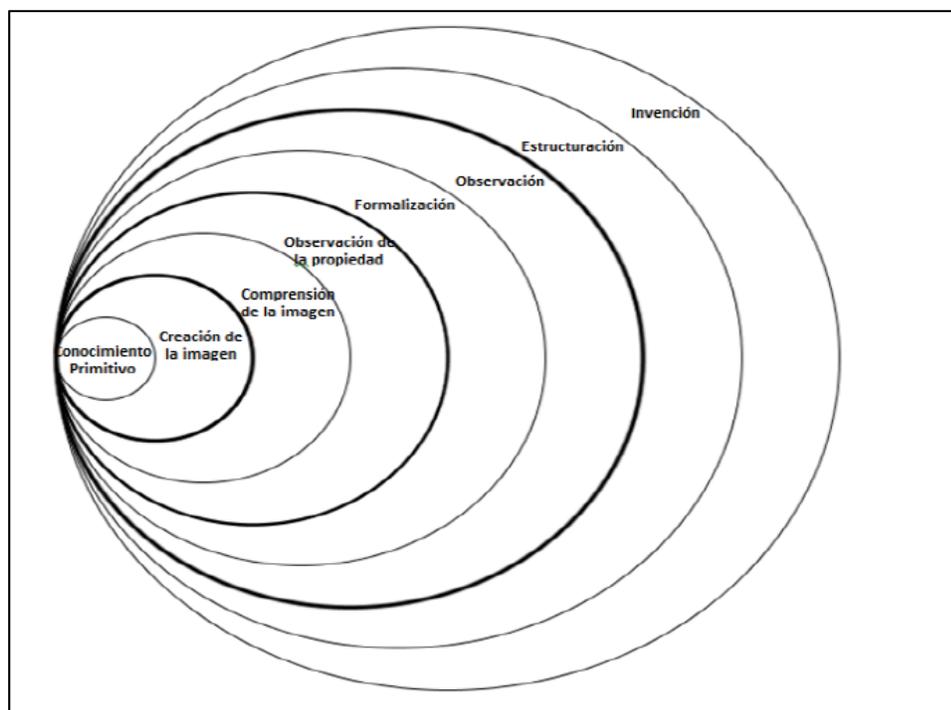


orientación dirigida, fase III es la explicitación, fase IV es la orientación libre y la fase V es la integración (Jaime y Gutiérrez, 1990). Más adelante se profundizará en los niveles y las fases del modelo de Van – Hiele.

Por otro lado, la teoría de Pirie y Kieren parte desde la perspectiva constructivista de la concepción de comprensión de Glasersfeld, se partió del postulado “el organismo de la experiencia se convierte en un constructor de estructuras comunicativas” (Glasersfeld, citado en Londoño, 2017), en base a esto, se construye una estructura para el desarrollo de la comprensión. También, la teoría se conoce como la relatividad de la comprensión por su carácter fractal o secuenciado, que comprende ocho niveles: nivel I es el conocimiento primitivo, nivel II es la creación de imagen, nivel III es la comprensión de la imagen, nivel IV es la observación de la propiedad, nivel V es la formalización, nivel VI es la observación, nivel VII es la estructuración y nivel VIII es la invención (Meel, 2003). De estos niveles, se postula lo siguiente:

“El último rasgo de la teoría que aquí, queremos mencionar, es la de la estructura dentro de los mismos niveles. Más allá del primitive knowing cada nivel se compone de una complementariedad de acción y expresión y que cada uno de estos aspectos de la evolución de la comprensión es necesario, antes de moverse desde cualquier nivel” (Pirie y Kieren, citados en Londoño, 2017)

A continuación, se presenta una figura de los estratos del modelo de Pirie y Kieren (Meels, 2003), en esta representación se observa la graduación de cada uno de los niveles dentro de su órbita; además, cada nivel n este compuesto por un subnivel.



*Gráfico 1:* el gráfico 1 muestra los estratos en el modelo de Pirie y Kieren

Fuente: Sibri y Suquitana, 2020, mediante las ideas de Londoño, 2019

Más adelante se profundizará en la descripción de cada dimensión con sus respectivos indicadores desde las perspectivas de la educación matemática en el contexto de las ciencias y el modelo de van – Hiele; el modelo de Pirie y Kieren no sería posible abordarlo por la complejidad



de cada uno de sus niveles de comprensión matemática que sirven para estudiantes de grados superiores.

### **3.4. La comprensión matemática.**

Como punto de inicio se dará una definición general de comprensión matemática para luego poder aproximarse a una descripción particular de comprensión de polinomios en el noveno grado de EGB.

En ese sentido, Brownell y Sims en 1946 (citados en Londoño, 2011, p. 11) expresaron que la palabra “comprensión” es un concepto complicado de establecer una definición clara y exacta; por lo que, postularon que “es muy difícil de encontrar o formular una definición técnicamente exacta de comprender o comprensión” (p. 11). Sin embargo, a continuación se exponen algunas definiciones textuales de varios autores de la educación matemática en lo referente a la comprensión matemática (citados en Londoño, 2011):

Brownell y Sims describen la comprensión como: (a) la capacidad de actuar, sentir o pensar de manera inteligente respecto a una situación; (b) varía respecto al grado de seguridad y finalización; (c) varía respecto a la situación problemática que se presenta; (d) necesita conectar las experiencias del mundo real y los símbolos inherentes; (e) necesita verbalizaciones, a pesar de que puedan contener significados menores; (f) desarrolla varias experiencias, en vez de la repetición de las mismas; (g) está influida por los métodos empleados por parte del maestro; y (h) es inferida por la observación de las acciones y las verbalizaciones (Brownell y Sims, citados en Londoño, 2011, p. 11).



Continuando con las definiciones, para Sinitsky (2003), la comprensión y resolución de problemas algebraicos debe verse (desde la perspectiva del docente) como una herramienta que permite acercar el álgebra al contexto en que se desenvuelve el estudiante, y no como un tema aislado al final de la unidad. En este sentido, el estudiante debe familiarizarse con sus recursos disponibles para él (álgebra, material concreto, tecnología, etc.), para que al momento del planteamiento de problemas éstos no se le dificulten y pueda resolverlos sin novedad alguna, despertando así la curiosidad y el interés por temas algebraicos.

Aunque, la realidad actual dentro del aula de clase es diferente ya que temas de álgebras son los que más se les dificulta a los estudiantes en las clases de matemáticas existen varias alternativas para desarrollar la comprensión de éstos temas, como por ejemplo, el aprendizaje autónomo que según varios estudiantes lo desarrollan después de clases, sin embargo, no es la única alternativa ni tampoco es suficiente trabajar con una, es necesario utilizar todas las alternativas posibles para cumplir con los objetivos trazados.

Además, Juan Amos Comenius el Padre la pedagogía en sus Postulados (citado en M. Rabecq, 1957) menciona que: “Las palabras sólo deben ser aprendidas y enseñadas en su asociación con las cosas (¿qué son las palabras sino el vestido o la envoltura de las cosas?)” y “cualquiera que sea la lengua que se enseñe a los alumnos, aun cuando se trate de su lengua materna, se deben mostrar siempre las cosas designadas por las palabras” (p. 6). En este sentido, Comenius quiere conducir a sus discípulos a no creer nada sin antes pensar y a no hacer nada sin juzgar. La educación tiene por finalidad ya no solamente la adquisición de conocimientos sino el



desarrollo de la personalidad, la formación del juicio y el despertar progresivo de la sensibilidad. Comenius se propone buscar y encontrar el método «que permita a los maestros enseñar menos y a los alumnos aprender más» (p. 6).

Además de los conceptos descritos, cabe mencionar que Skemp (citado en Meel, 2003, p. 226) realizó una categorización de la comprensión matemática en: la comprensión instrumental como tener reglas sin una razón, el sujeto realiza procesos mecánicos y no hace una reflexión crítica de su conocimiento, por lo que, no se plantea preguntas del ¿Cómo hacer?, y ¿Por qué tengo que aplicar ese procedimiento?.. Por otro lado, comprensión relacional como saber qué hacer y por qué se debe hacer, en este punto el estudiante debe saber utilizar un conocimiento primitivo para saber resolver y explicar sus procesos de comprensión de las destrezas. También, existe una tercera categoría denominado lógica y la cuarta es la simbólica, las cuales, no se profundizará en esta investigación.

### **3.5. El papel de los recursos didácticos manipulativos en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática.**

En el estudio de Barcenilla (2014) sobre materiales manipulativos en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, se toman las ideas de Comenius, las cuales consisten en utilizar objetos de la vida cotidiana o representaciones gráficas en las sesiones de clases. En este sentido, (Barcenilla, 2014) realizó una revolución educativa para el aprendizaje de las matemáticas, al diseñar tres tablas para: a) enseñar la aritmética; b) para la descomposición del cuadrado en partes iguales; y c) para explicar el sistema decimal.



También, según Decroly y Montessori (citados en Barcenilla, 2014) el aprendizaje debe partir de las interacciones de los sentidos cognitivos y concretos, partiendo de situaciones cotidianas para el desarrollo de una destreza o habilidad. Por su parte, Decroly utilizaba como recurso la observación analítica para construir aprendizajes significativos; mientras que, Montessori utilizaba materiales concretos del contexto de los estudiantes. Por lo tanto, los recursos didácticos manipulativos pueden ser utilizados según las perspectivas del docente y necesidades de los educandos.

Finalmente, los recursos didácticos son necesarios para el moldeamiento de la comprensión en el tema de polinomios. El docente debe comprender la utilidad de las herramientas didácticas en su planificación curricular. Además, los materiales didácticos manipulativos según Moyer (citado en Zúñiga, 2010) son “una representación visual de un objeto dinámico e interactivo, que representa oportunidades para la construcción del aprendizaje matemático” (p. 145).

### **3.6.El proceso de enseñanza - aprendizaje de los polinomios**

#### **3.6.1. Particularidades del PEA en EGB Superior del sistema educativo ecuatoriano**

Según el Currículo Nacional 2016 (...) “los objetivos y las destrezas deben estar encaminados hacia el aprendizaje y el desarrollo del individuo como ser humano y como ser social” (p. 362). En este sentido, la enseñanza de la matemática debe propiciar la capacidad de pensar, razonar, comunicar, aplicar y valorar las relaciones entre las ideas y los fenómenos



reales. Por ende, el proceso de enseñanza – aprendizaje está conectado con el desarrollo de la creatividad, la socialización, la comunicación, la observación, el descubrimiento de regularidades, la investigación y la solución de problemas cotidianos.

También, la matemática incrementa la capacidad del sujeto para razonar, abstraer, analizar, discrepar, decidir, sistematizar y resolver problemas; por lo que, los estudiantes pueden comprender las variadas situaciones que se presentan en la vida real desarrollando el pensamiento lógico y crítico. Además, el docente debe tener en cuenta tres aspectos en la organización de la enseñanza: a) resolución de problema, b) representación, c) comunicación, d) justificación, e) conexión y f) institucionalización (Currículo Nacional, 2016).

### **3.6.2. Particularidades del proceso de enseñanza – aprendizaje de los polinomios.**

Los polinomios están presentes en los primeros registros matemáticos, tomando como evidencia el cálculo de ceros y raíces de polinomios que forman parte de problemas más antiguos; mismos que se han encontrado al estudiar la matemática de civilizaciones antiguas, por ejemplo, Babilonia y Egipto. El trabajo de estas civilizaciones hizo que con el pasar del tiempo, griegos, árabes, europeos, chinos lograran avances para la resolución de problemas con polinomios, y gracias a ello hoy existen diferentes fórmulas para resolver este tema, sobre todo en el ámbito educativo (Mota & Arrieche, 2012).

Continuando con la historia, en el seno de algebraistas italianos del siglo XVI se desarrolló el estudio y resolución de ecuaciones polinomiales de grado tres y cuatro; estos descubrimientos



se mantenían en secreto con el afán de prevalecer y vencer a los adversarios en olimpiadas donde se planteaban problemas científicos (Ochoviet, 2014). En este sentido, El Álgebra de Bombelli es una obra escrita por algebristas italianos, después del debate entre Tartaglia - Ferrari; esta obra es importante no solo por lo innovador; sino que, se relaciona la geometría con el álgebra (Pastor y Babini, p. 27).

Complementando a la información redactada es necesario hablar del significado de un polinomio; “un polinomio es una expresión algebraica formada por la suma entre varios monomios (expresión de un solo término) comunes y no comunes” (Ministerio de Educación, 2016, p. 59). Además, estas expresiones pueden ser resueltas mediante las 4 operaciones básicas tales como: suma, resta, multiplicación y división. Con una previa explicación y por supuesto utilizando material didáctico para facilitar la comprensión de estas operaciones y posteriormente la resolución de ejercicios referentes al tema de los polinomios.

### **3.6.3. Los recursos didácticos en la enseñanza de los polinomios.**

Los recursos didácticos son medios para comprender un fenómeno complejo. En la enseñanza de polinomios uno de los principales recursos didácticos ha sido el Álgebra de Baldor, publicada por el matemático y profesor cubano Aurelio Baldor (Baldor, 2005). El libro tuvo su primera edición el 19 de julio de 1941 por la Editorial Cultura de La Habana (Baldor, 2005). En este sentido, en la enseñanza de los polinomios es necesario el uso de herramientas didácticas para relacionar aspectos en un lenguaje algebraico.



Es así, que en una publicación realizada por Villarroel y Mazo (2020) sobre la caja de polinomios y el método tradicional; se da a conocer a Oscar Fernando Soto creador del material didáctico antes mencionado. El objetivo fue “brindar a los maestros de la región una alternativa didáctica para enseñar operaciones básicas con polinomios y factorización” (Villarroel y Mazo, 2020, p.73). En este sentido, las herramientas didácticas son indispensables para guiar la enseñanza y el aprendizaje del proceso educativo del sujeto; puesto que, se puede descomponer una situación para analizar, interpretar, adaptar y transferir el conocimiento (Araujo – Oliveira, citado en Murillo, 2016).

#### **3.6.4. Uso de material concreto didáctico en el PEA de los polinomios.**

El uso de material didáctico para desarrollar el PEA es un punto positivo dentro de la educación matemática puesto que “no hay duda de la importancia didáctica de los materiales concretos que permiten ejemplificar conceptos matemáticos” (Gómez, 2000, p. 5). Es decir, es una forma de combinar lo teórico con lo práctico, ya que no solo se inclina a la comprensión mediante explicaciones del lenguaje, sino también a una comprensión dinámica a través de la elaboración y manipulación de objetos concretos. Este modelo de estrategia puede ser elaborado mediante recursos a los que el estudiante tiene acceso, sin la necesidad de comprarlos.

Este material permite que el estudiante mantenga su atención completa, puesto que, el material concreto “es todo instrumento, objeto o elemento que el maestro facilita en el aula de clases, con el fin de transmitir contenidos educativos desde la manipulación y experiencia” (Boggan & Harper, citados en Salgado, 2014, p. 13). Pero además también fomenta la repetición



permitiendo de esta manera que los educandos mantengan la concentración para posteriormente alcanzar el aprendizaje del tema que se está aprendiendo. Por otra parte, permite un aprendizaje autónomo y cooperativo.

### **3.6.5. La comprensión matemática durante el PEA de los polinomios.**

Es necesario realizar una sistematización de las perspectivas teóricas, que se enunciaron en el apartado de teorías educativas con perspectivas en la comprensión matemática, para establecer dimensiones y criterios para el objeto de estudio de la comprensión matemática de polinomios. En ese sentido, en la matemática en el contexto de las ciencias nos enfocaremos en la fase curricular, la fase de formación de profesores, la fase didáctica y la fase cognitiva.

Primero, la fase curricular parte de la premisa que el currículo de la matemática debe ser objetivo, es decir, fundado sobre evidencias e instrumentos de investigación objetivos (Camarena, 2009). En el cumplimiento de esta fase, se propone tres etapas: primero, la etapa central es el análisis de los contenidos de la matemática a nivel curricular y cotidiano en los correspondientes grados de la institución educativa; segundo, la etapa precedente es la delimitación y detección del nivel de destrezas con criterios de desempeño de carácter cognitivo actual del contenido anterior; y tercero, en la etapa consecuente se escogen las destrezas o habilidades para el proceso de enseñanza - aprendizaje de los nuevos contenidos (Camarena, 2009). De esta, manera se realizar una comprensión interdisciplinaria entre la matemática a nivel institucional y cotidiano con las demás asignaturas del currículo, por ende, el educando encontrará significado a la interrelación entre la matemática y las demás asignaturas.



Segundo, la fase de formación de profesores comprende el diseño de una carrera docente para los distintos requerimientos del sistema educativo nacional (Camarena, 2009); como es el caso de la Universidad Nacional de Educación, donde se forman docentes para Educación Básica, Educación Ciencias Experimentales, Educación Especial, Educación Inicial, Educación Intercultural Bilingüe, Pedagogía en las Artes y Humanidades, Pedagogía de los Idiomas Nacionales y Extranjeros (UNAE, Pregrado, 2020). Dentro de la malla curricular de formación docente del itinerario de la matemática se debe tomar en cuenta la comprensión del conocimiento científico de las teorías de enseñanza - aprendizaje, la didáctica de la enseñanza, el proceso histórico, político y social de la matemática, material didáctico y evaluación objetiva del proceso de enseñanza - aprendizaje.

Tercero, la fase didáctica contempla un proceso metodológico para comprensión y obtención de destrezas o habilidades profesionales, para ello, se debe desarrollar en tres etapas: presentar la estrategia didáctica de la matemática teniendo en cuenta circunstancias de la vida cotidiana, profesionales y laborales dependiendo del contexto del sujeto aprendiz en un ambiente de aprendizaje formado por tres estudiantes: líder académico, líder emocional y líder de trabajo; promocionar cursos extracurriculares partiendo de la problemática de la falta de contextualización de la matemática con otros campos del saber, a su vez, la comprensión del desarrollo de las destrezas del entendimiento de la interrelación de la ciencias potencian las habilidades motrices y cognitivas del sujeto; y realizar un taller integral e interdisciplinario con la finalidad de resolver problemas integradores para articular la matemática con otras



asignaturas, aquí, el docente debe tener competencias de interdisciplinariedad para articular y enseñar una matemática contextualizada con la vida real y académica de las asignaturas del currículo nacional (Camarena, 2009).

Cuarta, la fase cognitiva, el autor se sustenta en la perspectiva de la teoría de aprendizajes significativos de Ausubel, Novak y Hanesian (citados en Camarena, 2009) de allí, postula que “el estudiante debe transitar entre los registros aritmético, algebraico, analítico, visual y contextual para construir y asistirse del conocimiento” (p. 23). Por ende, el educando logra aprendizajes significativos interdisciplinarios y desarrolla procesos comprensión matemática articulados, por lo que, los problemas o proyectos educativos deben tener mutua correspondencia entre todas las asignaturas del Currículo Nacional (Camarena, 2009).

La matemática en el contexto de las ciencias parte del Currículo Nacional donde se contempla el proyecto de educación del país; aquí, se encuentran los perfiles de salida, los objetivos generales y específicos, las destrezas con criterios de desempeño, los contenidos y los criterios de desempeño y evaluación de cada asignatura. Por ende, la formación de docentes es indispensable para construir procesos educativos interdisciplinarios, a su vez, los alumnos construirán conocimientos sólidos, duraderos y de comprensión entre todo el universo circundante. Sin el cumplimiento de las dos fases anteriores, no es posible seguir con las tres fases siguientes.

Otra perspectiva que aporta con dimensiones y criterios de la comprensión o comprender es *el modelo de los Van – Hiele*, aquí se establecen cinco niveles por los cuales debe pasar el



educando para el desarrollo de la comprensión en el tema de polinomios. Además, plantean una guía docente de cinco fases para la construcción de secuencias didácticas para el trabajo de comprensión de las destrezas en el tema de polinomios (Londoño, 2017).

En correspondencia con lo anterior, los niveles son: primero, *el nivel pre descriptivo* (Nivel 0), el educando reconoce las figuras geométricas y las expresiones algebraicas en sus términos generales; de allí, deben aprender un vocabulario en cuanto a su definición, término, el grado de un término, las clases de términos, la clasificación de las expresiones algebraicas y valor numérico de expresiones simples y compuestas (Londoño, 2017). En este nivel, el educando no reconoce o explica las propiedades algebraicas, es decir, no identifican las propiedades con las figuras geométricas.

Segundo, el nivel *de reconocimiento o visual* (Nivel 1), el estudiante realizó un modelado de representación visual de un problema o enunciado de polinomios; Aquí, el sujeto reconoce y analiza las propiedades con las representaciones concretas de los problemas, pero no establece criterios de relación entre las propiedades y las figuras geométricas; esto lo realiza a través de experimentación y manipulación de material didáctico o de estudio (Londoño, 2017).

Tercero, el nivel *de análisis* (Nivel 2), el educando relaciona las figuras geométricas con sus propiedades mediante una representación pictórica o gráfica del modelado de un problema con polinomios (Londoño, 2017). En este nivel, los estudiantes establecen criterios de sus observaciones, pero aún no pueden llegar a establecer generalizaciones justificadas de su operacionalización con los polinomios.



Cuarto, el nivel *de clasificación y relación o deducción informal u orden*, el educando clasifica y relaciona a cada figura geométrica aplicando propiedades algebraicas de polinomios; es decir, el estudiante comprende y encuentra relaciones de las propiedades del algebra de polinomios, pero su razonamiento lógico se basa aún en criterios gráficos y no en deducciones algebraicas (Londoño, 2017). Es por eso, que en este nivel el sujeto no formula sus propios enunciados o teoremas de la comprensión de polinomios.

Quinto, el nivel de *deducción*, el aprendiz utiliza la representación simbólica para realizar deducciones y demostraciones lógicas y formales; además, se establece la necesidad de enunciar generalizaciones justificadas de teoremas con polinomios (Londoño, 2017). Aquí, el estudiante es capaz de resolver un problema algébrico desde enunciados o postulados distintos, pero también es capaz de proponer un ejercicio para ser resuelto.

Sexto, el nivel *de rigor*, el educando utiliza la representación simbólica del algebra de polinomios para analizar el grado de comprensión de cada uno de los problemas con polinomios; es decir, el sujeto puede realizar representaciones abstractas de los modelados de los problemas por medio de conjeturas, postulados y teoremas de comprensión matemática de polinomios (Londoño, 2017).

El modelo de los Van – Hiele propone sus cinco niveles de comprensión matemática, los cuales, se establece restricciones para el paso de un nivel  $n - 1$  a otro nivel  $n$ ; el sujeto no podría tomar el siguiente nivel sin haber pasado por un nivel anterior. En conclusión, cada uno de los niveles deben ser comprendidos y retroalimentados para continuar con un nivel superior.



Además, se realiza una *guía docente de cinco fases* para la construcción de secuencias didácticas en el proceso de comprensión, de un nivel  $n - 1$  hasta el nivel  $n$ . “Las fases constituyen un esquema para organizar la enseñanza” (Esteban, Vasco y Bedoya, citados en Prat, 2015, p. 17).

Las fases son:

Fase I: *la información o indagación*, en este nivel el tutor por medio de instrumentos de evaluación diagnóstica en base a dimensiones e indicadores de la comprensión destrezas en el tema de polinomios. Por este medio, el docente podría detectar el nivel de comprensión en polinomios de forma individual y grupal de los educandos. En esta primera zona, el estudiante resolverá un cuestionario o actividades, pero esta evaluación inicial no tiene que afectar en las notas de los educandos; pues, esto servirá para plantear propuestas y planificar actividades de acuerdo al nivel de cada estudiante (Prat, 2015).

Fase II: *la orientación dirigida*, después de haber hecho una indagación previa de los niveles de comprensión de polinomios y planificado estrategias didácticas. En este sentido, el docente será un guía en el proceso de aprendizaje mediante secuencias didácticas con actividades y retos matemáticos según el nivel cognitivo de los estudiantes. En esta fase, el docente debe haber indagado meticulosamente el diseño de su planteamiento didáctico para no crear confusiones o ambigüedades en los estudiantes (Vargas y Gamboa, 2013). Según Van Hiele (citado en Vargas y Gamboa, 2013, p. 85), menciona: "(...) las actividades (de la segunda fase),



si se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento de nivel superior".

Fase III: *la explicitación*, una vez que el docente haya desarrollado su estrategia didáctica para la comprensión de polinomios, los estudiantes resolverán las actividades y los retos matemáticos. En esta zona, el estudiante debe intentar o dominar la destreza del tema de polinomios, por lo que, el estudiante deberá poder explicar el ¿cómo hacer?, y ¿Por qué tengo que aplicar ese procedimiento?, por lo tanto, el comprender o comprensión de polinomios está directamente relacionado con el cómo saber qué hacer y por qué se debe hacer. Esto, permitirá al docente repensar en su planteamiento didáctico y al estudiante poder comprender su desarrollo en la adquisición de las destrezas (Prat, 2015).

Fase IV: *la orientación libre*, en las tres fases anteriores se desarrolló el proceso de comprensión de ciertas propiedades y definiciones de polinomios de forma particular, es decir, cada secuencia didáctica con su destreza y sus contenidos. En esta zona, el educando debe ser capaz de consolidarse con sus habilidades o destrezas con criterios de desempeño en la aplicación de resolución de retos matemáticos generales con polinomios, es decir, los estudiantes en una sola actividad propuesta por el tutor deben ser capaces de aplicar diferentes formas de resolución y establecer una generalización del ejercicio en base a la comprensión de polinomios. En términos de Van Hiele (citado en Vargas y Gamboa, 2013, p. 85) "(...) los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales".



La fase V: *la integración*, los estudiantes una vez pasaron la fase de la orientación libre, donde pusieron a prueba sus estrategias y destrezas. Ahora, en esta zona los estudiantes tienen que formular generalización de sus de sus resultados obtenidos en los retos matemáticos con polinomios. También, el docente tiene que realizar una generalización global de la comprensión en el tema de polinomios, pero sin crear un desequilibrio cognitivo con la presentación de nuevos temas o contenidos (Prat, 2015).

### 3.6.6. Modelo de Polya.

Por otro lado, el *modelo de Polya* sobre “cómo plantear y resolver problemas” sirve para el diseño de estrategias didácticas en el contenido de la comprensión de polinomios. Por lo que, se detalla a continuación cada una de sus fases.

- a. *Comprensión de problemas matemáticos* es la primera fase del modelo Polya (1965), es decir, los educandos tienen que comprender el problema, observar nítidamente lo que se pide; para ello, el docente debe hacer que el alumno no solo comprenda el problema, sino que, se debe motivar al estudiante a resolver el problema; en este sentido, el problema tiene que escogerse adecuadamente; es decir, tiene que estar de acuerdo al nivel de escolaridad del educando, el reto debe comprender todas la características de los niveles de logro que se desea alcanzar (Polya, 1965).
- b. *Planteamiento de problemas matemáticos* es el esquema de los procesos posibles a seguir, es decir, se utilizarán algoritmos matemáticos y heurísticos; el estudiante investigará sobre los cálculos y los razonamientos o construcciones que deberá



realizar para encontrar el valor de la incógnita. En base a ello, el alumno deberá formarse una idea de un plan bien estructurado, esto, puede surgir después de ensayo - error y de un periodo de incertidumbre. Además, el docente debe proporcionar los materiales necesarios para el planteamiento de un problema matemático, ya que, es importante conocer las particularidades de habilidades matemáticas previamente adquiridas, entonces, se revisarán problemas resueltos, demostración de teoremas, artificios matemáticos y procesos heurísticos (Polya, 1965, pp. 28-30).

c. *Resolución de problemas matemáticos* es una de las tareas más creativas, exigentes e interesantes para la mente humana y es un área que ha atraído el interés de los científicos cognitivos desde siempre, en especial en ciencias y matemáticas (Polya, Newel y Simon, Larkin y Reif; citados en, Sanjosé, Valenzuela & otros, 2007). Además, en la resolución de un problema es necesario *la ejecución del plan*, que es poner en marcha la concepción del plan. El proceso puede tomar varios días, este es un camino de resistencia, pues, los alumnos tienen que entender todo un proceso sistemático de circunstancias, conocimientos ya adquiridos, buenos hábitos de pensamiento, concentración y verificación todos los procesos.

Finalmente, la comprobación de los resultados obtenidos, en el modelo Polya es la *visión retrospectiva*, que se reconsidera la solución y el proceso desarrollado para consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas. Este proceso es más



importante, ya que, los estudiantes realizar conclusiones en base a cada uno de los pasos seguidos (Polya, 1965, pp. 33-35).

## **4. MARCO METODOLÓGICO**

### **4.1. Caracterización del tipo de investigación, enfoque metodológico, métodos, técnicas e instrumentos empleados.**

Esta investigación se enmarca dentro del paradigma socio – crítico, que según Rincón (2006), “nace de la unión entre la teoría y la práctica, de esta forma ambas se complementan, ya que la primera de ellas permite la fundamentación, y la segunda se basa en la experiencia, lo que reconoce una interacción constante” (Citado en Vera & Jara 2018, p. 6). Haciendo referencia a la cita del autor el paradigma socio – crítico es el que respalda el presente trabajo investigativo, puesto que, se realiza la combinación de la teoría y las experiencias que se han percibido durante el desarrollo del período de prácticas pre – profesionales.

Además, el paradigma permite la interacción en la práctica con los actores del sistema educativo (estudiantes); para levantar información de un problema en particular, en este caso, la comprensión matemática en el tema de polinomios para luego complementarla con más información y proponer una posible solución. Esta propuesta de solución se centra en mejorar el desarrollo de la comprensión de las destrezas referente a los polinomios, a través de estrategias que vayan acorde a los estudiantes con los que se está trabajando.



Esta investigación tiene un enfoque cualitativo puesto que “es un proceso activo, sistemático y riguroso de indagación dirigida, en el cual se toma decisiones sobre lo investigable en tanto está en el campo de estudio” (Albert, 2007, p.146). Por este medio se investiga la situación verdadera de los actores de la educación dentro del aula de clase (docente, estudiantes); además de eso se da importancia a las opiniones que tienen los estudiantes de cómo reciben actualmente sus clases y también como les gustaría que sean impartidas esas clases, también se observa el comportamiento que tienen dentro del aula; si se sienten satisfechos con sus clases o no, en definitiva se basa en conocer datos cualitativos, en otras palabras las cualidades y competencias que se desea adquirir, en vez de solo poner una calificación.

Se utiliza este tipo de enfoque puesto que, parte desde las experiencias vividas en el medio donde se desarrolló las prácticas pre profesionales (Unidad Educativa “República del Ecuador”), ya que desde ahí se desarrolló interacciones que hicieron posible conocer cómo se lleva a cabo el proceso de enseñanza – aprendizaje. Es así que la propuesta consiste en diseñar e implementar material didáctico para el desarrollo de la comprensión matemática como un método activo de enseñanza – aprendizaje para la comprensión y el planteamiento de problemas algebraicos con polinomios. Cabe recalcar que, pese a que el enfoque que se utiliza es cualitativo, sin embargo, se utiliza una encuesta que es propia del enfoque cuantitativo, se las utiliza con el fin de respaldar el presente estudio cualitativo y no como un enfoque mixto.

Por otra parte, la investigación se basa en la investigación acción que “es un estudio de una situación social, con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma” (Elliot,



2010, p. 24). Puesto que, desde la investigación acción se puede hacer referencia al uso de estrategias para contribuir con el aprendizaje dentro del sistema educativo. Es decir, coincide con el desarrollo del trabajo que es diseñar una estrategia didáctica para contribuir en la comprensión de los polinomios.

Una de las técnicas utilizadas es la observación participante que es “aquella en la cual el observador se involucra directa o indirectamente con el objeto, hecho, fenómeno o proceso que se quiere observar” (Cerezal y Fiallo, 2005, p.64). Es decir que permite estar presente y participar en el ambiente que se encuentran los estudiantes, estableciendo conversaciones y observando los comportamientos que ocurren en el escenario educativo; es por ello que esta técnica permite conocer el proceso de enseñanza – aprendizaje que se lleva a cabo dentro del aula. La información que se levanta en este espacio debe ser adquirida de manera que los estudiantes no se sientan incómodos con la presencia de los investigadores. De tal manera que el comportamiento de los estudiantes que investigan con los alumnos son una pieza clave para la obtención de información verídica y confiable a través de la observación participante.

Otra de las técnicas utilizadas dentro del desarrollo de la investigación es la encuesta, que se puede definir como una técnica que utiliza un conjunto de procedimientos estandarizados de investigación mediante los cuales se recoge y analiza una serie de datos de una muestra de casos representativa de una población o universo más amplio, del que se pretende explorar, describir, predecir y/o explicar una serie de características. (Anguita, Labrador, Campos, Casas Anguita, Repullo Labrador & Donado Campos, 2003, p. 144). El uso de la encuesta permitirá la



obtención de resultados rápidos sino más bien la obtención de resultados eficaces que permitirán aclarar el panorama en el que se pretende desarrollar la investigación ya que al ser un medio que permite explorar, describir y explicar las características de los individuos participantes ayuda a conseguir información que permita elaborar de una manera exacta la propuesta para aplicarla como refuerzo o como una solución a las dificultades que presenten en el análisis de resultados.

Del mismo modo se ha utilizado una guía de observación que permite “recoger aspectos relevantes, de acuerdo con las variables de estudio” (Cerezal y Fiallo, 2005, p.65). Es decir que mediante la guía de observación se evidencia las dificultades dentro del aula de clase. Por otro lado, esta guía de observación busca respaldar la información obtenida en la encuesta que respondieron los estudiantes. Ya que se podrá comparar las respuestas dadas con lo que se observa dentro del aula de clase. También se realizó un análisis documental que hace referencia a resultados que han obtenido estudiantes de todo el país con el fin de levantar información acerca del nivel académico que se ha venido presentando en los últimos años en el área de matemáticas. Cabe recalcar que en este análisis se hace énfasis en los resultados obtenidos por la unidad educativa “República del Ecuador”, como uno respaldo a la presente investigación.

#### **4.2. Operacionalización de conceptos**

*Tabla 1.*

Operacionalización de la variable

<b>Operacionalización de conceptos</b>				
<b>Concepto</b>	<b>Dimensión</b>	<b>Sub – dimensiones</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Criterio</b>
<p>V1. <i>Comprensión matemática con enfoque en polinomios.</i></p> <p>Definición:</p> <p>Brownell y Sims en 1946 (citados en Londoño, 2011, p. 11) expresaron que</p>	<p><i>D1. Tipos de comprensión matemática</i></p> <p><i>Skemp (citado en Meel, 2003)</i></p>	<p>SD1.1. <i>Comprensión instrumental</i></p> <p>SD1.2. <i>Comprensión relacional</i></p>	<p><i>I.1.1</i> <i>Aprendizaje mecánico</i></p> <p><i>I.1.2</i> <i>Aprendizaje crítico – reflexivo</i></p>	<p>C.1.1. Memorización de conceptos.</p> <p>C.1.2.comprende, reflexiona y resuelve ejercicios con polinomios.</p>



<p>la palabra “compresión” es un concepto complicado de establecer una definición clara y exacta; por lo que, postularon que “es muy difícil de encontrar o formular una definición técnicamente exacta de comprender o comprensión” (p. 11).</p>		<p>SD.2.1.  <i>La fase curricular</i></p>	<p><b>I.2.1. El currículo de la matemática</b></p>	<p><b>C.2.1. Fases o etapas:</b>  C.2.1.1 Etapa central o análisis de los contenidos.  C.2.1.2 La etapa precedente o la delimitación y detección del nivel de las destrezas.  C.2.1.3. La etapa consecuente se escogen las destrezas o habilidades para el proceso de enseñanza – aprendizaje.</p>
---	--	---	--	--





				significativos interdisciplinarios y desarrolla procesos compresión matemática.
		SD3.1.	I.3.1.	C.3.1.
		El nivel cero o predescriptivo	<b>Reconoce las figuras geométricas y las expresiones algebraicas</b>	Aprender un vocabulario en cuanto a su definición, término, el grado de un término, las clases de términos, la clasificación de las expresiones algebraicas y valor numérico de expresiones simples y compuestas.
	<b>D3. Modelo de los Van – Hiele (comprensión de polinomios)</b>			



		SD3.2. El <i>nivel uno o de reconocimiento o visual</i>	I.3.2. Representación visual de un problema	C.3.2. Reconoce y analiza las propiedades con las representaciones concretas de los problemas.
		SD.3.3  El nivel dos o de análisis	I.3.3.  Relación de figuras geométricas con sus propiedades	C.3.3.  Los estudiantes establecen criterios de sus observaciones.
		SD.3.4		



		Nivel tres o	I.3.4.	
		de clasificación y	Clasificació	C.3.4.
		relación.	n y relación de	El estudiante
			figuras geométricas	comprende y
			aplicando	encuentra relaciones
			propiedades	de las propiedades del
			algebraicas de	álgebra de
			polinomios	polinomios.
		SD.3.5.		
		Nivel	I.3.5.	
		cuatro o deducción	Representac	C.3.5.
			ión simbólica para	Representan
			deducciones y	un problema
				algebraico desde



			demostraciones lógicas.	enunciados o postulados distintos.
		SD.3.6.		
		Nivel cinco		C.3.6.
		o de rigor	I.3.6	Los
			Análisis del	estudiantes llegan
			grado de	desarrollar un
			comprensión de	carácter cognitivo
			cada uno de los	superior y realizara
			problemas con	sus propias
			polinomios.	definiciones de
				postulados y
				teoremas
				matemáticos.
		SD.4.1.		



	<p>D.4. Modelos de los Van –Hiele  (niveles de comprensión matemática)</p>	<p>Fase I. Indagación   SD.4.2.  Fase II. La orientación dirigida   SD.4.3.  Fase III. La explicitación</p>	<p>I.4.1.  Evaluación diagnóstica (individual y colectiva)  I.4.2.  Actividades con secuencias matemáticas y retos matemáticos.</p>	<p>C.4.1.  El estudiante resolverá un cuestionario o actividades que no influye en las notas generales.  C.4.2.  Las actividades seleccionadas constituyen la base del pensamiento del nivel superior.</p>
--	--	---	---	--



			I.4.3.  Resolución de actividades conforme a la estrategia didáctica desarrollada por el docente para la comprensión de polinomios.	C.4.3.  El estudiante debe dominar el tema de los polinomios.
		SD.4.4.  Fase IV. La orientación libre	I.4.4.  Diferentes formas de resolución de una actividad propuesta.	C.4.4.  Los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí



		SD.4.5.  Fase V. La integración		mismos, mediante actividades generales.
			I.4.5.  Generalizaci ón de los resultados obtenidos.	C.4.5.  Establecer conclusiones de los procesos y resultados obtenidos.
	D.5.  Modelo de Polya	SD.5.1.  Comprensión de problemas matemáticos	I.5.1.  Problemas de acuerdo al nivel de escolaridad.	C.5.1.  Los estudiantes comprenden los problemas, observando



		SD.5.2.  Planteamiento de problemas matemáticos.	I.5.2.  Desarrollo de problemas a través de algoritmos matemáticos.	nítidamente lo que se pide.  C.5.2.  Los estudiantes se forman una idea de un plan bien estructurado.
		SD.5.3.  Resolución de problemas matemáticos.	I.5.3.  Resolución de problemas a través de la ejecución de un plan.	C.5.3.  Comprobación de los resultados obtenidos.



--	--	--	--	--

**Fuente:** Sibri y Suquitana, 2020

### **4.3. Población y muestra**

El proyecto de investigación se lleva a cabo en el noveno año de Educación General Básica, de la Unidad Educativa “República del Ecuador”. Formando parte de la población 34 estudiantes. Siendo también este número de estudiantes parte de la muestra.

### **4.4. Resultados obtenidos en el diagnóstico inicial**

#### **4.4.1. Resultados obtenidos en de la observación mediante los diarios de campo.**

Las anotaciones registradas en los diarios de campo permitieron respaldar el tema de investigación; puesto que en las anotaciones se registra la falta de comprensión matemática debido a varios factores en los que se evidencia: la escasez de recursos didácticos durante las horas de clase, dando como resultado una enseñanza unidireccional, en la que muy pocos participan, manteniendo al resto del alumnado como receptores de información, pero no activos. Otro punto registrado es la metodología que se trabaja dentro del aula, en este punto se pudo observar y anotar que el trabajo que prevalece es el individual, en todas las prácticas se



registraron pocas veces el trabajo grupal o cooperativo; y en este sentido cuando lo hacían, al formar los grupos se generaba mucha bulla y pérdida de tiempo valioso para la enseñanza.

El material que más se utiliza es el pizarrón para la explicación, y el cuaderno de los estudiantes para anotar y resolver ejercicios explicados en la pizarra. Sin embargo, los educandos fácilmente pierden la atención a la clase para hacer otras actividades, entre ellas jugar con sus compañeros y realizar tareas de otras asignaturas. Incluso dan muestras de aburrimiento en el tiempo que dura la clase. Otra de las observaciones que es necesario agregar es que no se realizan actividades para levantar el ánimo y la atención al estudiantado cuando se les nota cansados, es decir no se hace pausas en la clase de matemática para que el estudiante tome un respiro y se mantenga activo.

#### **4.4.2. Resultados obtenidos de la encuesta.**

Para empezar con la realización de este trabajo, uno de los puntos de inicio fue una encuesta de diagnóstico cuyos resultados se describen a continuación:

En lo que respecta a la primera pregunta ¿ En qué aspectos matemáticos tiene usted dificultad? el 67, 6% (23 estudiantes) tienen dificultad en comprensión de problemas y ejercicios, sin embargo los estudiantes acotan que escogen esta opción porque la ven como el primer paso para desarrollar su proceso de enseñanza aprendizaje, ya que también tiene dificultades en el planteamiento y resolución de ejercicios puesto que su comprensión matemática no está en un nivel necesario, a esta pregunta se acota los diarios de campo que ratifican esta respuesta debido a que en las anotaciones del mismo se refleja la escasa atención



por parte de los educandos a las clases magistrales impartidas de los contenidos matemáticos debido a varios factores entre ellos como más notorio, la falta de uso de material didáctico..

En cuanto a la segunda pregunta realizada ¿De qué manera se desarrolla el proceso enseñanza aprendizaje en su aula de clases? (¿Cómo aprende?); como resultado más relevante es que el 100% (34 estudiantes) responden que reciben clases magistrales en las clases de esta asignatura.

Con respecto a la tercera pregunta ¿De qué manera le gustaría recibir las clases en su aula? el 70.5 % (24 estudiantes), sugieren la opción de materiales didácticos para recibir las clases, por lo que se ha tomado en cuenta como estrategia de apoyo el uso de materiales didácticos, ya que las matemáticas son consideradas como difíciles, por ende el uso de este tipo de estrategia didáctica ayuda a enseñar esta asignatura de una manera diferente, innovadora y llamativa para los estudiantes, ya que no solo aprenden viendo y escuchando a la docente sino también manipulando esta clase de objetos.

En cuanto a la última pregunta: ¿Cómo adquiere usted los conocimientos algebraicos en matemáticas? los estudiantes (61.7 %, 21 estudiantes) responden que aprenden basándose en la memorización de conceptos, por lo que se les complica desarrollar un correcto proceso de aprendizaje. En base a los resultados de la encuesta descrita, se verificó como dificultad más relevante la falta de comprensión matemática en la resolución de ejercicios (que es el mismo



resultado que se obtuvo en los diarios de campo) pues, los educandos sólo realizan procedimientos que obedecen a la memorización de los contenidos sin llegar a una comprensión crítica y reflexiva de los contenidos de la matemática.

#### **4.4.3. Resultados de la guía de observación**

La guía de observación se la realizo para respaldar la encuesta realizada a los estudiantes, mediante indicadores basados en el modelo de Polya y Van Hiele. Es así que, empezando por el modelo de Van hiele, en el nivel pre descriptivo se evidenció que se realizan actividades de conocimientos previos en la mayoría de las clases. Sin embargo, se evidencia los vacíos existentes en los estudiantes, referente al tema de polinomios. En base al nivel de reconocimiento visual, se observó que escasamente se evidencia en las clases el uso de material didáctico para que los estudiantes puedan visualizarlo y posteriormente tener una mejor comprensión del tema que se trata. Siguiendo con el nivel de análisis, se constató que el proceso de enseñanza aprendizaje se lo realiza de manera que el estudiante memorice conceptos para luego resolver los ejercicios, causando el olvido de éstos conceptos en clases o evaluaciones posteriores.

En el nivel de deducción informal u orden, se observó que los estudiantes interaccionan escasamente con la docente y al no tener un material de apoyo en su aprendizaje no comprenden a fondo sobre el tema de polinomios. En el nivel de deducción se constató que no se propone ejercicios para ser resueltos en la pizarra junto a sus compañeros, sino más bien reciben información que a veces por la falta de atención y de recursos didácticos no logran comprender.



Y en el nivel de rigor se analizó que no se presenta ni se realiza ningún tipo de material didáctico para ser utilizado en el tema de polinomios.

Siguiendo ahora con el modelo de Polya, en el nivel de comprensión del problema se verificó que se distinguen actividades de motivación, sin embargo, no se logra captar la atención suficiente del estudiante para comprender los temas relacionados con los polinomios. En cuanto al nivel de planteamiento del problema se observó que en base a que los estudiantes pierden la atención a la clase por falta de recursos llamativos para aprender los temas de polinomios no se observa un correcto desarrollo del planteamiento del problema. Siguiendo con el nivel de resolución del problema se constató que la resolución de los problemas que presentan los estudiantes en la mayoría de casos es incorrecta porque no han comprendido el tema. Y finalmente con el nivel de visión retrospectiva se observó que no existen puntos de vista satisfactorios acerca del tema de polinomios sino más bien surgen dudas de cómo resolver estos ejercicios.

#### **4.4.4. Análisis documental acerca de los resultados obtenidos por el INEVAL, TERCE Y PISA.**

En la última década, el Estado ecuatoriano decidió construir “una nueva forma de convivencia ciudadana, en diversidad y armonía con la naturaleza (...)”. En su Carta Magna se define a la nación como “una sociedad que respeta, en todas sus dimensiones, la dignidad de las personas y las colectividades (...). Comprometidos con la integración latinoamericana [...], la paz y la solidaridad con todos los pueblos de la Tierra” (Ineval, 2016, p. 11).



En este contexto, el Ineval 2016 (Instituto Nacional de Evaluación Educativa) ha desarrollado el modelo de Contexto, Trayectoria, Resultados e Impacto (CTRI); con el fin, de estudiar, analizar y sistematizar el impacto del aprendizaje del estudiante en los distintos contextos socio – culturales y educativos. En este sentido, se analizarán los resultados de evaluación realizados en cada ciclo desde 2014 hasta 2019. Primero, en el ciclo 2014 – 2015, el promedio general es de 773 puntos sobre mil (1000) que se encuentra entre el nivel de logro elemental y satisfactorio; por otro lado, el promedio correspondiente a la asignatura de la matemática es de 727 puntos sobre mil, el nivel de logro alcanzado esta entre elemental y satisfactorio.

Segundo, en el ciclo 2015 – 2016, el promedio general es de 770 puntos sobre mil; mientras que el promedio correspondiente a matemática es de 729 puntos sobre mil, es decir, ambos promedios están dentro del nivel de logro elemental y satisfactorio. Tercero, en el ciclo 2016 – 2017, el promedio general es de 7,52 sobre diez, mientras que en matemática el promedio es de 7,33 puntos sobre diez; los promedios se encuentran dentro del rango elemental y satisfactorio. Cuarto, en el ciclo 2017 – 2018, el promedio general es de 7,62 puntos sobre diez; por otro lado, en matemática el promedio es de 7,47 puntos sobre diez, en ambos casos el nivel de logro alcanzado por los estudiantes es el elemental. Finalmente, en el ciclo 2018 – 2019, el promedio general es de 7,70 puntos sobre diez; mientras que, en matemática es de 7,74 puntos sobre diez; tiendo una subida de 0,27 puntos de promedio entre el ciclo anteriormente



mencionado (2017 – 2018); ambos promedios están dentro del nivel elemental de logro alcanzado por los estudiantes.

De lo anterior, se puede comprobar que el nivel de logro alcanzado es el elemental por todos los estudiantes a nivel nacional en las evaluaciones realizadas por el Ineval desde el año 2014 hasta el 2019. El nivel elemental según el Ineval (2016) es donde el estudiante tiene conocimientos fundamentales y la noción de las destrezas previstas para graduarse, pero no en su totalidad el que aspira en perfil de salida del Currículo Nacional 2016; sin embargo, es suficiente para sus aspiraciones de continuar su vida estudiantil en los siguientes niveles de educación. En este sentido, las estrategias didácticas de la enseñanza - aprendizaje con métodos activos son necesarios para el mejoramiento de los niveles de logros deseados dentro del sistema educativo.

También, se hace necesario tener una mirada desde las pruebas TERCE y PISA en los años 2015 y 2018 respectivamente. Primero, en el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) realizado en el año 2015 a estudiantes de tercero y sexto grado de EGB; el resultado para tercer año de EGB, su promedio fue de 703 puntos sobre mil; mientras que, para sexto año de EGB el promedio fue de 702 puntos sobre mil (Terce, 2015). Entonces, se concluye que el Ecuador no difiere significativamente con el promedio de los países de la región.

Segundo, el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) es:

un estudio internacional trienal coordinado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) cuyo objetivo es evaluar los sistemas



educativos de todo el mundo, examinando las habilidades y los conocimientos que los estudiantes de 15 años necesitan para una plena participación en la sociedad (PISA, 2018, p. 8).

En lo que respecta al desempeño en matemáticas el 70% de los estudiantes no alcanzaron el nivel básico de habilidades; en este nivel los estudiantes son capaces de realizar procedimientos rutinarios, como una operación aritmética donde se facilitan todos los pasos; también, desarrollan destrezas de interpretar y reconocer como se puede representar matemáticamente una situación sencilla (PISA, 2018). Estos resultados internacionales indican que se deben crear nuevos modelos de enseñanza, basados en estrategias didácticas en mejorar la comprensión y planteamiento de problemas matemáticos.

En este sentido, sabiendo que el planteamiento de problemas es el eje central del currículo Nacional 2016; es necesario realizar la contextualización de un método activo de enseñanza – aprendizaje en las matemáticas, partiendo de las definiciones de la comprensión, planteamiento y resolución de problemas.

En la actualidad en las instituciones educativas poco o nada se fomenta el desarrollo de la comprensión matemática de polinomios por medio de métodos didácticos de enseñanza - aprendizaje; añadido, la ausencia de recursos didácticos constructivistas para la construcción de conocimiento. En este sentido, la propuesta de investigación está basada en la comprensión matemática de polinomios para el mejoramiento didáctico del proceso de enseñanza -



aprendizaje; por medio, de los modelos de los Van - Hiele y el de Polya. Por lo tanto, aportará al diseño pedagógico curricular de noveno de EGB del bloque dos de álgebra y funciones.

La importancia de desarrollar la comprensión matemática es necesaria para desarrollar habilidades o destrezas del Currículo Nacional; para tener una mirada retrospectiva o retroalimentación, es necesario revisar las estadísticas del Ecuador en las pruebas TERCE y PISA. Por lo que, en el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) realizado en el año 2015 el Ecuador no difiere significativamente con el promedio de los países de la región; sus resultados fueron 703 y 702 para tercero y sexto respectivamente. Por otro lado, el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) menciona que el desempeño en matemáticas el 70% de los estudiantes no alcanzaron el nivel básico de habilidades. De igual manera, en los informes realizados por el Ineval (Instituto Nacional de Evaluación Educativa) de los resultados de evaluación desde 2014 hasta 2019 se obtiene un promedio de 7,41 sobre 10; de esto, se concluye que el nivel de logro alcanzado en el Currículo Nacional en la asignatura de matemática es el elemental para todos los estudiantes ecuatorianos.

Ahora, es pertinente analizar y describir la unidad educativa en el rendimiento de las pruebas antes mencionadas, es así que se observan los resultados obtenidos de la Unidad Educativa “República del Ecuador” desde 2014 hasta 2019 con un promedio de 7,25 sobre 10; con ello, el nivel de logro alcanzado es el elemental, es decir, el estudiante tiene conocimientos y destrezas básicas para graduarse, pero no se compara con la totalidad del perfil de salida del Currículo Nacional (Ineval, 2014 - 2019). De lo anteriormente dicho, se concluye que es



necesario mejorar la práctica pedagógica de la comprensión matemática en las aulas de clases; por lo que, en este caso de investigación es diseñar una estrategia didáctica basada en métodos constructivistas para la comprensión matemática de polinomios. Además, el planteamiento de problemas sobre la comprensión matemática de polinomios es el eje central de Currículo Nacional 2016.

#### **4.5. Triangulación de la información**

Al ser aplicados los instrumentos anteriormente descritos se puede describir la siguiente información:

En cuanto a la estrategia de enseñanza, se puede apreciar que no se utilizan métodos activos como el uso de material didáctico, en el que el estudiante practique su creatividad y sea partícipe activo del proceso de enseñanza aprendizaje.

En cuanto a los recursos que se utilizan en el aula, se evidencia que prevalece la explicación de los temas mediante el uso de la pizarra; durante el proceso de enseñanza aprendizaje, es decir el aprendizaje es más direccionado a la memorización de conceptos.

Prevalece el trabajo individual en los estudiantes, y en un intento por fomentar el trabajo grupal, existe una desorganización, la cual causa la pérdida de tiempo y no se cumple todas las actividades planteadas en el período de clase diseñada.



En este sentido, se evidencia que la dificultad que prevalece en los estudiantes es la falta de comprensión matemática, debido a que en el proceso de enseñanza - aprendizaje no se utiliza una estrategia didáctica que mantenga al estudiante activo

En base a los modelos que se están utilizando en ese trabajo se observó dentro del aula de clase que escasamente cumplen todos los niveles propuestos por Van Hiele y Polya para desarrollar la comprensión de temas matemáticos.

A través de evaluaciones realizadas por el Ineval, TERCE Y PISA se observa que las calificaciones obtenidas por los estudiantes pueden mejorar y alcanzar un nivel de excelencia al utilizar estrategias atrayentes para los estudiantes.

## **5. PROPUESTA**

### **5.1. Introducción**

El desarrollo de la presente propuesta se basa en diseñar material didáctico constructivista para la comprensión matemática en los temas de operaciones básicas con polinomios. Esta propuesta está dirigida a estudiantes de noveno año de Educación General Básica de la unidad educativa “República del Ecuador” en base a la dificultad encontrada en las prácticas pre – profesionales realizadas en este establecimiento educativo durante el transcurso del octavo ciclo de EGB.

La investigación gira en torno a la comprensión matemática que “exige el dominio de un lenguaje formal riguroso y abstracto que, aunque tenga un claro significado referencial, no



deja de estar dominado por reglas muy complejas y precisas” (Vida, Font, Jimenez, Madruga, Camacho, Cata & Bitlloch, 2002. p: 13 -14). La matemática es una asignatura precisa, por ende, la comprensión es el primer paso y el más importante para conseguir los resultados exactos que exige esta materia, por ello el uso de diversos tipos de material didáctico como recurso de enseñanza es un camino factible para alcanzar el aprendizaje esperado en los estudiantes.

Para el proceso de elaboración de materiales didácticos se tomó en cuenta los criterios de modelos como de Polya y Van Hiele, así como los contenidos de la última actualización curricular 2016. Por consiguiente, se desarrolla en pertinencia a los temas que se vayan ilustrando con respecto a la unidad 2, en el tema polinomios. Los temas de la unidad 2 se desarrollarán en un modelo de planificaciones de clase para una mejor comprensión de la propuesta.

Es así como a través de métodos activos e innovadores se busca un cambio en la educación actual por una educación en la que los estudiantes sean los protagonistas del proceso enseñanza – aprendizaje y por parte del docente se busca que sea un mediador, un facilitador de estos recursos para respaldar la comprensión matemática y alcanzar las destrezas y objetivos esperados que se mencionan en el currículo nacional.

Las dificultades que presentan los estudiantes de noveno año de la Unidad Educativa “República del Ecuador” en la comprensión matemática dan cabida a la implementación de material didáctico como una alternativa para solventar un aprendizaje eficaz en los alumnos. Esta propuesta se elabora en base a la información recolectada a través de la



observación en el aula, una encuesta respondida por los estudiantes, información inscrita en los diarios de campo, durante las prácticas pre – profesionales de octavo ciclo realizadas en este establecimiento educativo.

Esta propuesta tiene como prioridad conseguir que los estudiantes aprendan a plantear y resolver los ejercicios empleando material didáctico para reforzar su razonamiento matemático en todos los temas de las unidades presentadas, pero con más énfasis en la unidad 2 que es en la que vamos a trabajar. En el libro de noveno año de Educación General Básica existe un apartado que dice que el planteamiento y resolución de ejercicios deben ser lo suficientemente desafiantes para activar las inteligencias en los estudiantes. Basándose en este apartado se ha decidido aportar a las clases de matemáticas con este recurso (material concreto) con el fin de generar conocimientos en los estudiantes.

## **5.2. Objetivo general**

- Fortalecer la comprensión matemática en estudiantes de noveno año mediante la implementación de una estrategia didáctica.

## **5.3. Objetivos específicos**

- Describir el material didáctico escogido para desarrollar la estrategia didáctica.



- Elaborar tipos de materiales didácticos de acorde a los temas que se van a impartir.
- Desarrollar las planificaciones de clase incorporando el material didáctico pertinente para cada una.

#### **5.4. Descripción de la propuesta**

##### **5.4.1. Comprensión matemática**

La comprensión de la matemática es el eje central de la investigación debido a la importancia que tiene para la comunidad educativa desarrollar conocimientos de alto nivel en este tema para todos los individuos puesto que “El alumno, al igual que el campesino, podría interpretar la información, pensar y razonar siguiendo un proceso lógico y dar, como consecuencia de ello, una respuesta exacta” (Blanco & Blanco, 2009, p. 76). Es decir que, siguiendo estos pasos resolver todo tipo de problemas que encuentres los individuos, sobre todo estudiantes en su vida cotidiana; tanto en su educación como en su vida profesional y alcanzando así, un alto grado de comprensión en los ejercicios matemáticos.

Sin embargo, hay que tomar en cuenta que “las matemáticas, se perciben como uno de los conocimientos más complejos e inaccesibles para la mayor parte de los individuos, lo que llega a convertirlas en un importante filtro selectivo del sistema educativo” (Blanco & Blanco, 2009, p. 76). Para contrarrestar estas percepciones, el uso de diferentes estrategias



llamativas e innovadoras de aprendizaje son necesarios y de gran importancia para cambiar estos pensamientos en los estudiantes y así convertir a la asignatura de matemáticas en una materia que no transmita miedo, sino más bien que transmita ambientes de seguridad al momento de desarrollarse la comprensión del proceso de enseñanza – aprendizaje. Una de las estrategias a utilizar para desarrollar y lograr los objetivos es el uso de material didáctico que se describe a continuación.

#### **5.4.2. Uso de material didáctico en la actualidad**

En la época actual en la que vivimos existen un sinnúmero de recursos para hacer de la vida un poco más placentera, entre los campos en los que se pueden encontrar estos recursos está el de la educación, puesto que “la pedagogía actual cuenta con una diversidad de elementos didácticos para poner al servicio de la docencia en la transmisión de los nuevos saberes; sin embargo, es evidente la carencia de estos elementos en la labor educativa” (Manrique Orozco & Gallego Henao, 2013, p. 2). Debido a estas carencias de implementación, es que el aprendizaje se ha visto perjudicado ya que “los materiales didácticos no se limitan al enriquecimiento o evaluación de los saberes transmitidos, sino que son un soporte de ese proceso de aprendizaje didáctico o dinámico”. (Manrique Orozco & Gallego Henao, 2013, p. 4).

De esta manera, se alcanza no solo los aprendizajes esperados, sino también aprendizajes significativos que ayudaran al estudiante a desenvolverse sin dificultades en el



desarrollo del proceso enseñanza – aprendizaje, haciendo de la matemática no solo una asignatura esencial dentro de la educación sino también una asignatura placentera de estudiar.

### **5.4.3. Beneficios de la utilización de material didáctico**

Todos los individuos de esa sociedad pueden ser los beneficiados de la utilización de material didáctico, sin embargo, dándole prioridad a la presente investigación y al campo educativo, los grandes beneficiados de esta estrategia son los estudiantes de noveno año de EGB, puesto que desarrollan nuevas habilidades para desenvolverse de mejor manera en la comprensión y resolución de problemas de matemáticas.

Por otra parte, los docentes también se benefician debido a que, al utilizar diferentes estrategias de aprendizaje como el material didáctico, por ejemplo, van desarrollando conocimientos nuevos y también van descubriendo que tipo de estrategia utilizar para los estudiantes de cada grado, ya que algunos estudiantes aprenderán con la implementación de material concreto, pero, otros quizá se sientan más cómodos al utilizar la tecnología u otro tipo de estrategia educativa.

## **5.5. Descripción del material didáctico**

### **5.5.1. Caja de polinomios**

Uno de los materiales didácticos que se desarrolla es la Caja de polinomios que “es un juego que permite el desarrollo en el álgebra de polinomios como es la suma, resta, multiplicación y división, también sirve para la factorización de los mismos” (Ararat Nieva,



Nieva Carabalí, & Nieva Carabalí, 2014, p. 76). ...con este tipo de material se puede trabajar los monomios, binomios, trinomios, etc., de una manera en la que el estudiante no se aburra y desarrolle los aprendizajes esperados, representando los ejercicios de factorización en la caja de polinomios logrando así el complemento y refuerzo necesario para la comprensión de este tema.

Este material puede ser elaborado en cartón o cartulina, pero es recomendable realizarlo en madera, para mayor facilidad al momento de que los estudiantes lo manipulen durante la realización de ejercicios.

### **5.5.2. Circunferencias de polinomios**

Mediante las circunferencias de polinomios, se puede trabajar la suma y resta de polinomios. Consiste en colocar unas circunferencias de diferentes colores que representan a los valores de  $x$ ,  $y$  de las unidades, en estas circunferencias se colocan unas fichas pequeñas de colores blancas para expresiones positivas y rojas para expresiones negativas, según sean necesarias de acuerdo con el problema que se está resolviendo. Finalmente, se coloca la respuesta ya sea de la suma o resta que se realizó de acuerdo a la manipulación que se hizo en el material concreto, por ejemplo, si existe una ficha blanca y una ficha negativa en la misma circunferencia eso quiere decir que el resultado en esa circunferencia es cero, y se utiliza el mismo procedimiento para las demás circunferencias.

### **5.5.3. Ábaco para la división de polinomios**

Se coloca unas fichas grandes como punto de referencia de los valores de  $x$  y de las unidades, luego debajo de ellas se coloca unas fichas de colores azules para valores positivos



y rojas para valores negativos, se coloca los valores del dividendo del ejercicio que se está realizando, luego debajo de esas fichas se coloca los valores del divisor, se forman valores similares al divisor con los valores del dividendo y se los va eliminando hasta no poder formar más valores similares, si al final de la resolución del problema no queda ninguna ficha significa que el residuo de la división es cero y si quedan fichas es el valor del residuo.

### **5.6. Contenidos y DCD**

En el siguiente mapa se menciona los contenidos y destrezas con criterios de desempeño correspondientes al bloque 2 de algebra y funciones de la enseñanza de polinomios.

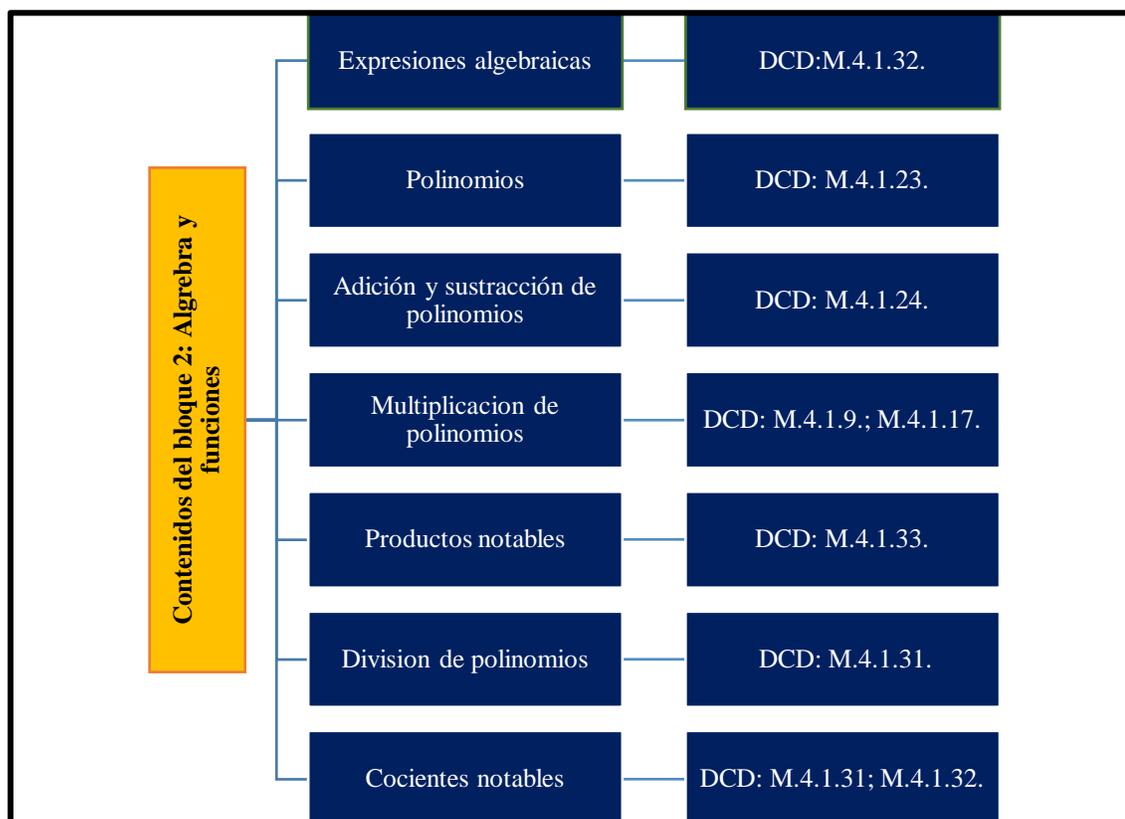


Gráfico 2: el gráfico dos muestra el mapa de los contenidos del bloque 2

### 5.6.1. Caracterización del bloque 2 de Álgebra y funciones.

En esta unidad 2 de polinomios del bloque de álgebra y funciones se aprenderá expresiones algebraicas, polinomios, adición y sustracción de polinomios, multiplicación de polinomios, productos notables, división de polinomios y cocientes notables. En este sentido, se presenta una estrategia didáctica, diseñada de acuerdo al modelo de los Van - Hiele y del modelo Polya.



La estrategia didáctica tiene como propósito desarrollar la comprensión de las Destrezas con Criterios de Desempeño (DCD) del Bloque 2 de Polinomios. En primero lugar, se hace un reconocimiento de las expresiones algebraicas en cuanto a su definición el grado de un término, clases de términos, la clasificación de las expresiones algebraicas y valor numérico de expresiones simples y compuestas; seguidamente, se desarrolla la DCD M.4.1.32.: calcular expresiones numéricas y algebraicas usando las operaciones básicas y las propiedades algebraicas en  $\mathbb{R}$ .

Seguidamente, los polinomios se trabajarán la DCD M.4.1.23.: definir y reconocer los elementos de un polinomio; en este sentido, se revisará las clases de polinomios, términos semejantes, reducción de términos semejantes, reducción de un polinomio que contenga términos semejantes de diversas clases, ejercicios sobre notación algebraica. Tercero, adición y sustracción de polinomios desarrollando la DCD M.4.1.24.: operar con polinomios en ejercicios numéricos y algebraicos; por ello, primero con respecto a la suma o adición, carácter general de la suma algebraica, suma de monomios, suma de polinomios y suma de polinomios con coeficientes fraccionarios.

Posteriormente, con respecto a la sustracción o resta se revisarán temas como la resta o sustracción, carácter general de la resta algebraica, sustracción de monomios, sustracción de polinomios y resta de polinomios con coeficientes fraccionarios. Además, se revisará la suma y resta combinadas de polinomios con coeficientes enteros, suma y resta combinadas de polinomios con coeficientes fraccionarios.



En el tema de multiplicación de polinomios se desarrollará la DCD M.4.1.9.; M.4.1.17.: aplicar las propiedades algebraicas de los números enteros y racionales en la multiplicación de términos. En este sentido, se trabajará con la definición de multiplicación algébrica, ley de signos, ley de los exponentes, ley de los coeficientes, casos de la multiplicación, multiplicación de monomios, multiplicación de polinomios por monomios, multiplicación de polinomios por polinomios, multiplicación de polinomios con exponentes literales, multiplicación de polinomios con coeficientes fraccionarios, producto continuado de polinomios y multiplicación combinada de suma y resta.

Después, está la división de polinomios con la DCD M.4.1.31.: calcular divisiones con términos algebraicos aplicando propiedades en  $\mathbb{R}$ . Aquí se trabajará con la definición de división algebraica, ley de signos, ley de los exponentes, ley de los coeficientes, casos de la división, división de monomios, división de polinomios por monomios, división de dos polinomios, prueba de la división, división de polinomios con exponentes literales, división de polinomios con coeficientes fraccionarios y cocientes mixtos.

En el proceso de enseñanza aprendizaje de los polinomios es importante la evaluación educativa, es por eso que, se tomara en cuenta los tres tipos de evaluación diagnóstica, formativa y sumativa.

### **5.6.2. Evaluaciones.**

En primer lugar, se encuentra la evaluación diagnóstica ya que es necesaria para estudiar la situación inicial de los estudiantes, se podrá conocer sus habilidades adquiridas en la



aritmética de números naturales, enteros, racionales o fraccionarios, irracionales y todos los reales. Además, sirve para despertar el interés de los estudiantes por mejorar sus habilidades o destrezas; para el docente es la condición inicial de todo el diseño de una secuencia didáctica con su respectivo método y materiales didácticos para el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Segundo, la evaluación formativa sirve al docente para realizar una observación objetiva durante el proceso de enseñanza – aprendizaje de cada una de las actividades de la secuencia didáctica. Esto, hace que los estudiantes se motiven y desarrollan procesos meta cognitivos importantes en el aprendizaje; también, el docente puede verificar el desarrollo de las DCD plantadas en cada uno de los temas de polinomios; por ende, poder ir adecuando cambios en su secuencia didáctica para el logro de aprendizajes significativos.

Tercero, finalmente la evaluación sumativa tiene como objetivo verificar el dominio de las DCD de todo el bloque 2 de algebra y funciones en el tema de polinomios. Al docente permite comprobar si su método y recursos didácticos tuvieron un impacto positivo y en que situaciones se deberían mejorar; también, se pueden observar las dificultades y fortalezas tanto de los estudiantes y docente; en fin, permite realizar una retroalimentación para el mejoramiento de práctica pedagógica.

### **5.7. Diseño de la estrategia didáctica**

La estrategia didáctica tiene como propósito desarrollar la comprensión de las Destrezas con Criterios de Desempeño (DCD) del Bloque 2 de Polinomios. En primer lugar, se hace un reconocimiento de las expresiones algebraicas en cuanto a su definición, término, el grado de un



término, clases de términos, la clasificación de las expresiones algebraicas y valor numérico de expresiones simples y compuestas; seguidamente, se desarrolla la DCD M.4.1.32.: calcular expresiones numéricas y algebraicas usando las operaciones básicas y las propiedades algebraicas en  $\mathbb{R}$ .

*Preámbulo o activación de conocimientos previos*, aquí el docente prepara a los educandos para desarrollar las nuevas destrezas, partiendo del desarrollo psíquico actual; para ello, se debe preparar un diagnóstico de los contenidos del currículo que el estudiante deberá dominar, para iniciar un nuevo contenido de aprendizaje de polinomios. Por lo tanto, es indispensable partir de los conocimientos previos que tiene el educando;

*Tema central o desarrollo del contenido algebraico* de polinomios que se van a trabajar en una sesión de clases presenciales o virtuales; por ende, el docente tendrá que escoger una serie de métodos de enseñanza, esto dependerá del contenido a desarrollarse, del tipo de ambientes de aprendizaje y su contexto del educando;

*Post motivación o consolidación*, momento donde el docente debe preparar algo que al estudiante lo motive a realizar; es decir, sin la necesidad de poner o titular algo como una tarea, el estudiante realizará dicha actividad motivado por comprender la nueva destreza de los polinomios.

### **5.7.1. Preámbulo o activación de conocimientos previos.**

Se hace uso de la DCD: M.4.1.32.: calcular expresiones numéricas y algebraicas usando las operaciones básicas y las propiedades algebraicas en R.

### Mapa de los contenidos

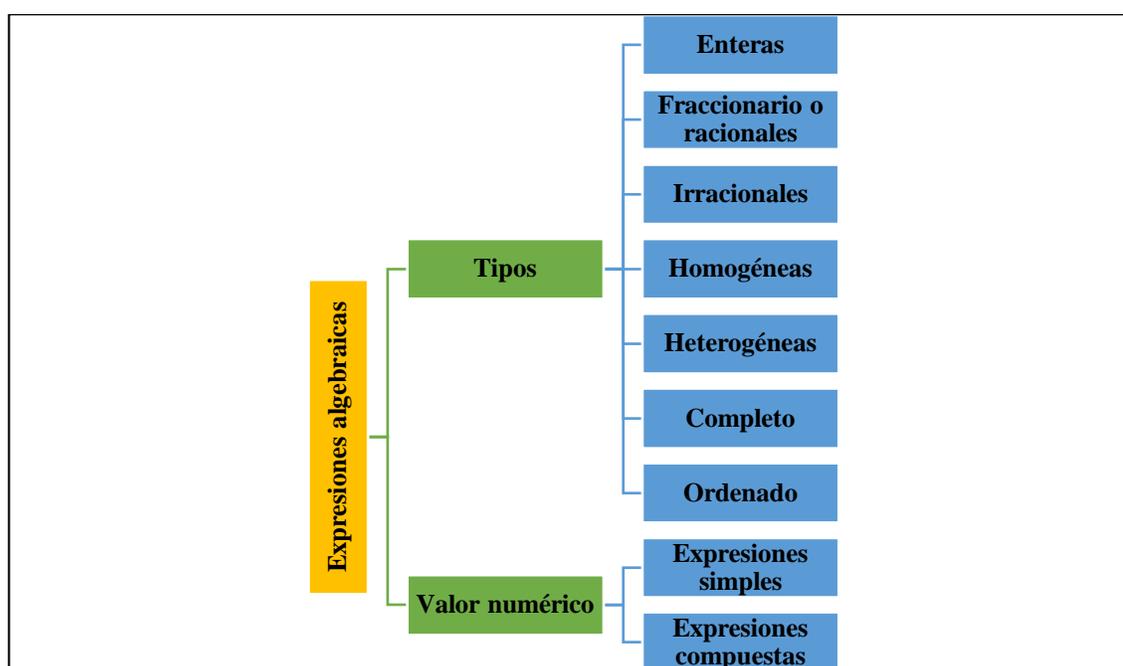


Gráfico 3: el gráfico tres muestra el mapa de contenidos de las expresiones algebraicas.

## 5.8. Planificaciones de unidad didáctica

### 5.8.1. Relación de las planificaciones con los modelos de Van Hiele y Polya



En el marco teórico se habló de los seis niveles del modelo de Van Hiele y de las tres fases del modelo de Polya por las que tienen que pasar los estudiantes para lograr una buena comprensión en el tema de polinomios. Estos modelos son utilizados en las planificaciones de unidad didáctica de la siguiente manera: empezando por el modelo de Van Hiele, con el nivel cero o pre descriptivo se menciona que en cada planificación se describe la fase de anticipación en la que se hace un recorrido por los conocimientos previos de los estudiantes referentes al tema de estudio (polinomios). En este momento de anticipación los estudiantes exponen todo lo que saben de las expresiones algebraicas como, por ejemplo: definiciones, términos, grados de un término, clasificación de las expresiones algebraicas, estos elementos aparte de estar descritos en la fase de anticipación, también se describen en el comienzo de la fase de construcción del conocimiento.

En el nivel uno de reconocimiento visual, los estudiantes reconocen y analizan las representaciones concretas de un problema, a partir de la manipulación de material didáctico. Este nivel se lo visualiza en las planificaciones, en el momento de construcción del conocimiento, en la que, aparte de la explicación se expone un tipo de material didáctico manipulable con el que los estudiantes pueden reforzar la manera de comprender los problemas.

El nivel dos de análisis, se lo visualiza en las planificaciones en el momento de construcción del conocimiento, en el que se parte de una previa explicación y resolución de ejercicios, para posteriormente, relacionar el modelo de material didáctico que se les presenta con los ejercicios referentes al tema de polinomios que resolvieron y tienen que resolver.



En el nivel tres de deducción informal u orden, el estudiante comprende más a fondo como el material didáctico le sirve para resolver problemas con polinomios, esto lo hace con la interacción tanto con su docente como con sus compañeros al trabajar en grupos y compartir sus conocimientos adquiridos hasta ese momento. En las planificaciones este nivel se lo describe en la construcción del conocimiento.

En el nivel cuatro de deducción, a partir de los conocimientos adquiridos los estudiantes pueden proponer ejercicios para ser resueltos con ayuda del material didáctico. En las planificaciones este nivel se lo visualiza en la parte construcción del conocimiento y en la parte de consolidación.

En el nivel cinco de rigor, los estudiantes realizan su propio material didáctico para la comprensión de las operaciones con polinomios, para posteriormente ser resueltas. Esto se lo describe en las planificaciones en la fase de construcción del conocimiento.

En el modelo de Polya se describen cuatro fases, la primera es la comprensión del problema, en el que es necesario elaborar actividades de motivación, para que, luego de una previa explicación empezar con problemas que no tengan un alto grado de dificultad. Esto se lo describe en las planificaciones en la fase de anticipación. En la segunda fase que es la de planteamiento del problema, los estudiantes experimentan el cómo resolver el problema con ayuda de los modelos de material didáctico, y en este procedimiento el docente hace el papel de guía en el momento en el que los estudiantes se equivocan, para motivarlos, explicarles en lo que están fallando y que vuelvan a intentarlo hasta lograr plantear un problema, con ayuda del



material didáctico, para posteriormente resolverlo. Esta fase le la encuentra en la construcción del conocimiento (trabajo en grupos).

En la tercera fase, resolución del problema, los estudiantes ejecutan un plan a partir de la comprensión del problema para resolver los ejercicios propuestos. Y la última fase es la visión retrospectiva, en la que aparte de la solución lo estudiantes realizan conclusiones de los pasos seguidos. Esto se detalla en las planificaciones en la fase de anticipación en la parte que se describen los conocimientos previos de la clase anterior. Es decir, recuerdan y dan un criterio a las preguntas que se les hace en base a lo que van aprendiendo.

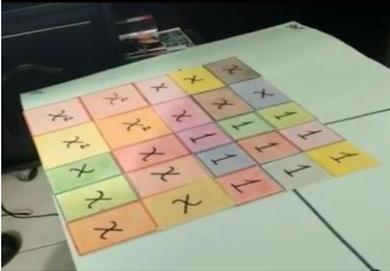


<b>PLAN DE UNIDAD DIDÁCTICA</b>										
<b>1. DATOS INFORMATIVOS:</b>										
<b>ÁREA</b>	<b>MATEMÁTICAS</b>		<b>ASIGNATURA</b>		<b>MATEMÁTICAS</b>			<b>AÑO LECTIVO 2019-2020</b>		
<b>DOCENTE</b>	JUAN CARLOS SIBRI MARLON JAVIER SUQUITANA	<b>GRADO/CURSO</b>		<b>NOVENO</b>	<b>NIVEL EDUCATIVO</b>		<b>EGB</b>			
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN</b>	<b>2</b>	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD</b>		<b>POLINOMIOS</b>		<b>N° DE PERÍODOS</b>	<b>2</b>	<b>TIEMPO</b>	<b>INICIO</b>	<b>FINAL</b>
<b>OBJETIVOS DE LA UNIDAD:</b>										
Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2. Emplear las operaciones con polinomios de grado $\leq 2$ en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos. - Expresar polinomios como la multiplicación de polinomios. - Solucionar expresiones numéricas y algebraicas con productos notables										
<b>2. PLANIFICACIÓN</b>										
<b>CRITERIOS DE EVALUACIÓN.</b>										
CE.M.4.2. Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas de las operaciones en R y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones, ecuaciones y sistemas de inecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la notación y la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.										
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>		<b>Protección y cuidado del Medio Ambiente</b>								
<b>Destrezas con criterios de desempeño a ser desarrolladas:</b>		<b>Estrategias metodológicas</b>			<b>Recursos</b>		<b>EVALUACIÓN</b>			
							<b>Indicadores de evaluación de la unidad</b>		<b>Técnicas e instrumentos de evaluación</b>	

<p>M.4.1.32. Calcular expresiones numéricas y algebraicas usando las operaciones básicas y las propiedades algebraicas en R.</p>	<p><b>ANTICIPACIÓN</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividad de motivación a través de una dinámica denominada “pato, pato, ganso” la cual consiste en pasarse una pelotita entre los estudiantes, mientras el docente canta la frase, pato, pato, pato, y cuando diga ganso, el juego se detiene y el estudiante que haya quedado con la pelotita responde a una o dos preguntas relacionados con el tema que se va a tratar. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cuál es la clasificación de los números?</li> <li>✓ ¿Qué son los números enteros?</li> <li>✓ Diga un ejemplo de números irracionales.</li> <li>✓ ¿Qué significa las letras (x, y, z, etc.) en el lenguaje algebraico?</li> <li>✓ ¿Cómo definiría usted a una expresión algebraica?</li> </ul> </li> <li>• Presentar y analizar con los estudiantes la destreza.</li> <li>• Escuchar y analizar conjuntamente la enunciación del tema que se va a estudiar (expresiones algebraicas).</li> </ul> <p><b>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO</b></p>	<p>Pelota pequeña de espuma Texto del estudiante marcadores pizarra</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• I.M.4.2.1. Emplea las operaciones con polinomios de grado <math>\leq 2</math> en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos; expresa polinomios de grado 2 como la multiplicación de polinomios de grado 1. (I.4.)</li> </ul>	<p><b>ANTICIPACIÓN</b> <b>Técnica:</b> participación activa <b>Instrumento:</b> utilización de una pequeña pelota en la dinámica pato, pato, ganso.</p> <p><b>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO</b> <b>Técnica:</b> Formulación de preguntas <b>Instrumento:</b> texto del estudiante. <b>Técnica:</b> Formulación de ejercicios <b>Instrumento:</b> cuestionario de ejercicios propuestos</p> <p><b>CONSOLIDACIÓN</b> <b>Técnica:</b> Formulación de ejercicios. <b>Instrumento:</b> ejercicios del texto</p>
--	---	---	---	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar la explicación sobre el tema, disponible en la página 56 del texto de matemáticas de 9no.</li> <li>• Activar los saberes previos relacionando las respuestas que se obtuvieron en la actividad inicial junto con la información similar que aparece en las páginas de este tema. (56, 57)</li> <li>• Con base en la actividad resuelta en la página 57, resolver de forma individual el siguiente ejercicio:           <math display="block">\frac{\frac{a^2}{b^2} + \frac{3b^2}{a^2}}{\frac{b}{3a}}</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Valores por a= 4</li> <li>✓ Valores por b= 6</li> </ul> </li> <li>• Escribir las expresiones algebraicas de los siguientes enunciados:           <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El doble de un numero</li> <li>✓ La mitad de un numero</li> <li>✓ Dos números consecutivos.</li> <li>✓ El cuadrado de un número</li> <li>✓ Dos números pares consecutivos.</li> </ul> </li> <li>• Resolver el siguiente ejercicio:           <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Si <b>y</b> es el número de carros que hay en un estacionamiento y <b>x</b> el número de motos, ¿cuál es la expresión algebraica que indica el</li> </ul> </li> </ul>	<p>Texto del estudiante Ejercicios propuestos Pizarra Marcadores Texto del estudiante</p>		
--	--	---	--	--



	<p>número de ruedas que hay en total?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Presentar a los estudiantes un modelo de material didáctico en el que se puede representar expresiones algebraicas para más adelante ser resueltas mediante las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li><b>CONSOLIDACIÓN</b></li> <li>Resolver los ejercicios de la página 57 (desarrolla tus destrezas).</li> </ul>			
<b>ELABORADO</b>		<b>REVISADO</b>		<b>APROBADO</b>
<b>Docente:</b>		<b>Director del área:</b>		<b>Vicerrector:</b>
<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>
<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>



**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN**

<b>PLAN DE UNIDAD DIDÁCTICA</b>							
<b>1. DATOS INFORMATIVOS:</b>							
<b>ÁREA</b>	<b>MATEMÁTICAS</b>	<b>ASIGNATURA</b>		<b>MATEMÁTICAS</b>			<b>AÑO LECTIVO 2019-2020</b>
<b>DOCENTE</b>	JUAN CARLOS SIBRI MARLON JAVIER SUQUITANA	<b>GRADO/CURSO</b>	<b>NOVENO</b>	<b>NIVEL EDUCATIVO</b>	<b>EGB</b>		
	<b>2</b>	<b>POLINOMIOS</b>			<b>2</b>	<b>TIEMPO</b>	<b>INICIO FINAL</b>



N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN	TÍTULO DE LA UNIDAD	N° DE PERÍODOS			
<b>OBJETIVOS DE LA UNIDAD:</b> Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2. Emplear las operaciones con polinomios de grado $\leq 2$ en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos. - Expresar polinomios como la multiplicación de polinomios. - Solucionar expresiones numéricas y algebraicas con productos notables					
<b>2. PLANIFICACIÓN</b>					
<b>CRITERIOS DE EVALUACIÓN.</b> CE.M.4.2. Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas de las operaciones en R y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones, ecuaciones y sistemas de inecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la notación y la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.					
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	<b>Protección y cuidado del Medio Ambiente</b>				

Destrezas con criterios de desempeño a ser desarrolladas:	Estrategias metodológicas	Recursos	EVALUACIÓN	
			Indicadores de evaluación de la unidad	Técnicas e instrumentos de evaluación

<p>M.4.1.23. Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2.</p>	<p><b>ANTICIPACIÓN</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Lluvia de ideas a través de preguntas para recordar el tema anterior.</li> <li>✓ ¿Qué son las expresiones algebraicas?</li> <li>✓ ¿Qué tipo de expresiones algebraicas se abordaron en la clase anterior?</li> <li>✓ ¿Cuáles son los elementos que constan en los términos de las expresiones algebraicas?</li> <li>✓ ¿En qué consistía el valor numérico de una expresión algebraica?</li> <li>✓ ¿Cómo definiría usted a un polinomio?</li> <li>Presentación y análisis de la destreza con criterio de desempeño junto con los estudiantes.</li> <li>Presentación del tema de la clase.</li> </ul>	<p>Pizarra</p> <p>Marcadores</p> <p>Texto del estudiante</p> <p>Modelos de material didáctico (caja de polinomios, circunferencia de polinomios y el ábaco de polinomios)</p> <p>Materiales (cartón, cartulina, madera)</p> <p>Tarjetas de cartulina o cartón.</p>	<p>I.M.4.2.1. Emplea las operaciones con polinomios de grado <math>\leq 2</math> en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos; expresa polinomios de grado 2 como la multiplicación de polinomios de grado 1. (I.4.)</p>	<p><b>ANTICIPACIÓN</b></p> <p><b>Técnica:</b> preguntas y respuestas.</p> <p><b>Instrumento:</b> lluvia de ideas.</p> <p><b>Técnica:</b> análisis de la destreza y el tema.</p> <p><b>Instrumento:</b> texto del estudiante.</p> <p><b>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO:</b></p> <p><b>Técnica:</b> aprendizaje cooperativo.</p> <p><b>Instrumento:</b> formación de equipos.</p> <p><b>Técnica:</b> PEA mediante recursos didácticos manipulables.</p> <p><b>Instrumento:</b> ejemplares de recursos didácticos (caja de polinomios, circunferencia de</p>
--	---	--	--	--



	<p><b>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ubicar a los estudiantes en forma de para que no se den la espalda y todos puedan mirarse.</li> <li>• Exploración del tema (polinomios), en las páginas 58 y 59 del texto del estudiante.</li> <li>• Formar pares entre los estudiantes y elaborar una tabla en la que determinen el coeficiente, la parte literal y el grado absoluto de los siguientes monomios.</li> </ul> <p>2mn</p> <p><math>3x^2y^3</math></p> <p><math>3z^5</math></p> <p><math>\frac{1}{9}mn^2</math></p> <p>45y</p>			<p>polinomios y el ábaco de polinomios).</p> <p><b>CONSOLIDACIÓN:</b></p> <p><b>Técnica:</b> participación anónima por parte de los estudiantes.</p> <p><b>Instrumento:</b> respuestas en los pedazos de cartulina.</p> <p><b>Técnica:</b> trabajo autónomo.</p> <p><b>Instrumento:</b> Elaboración de material didáctico.</p>
--	---	--	--	--



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Con base en el número de términos determine si son binomios, trinomios o polinomios.</li> </ul> $x^2 + y^2m$ $ab^3 + 4n^2m + \frac{6}{5}z - 3$ $46ac^3 + n^4mx + 35$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formar grupos de tres estudiantes y realizar los ejercicios 4, 5, 6 y 7 de la página 60.</li> <li>• Presentar a los estudiantes 3 modelos de material didáctico como una opción para el aprendizaje del tema de polinomios. (de preferencia presentarlos en un material de madera para una mejor manipulación).</li> <li>• Explicarles que su elaboración es sencilla y que no requiere de un gasto elevado.</li> </ul>			
--	--	--	--	--



- Explicarles lo que representan los cuadrados de la figura 1 y las fichas de las figuras 2 y 3; sin olvidar los colores ya que éstos representan si la expresión es positiva o negativa.
- Relacionar y representar los ejercicios que se resolvieron anteriormente con los ejemplares de material didáctico.





$$p = -2x^2 + 3x - 1$$

$$q = 3x - 4 + 2x^3 - 3x^2$$

$$\textcircled{1} p + q = 2x^3 - 4x^2$$

$$\textcircled{2} p - q =$$



### CONSOLIDACIÓN

- Realizar los ejercicios de la página 60, partiendo del número 8 en adelante.
- Elaborar los dos primeros ejemplares de material didáctico con el material de



	<p>su preferencia 8madera, cartón, cartulina).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Responder en una tarjeta de manera anónima las siguientes preguntas:</li> <li>✓ ¿Qué información obtuvo de esta clase?</li> <li>✓ ¿Qué información no necesita de esta clase?</li> <li>✓ ¿Cómo le pareció la distribución para la clase? (ubicación en forma de U, trabajo en pares, trabajo en tríos).</li> <li>✓ ¿Qué criterio puede dar de los ejemplares de material didáctico que se presentaron?</li> <li>✓ ¿Qué expectativas tiene para la siguiente clase?</li> </ul>			
<b>ELABORADO</b>		<b>REVISADO</b>		<b>APROBADO</b>
<b>Docente:</b>		<b>Director del área:</b>		<b>Vicerrector:</b>
<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>
<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>



<b>PLAN DE UNIDAD DIDÁCTICA</b>
---------------------------------

<b>1. DATOS INFORMATIVOS:</b>
-------------------------------



ÁREA	MATEMÁTICAS	ASIGNATURA	MATEMÁTICAS				AÑO LECTIVO 2019-2020		
DOCENTE	JUAN CARLOS SIBRI MARLON JAVIER SUQUITANA	GRADO/CURSO	NOVENO	NIVEL EDUCATIVO	EGB				
Nº DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN	2	TÍTULO DE LA UNIDAD	POLINOMIOS		Nº DE PERÍODOS	2	TIEMPO	INICIO	FINAL
<b>OBJETIVOS DE LA UNIDAD:</b> Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2. Emplear las operaciones con polinomios de grado $\leq 2$ en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos. - Expresar polinomios como la multiplicación de polinomios. - Solucionar expresiones numéricas y algebraicas con productos notables									
<b>2. PLANIFICACIÓN</b>									
<b>CRITERIOS DE EVALUACIÓN.</b> CE.M.4.2. Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas de las operaciones en R y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones, ecuaciones y sistemas de inecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la notación y la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.									
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>		Protección y cuidado del Medio Ambiente							
Destrezas con criterios de desempeño a ser desarrolladas:		Estrategias metodológicas		Recursos		EVALUACIÓN			
						Indicadores de evaluación de la unidad		Técnicas e instrumentos de evaluación	

<ul style="list-style-type: none"> <li>Operar con polinomios de grado <math>\leq 2</math> en ejercicios numéricos y algebraicos. Ref. M.4.1.24.</li> <li>Aplicar las propiedades algebraicas de los números enteros en la suma y multiplicación de polinomios Ref. M.4.1.9.</li> </ul>	<p><b>ANTICIPACIÓN</b> Lluvia de ideas en base al tema anterior. Lectura de las respuestas anónimas de los estudiantes. Opinión y participación de todos los estudiantes en torno a esta actividad de las respuestas anónimas. Presentación y análisis de la destreza y el tema de la clase.</p> <p><b>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Analizar la información sobre el tema, disponible en las páginas 62 y 63 del texto de matemáticas de 9no.</li> <li>Pedir a los estudiantes que saquen el material didáctico que tienen realizado (caja de polinomios y circunferencia de polinomios).</li> <li>Explicación del uso de los materiales didácticos para la comprensión y solución de sumas y restas con polinomios, mediante los siguientes ejercicios: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>(2x + 5) + (x^2 + 3)</math></li> <li><math>(x^2 - 2x - 7) - (5x - 4)</math></li> </ul> </li> </ul>	<p>Pizarra Marcadores Texto del estudiante</p> <p>Texto del estudiante Material didáctico (caja de polinomios y circunferencia de polinomios)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>I.M.4.2.1. Emplea las operaciones con polinomios de grado <math>\leq 2</math> en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos; expresa polinomios de grado 2 como la multiplicación de polinomios de grado 1. (I.4.)</li> </ul>	<p><b>ANTICIPACIÓN</b> <b>Técnica:</b> análisis de información <b>Instrumento:</b> destreza y tema de clase presente en el texto del estudiante.</p> <p><b>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO</b> <b>Técnica:</b> análisis <b>Instrumento:</b> texto del estudiante. <b>Técnica:</b> Resolución de ejercicios. <b>Instrumento:</b> Ejercicios propuestos</p> <p><b>CONSOLIDACIÓN</b> <b>Técnica:</b> exposición <b>Instrumento:</b> Material didáctico (caja de polinomios y circunferencia de polinomios) <b>Técnica:</b> resolución de ejercicios <b>Instrumento:</b> texto del estudiante.</p>
--	--	---	---	--



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Encontrar la expresión algebraica que representa el perímetro de la siguiente figura:  <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid gray; background-color: #cccccc; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"><math>(x^2 + 3x + 2)</math> cm</div> <div style="border: 1px solid gray; background-color: #4a90e2; width: 150px; height: 120px; margin: 10px auto; position: relative;"> <div style="border: 1px solid gray; background-color: #cccccc; padding: 5px; width: fit-content; position: absolute; left: -40px; top: 50%; transform: translateY(-50%);"><math>(5x + 3)</math> cm</div> </div> </div> </li> <li>• Formar grupos de 4 estudiantes y resolver las literales a, b y c de las activas 2 y 3 de la página 64 del texto.  <b>CONSOLIDACIÓN.</b> </li> <li>• Escoger uno de los ejercicios realizados y compartir con todos los estudiantes de la clase el procedimiento que siguió con el material didáctico para resolverlo. (suma o resta).  Con el uso del material didáctico que disponen, resolver los ejercicios restantes de la página 64. </li> </ul>	<p>Texto del estudiante Material didáctico (caja de polinomios y</p>		
--	--	--	--	--



**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN**

		circunferencia de polinomios		
<b>ELABORADO</b>		<b>REVISADO</b>		<b>APROBADO</b>
<b>Docente:</b>		<b>Director del área:</b>		<b>Vicerrector:</b>
<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>
<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>

PLAN DE UNIDAD DIDÁCTICA							
1. DATOS INFORMATIVOS:							
ÁREA	MATEMÁTICAS	ASIGNATURA		MATEMÁTICAS	AÑO LECTIVO		
	JUAN CARLOS SIBRI MARLON JAVIER SUQUITANA	GRADO/CURSO	NOVENO	NIVEL EDUCATIVO	EGB		
	2	POLINOMIOS			2	TIEMPO	INICIO FINAL



N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN		TÍTULO DE LA UNIDAD		N° DE PERÍODOS				
<p><b>OBJETIVOS DE LA UNIDAD:</b>            Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2.            Emplear las operaciones con polinomios de grado <math>\leq 2</math> en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos.            - Expresar polinomios como la multiplicación de polinomios.            - Solucionar expresiones numéricas y algebraicas con productos notables</p>								
<p><b>2. PLANIFICACIÓN</b></p>								
<p><b>CRITERIOS DE EVALUACIÓN.</b>            CE.M.4.2. Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas de las operaciones en R y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones, ecuaciones y sistemas de inecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la notación y la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.</p>								
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>		<b>Protección y cuidado del Medio Ambiente</b>						
<b>Destrezas con criterios de desempeño a ser desarrolladas:</b>	<b>Estrategias metodológicas</b>	<b>Recursos</b>	<b>EVALUACIÓN</b>					
			<b>Indicadores de evaluación de la unidad</b>	<b>Técnicas e instrumentos de evaluación</b>				





y explicar la forma en la que se resuelve con este modelo de material didáctico, a través de los siguientes ejercicios:

- $(2ax) \times (3x^2)$
- $(x^2 + 2y + 7) \times (5x - 4)$
- Encontrar la expresión algebraica que representa el área de la siguiente figura:

$(2x + 7)$  cm

$(x^2 + 3x + 2)$  cm

**CONSOLIDACIÓN**

Texto del  
estudiante

comprensión de la división de polinomios.

**Instrumento:**

cartulina, cartón o madera.

Técnica: Búsqueda de información.

Instrumento: fuentes de internet.



	<p>Formar grupos de 3 estudiantes y realizar una síntesis de lo visto hasta ahora en las clases, es decir explicar el procedimiento de la suma, resta y multiplicación de la con la manipulación del material didáctico que se ha utilizado.</p> <p>Resolver los ejercicios restantes de la página 70.</p> <p>Encargar a los estudiantes la búsqueda de información acerca del material didáctico ábaco de polinomios.</p>	Material didáctico (caja de polinomios)		
<b>ELABORADO</b>		<b>REVISADO</b>		<b>APROBADO</b>
<b>Docente:</b>		<b>Director del área:</b>		<b>Vicerrector:</b>
<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>
<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>



PLAN DE UNIDAD DIDÁCTICA									
1. DATOS INFORMATIVOS:									
ÁREA	MATEMÁTICAS		ASIGNATURA	MATEMÁTICAS				AÑO LECTIVO	
	JUAN CARLOS SIBRI								
DOCENTE	MARLON JAVIER SUQUITANA		GRADO/CURSO	NOVENO	NIVEL EDUCATIVO	EGB			
Nº DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN	2	TÍTULO DE LA UNIDAD	POLINOMIOS		Nº DE PERÍODOS	2	TIEMPO	INICIO	FINAL
<b>OBJETIVOS DE LA UNIDAD:</b>									
<p>M.4.1.23. Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2.</p> <p>Emplear las operaciones con polinomios de grado <math>\leq 2</math> en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresar polinomios como la multiplicación de polinomios.</li> <li>- Solucionar expresiones numéricas y algebraicas con productos notables</li> </ul>									
<b>2. PLANIFICACIÓN</b>									
<b>CRITERIOS DE EVALUACIÓN.</b>									
CE.M.4.2. Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas de las operaciones en R y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones, ecuaciones y sistemas de inecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la notación y la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.									
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>		<b>Protección y cuidado del Medio Ambiente</b>							



Destrezas con criterios de desempeño a ser desarrolladas:	Estrategias metodológicas	Recursos	EVALUACIÓN	
			Indicadores de evaluación de la unidad	Técnicas e instrumentos de evaluación
<ul style="list-style-type: none"> <li>Operar con polinomios de grado <math>\leq 2</math> en ejercicios numéricos y algebraicos. Ref. M.4.1.24.</li> </ul>	<p><b>ANTICIPACIÓN</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Cambiar el ambiente de aprendizaje (del aula al graderío del coliseo)</li> <li>En su cuaderno de trabajo complete la siguiente información:               <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Una expresión algebraica es:</li> <li>✓ Un polinomio se diferencia de un monomio porque:</li> <li>✓ ¿De qué maneras puedo realizar el procedimiento para resolver las operaciones hasta ahora vistas? (caja de polinomios, circunferencia de polinomios)</li> <li>✓ ¿Se puede realizar la multiplicación de polinomios con el material didáctico circunferencia de polinomios?</li> </ul> </li> <li>Presentar y analizar la destreza y el tema de la clase.</li> </ul> <p><b>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO</b></p>	<p>Cuaderno de trabajo Texto del estudiante Texto del estudiante Material didáctico (ábaco de polinomios) Piedritas, plásticos tapas de botella, palillos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>I.M.4.2.1. Emplea las operaciones con polinomios de grado <math>\leq 2</math> en la solución de ejercicios numéricos y algebraicos; expresa polinomios de grado 2 como la multiplicación de polinomios de grado 1. (I.4.)</li> </ul>	<p><b>ANTICIPACIÓN</b> <b>Técnica:</b> retroalimentación de información <b>Instrumento:</b> Preguntas</p> <p><b>Construcción del conocimiento</b> <b>Técnica:</b> análisis del estudiante. <b>Instrumento:</b> texto del estudiante. <b>Técnica:</b> participación activa <b>Instrumento:</b> información recogida por los estudiantes. <b>Técnica:</b> exposición <b>Instrumento:</b> ejercicios propuestos por los estudiantes. <b>Técnica:</b> elaboración de material didáctico para el aprendizaje.</p>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar la información sobre el tema, disponible en las páginas 76 y 77 del texto de matemáticas de 9no.</li> <li>• Escuchar la información que obtuvieron los estudiantes acerca del material didáctico ábaco de polinomios.</li> <li>• Presentar el modelo del material didáctico y explicar su uso en la resolución de las divisiones de polinomios.</li> <li>• Los estudiantes proponen</li> </ul>  <p>ejercicios y pasan a resolverlos al frente, de manera que todos puedan ver el procedimiento que utilizan su compañero expositor, en caso de tener dificultades la docente los guiará.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En pares y con los recursos disponibles en este ambiente</li> </ul>			<p>Instrumento: recursos disponibles (pedritas, plásticos tapas de botella,).</p> <p><b>CONSOLIDACIÓN</b></p> <p><b>Técnica:</b> Resolución de ejercicios</p> <p><b>Instrumento:</b> ejercicios del texto.</p>
--	--	--	--	--



	<p>(piedritas, plásticos tapas de botella, palillos) de aprendizaje, se elabora el ábaco de polinomios, potencializando así la creatividad.</p> <p><b>CONSOLIDACIÓN</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes le dan un valor de expresión algebraica a los objetos que encuentren a su alrededor y proceden a resolverlo.</li> <li>• Resolver los ejercicios 1, 2 y 3 de la página 77.</li> </ul>			
<b>ELABORADO</b>		<b>REVISADO</b>		<b>APROBADO</b>
<b>Docente:</b>		<b>Director del área:</b>		<b>Vicerrector:</b>
<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>		<b>Firma:</b>
<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>		<b>Fecha:</b>

## 6. CONCLUSIONES

Mediante el trabajo realizado se concluye que:

En esta investigación se realizó un diagnóstico con instrumentos de tipo cualitativo. Esto sirvió para determinar que la falta de estrategias promueve un ambiente sin interés por el aprendizaje de los polinomios en los estudiantes.

Mediante la fundamentación teórica se considera a la comprensión como un punto importante dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, debido a que al desarrollarla, posteriormente el estudiante puede plantear y resolver un problema, por tal motivo el uso de estrategias como el material didáctico es de gran apoyo para este proceso. Acorde a esto se describe el modelo de Polya y Van Hiele, los cuales mencionan niveles por los que los estudiantes deben pasar para alcanzar el aprendizaje de polinomios.

La propuesta que se presenta en base a tipos de material didáctico como la caja de polinomios, la circunferencia de polinomios y el ábaco de polinomios despierta el interés en los estudiantes por aprender con materiales manipulables, no solo en estudiantes de noveno año sino también de décimo para mejorar las dificultades de comprensión matemática. De esta forma se responde a la pregunta de investigación ¿Cómo contribuir a la comprensión matemática de polinomios, en los estudiantes del noveno año de EGB de la UE “República del Ecuador”?



La propuesta didáctica tiene relevancia debido a que los docentes lo pueden utilizar como una estrategia de enseñanza para la comprensión de diversos temas en el ámbito matemático, como se la utilizo en el tema de polinomios. Además, es inclusiva, puesto que todos los estudiantes pueden elaborar este tipo de material didáctico y aprender con él, ya que se lo puede elaborar con material reciclable, es decir no es necesario gastar grandes cantidades para su creación.

### **7. RECOMENDACIONES:**

- Tomar en cuenta el tiempo de acuerdo a las estrategias de aprendizaje que se realice debido a que la atención de los estudiantes es en ocasiones limitada.
- Los docentes pueden utilizar estrategias como material didáctico en las clases virtuales promoviendo un ambiente adecuado y generando interés en los estudiantes.
- Se recomienda también que, se realice reuniones entre profesores para socializar que tipo de estrategias que están utilizando y que resultados han dado, para que así todos los docentes trabajen mancomunadamente con el fin de fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje en los centros educativos.
- Fomentar los trabajos grupales con el fin de conseguir el intercambio de conocimientos, logrando de esta manera, que el estudiante que comprendió el tema pueda compartir sus conocimientos a sus compañeros de grupo.



## 8. Bibliografía

Alba Cobos, L. A, García Cárdenas, M., & Hernández Amaro, L. E. (2019, 12 agosto). Repositorio Digital de la Universidad Nacional de Educación: El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios.

Recuperado 19 febrero, 2020, de

<http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/1106>

Albert, M. (2007). *La investigación educativa*. Madrid, España: McGraw-Hill

Aragón Caraveo, Eduardo, & Castro Ling, Cynthia C., & Gómez Heredia, Blas Alberto, & González Plascencia, Rafael (2009). Objetos de aprendizaje como recursos didácticos para la enseñanza de matemáticas. *Apertura*, 1(1). [fecha de Consulta 25 de Julio de 2020]. ISSN: 1665-6180.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/comocitar.oa?id=68820815008>

Ararat Nieva, L. P., Nieva Carabalí, A. C., & Nieva Carabalí, M. (2014). *Material didáctico para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en transición de séptimo a octavo grado de la institución educativa Sagrado Corazón*.



Recuperado de:

<http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/844/Laura%20Paola%20Ararat%20Nieva.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Arcila Mendoza, P. A., Mendoza Ramos, Y. L., Cañon Ortiz, Óscar E., & Jaramillo, J. M. (2010). Comprensión del significado desde Vygotsky, Bruner y Gergen. *Diversitas*, 6(1), 37-49.

Recuperado de: <https://doi.org/10.15332/s1794-9998.2010.0001.03>

Arroyo, G. C. (2014). *Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia*. Uniciencia, 28(2), 15-44.

Babini, J., & Pastor, J. R. (2013). *Historia de la matemática 1: de la Antigüedad a la Baja Edad Media* (2ª ed.). Barcelona, España: GEDISA.

Baldor, A. (2005). *Álgebra: Baldor* (Primera edición ed.). Grupo Editorial Patria.

Bandura, A. (1987). *Pensamiento y acción: fundamentos sociales*. Barcelona-España: Martínez Roca.



Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=179081>

Barcenilla, F. R. M. (2014, 16 diciembre). *Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*. UVaDOC Repositorio Documental de la Universidad de Valladolid.

Recuperado de: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/7619>

Blanco, B., & Blanco, L. (20 de 6 de 2009). *Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria*.

Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/3513/1/Blanco2009ContextosNumeros71.pdf>

Bruner, J.S. (1975). *Early social interaction and language acquisition*. London: Academic Press.

Recuperado de:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0271530981900100>

Caguana Segarra, T. M, Rea Alvear, S. P, & Panamá Criollo, G. W. (2019, 18 agosto). Repositorio Digital de la Universidad Nacional de Educación: Método Singapur para el desarrollo de destrezas de la unidad "Semejanza y medición".

Recuperado 19 febrero, 2020, de: <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/1082>



Camarena Gallardo, Patricia (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa*, 9(46),15-25. [fecha de Consulta 1 de Septiembre de 2020]. ISSN: 1665-2673.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=179414894003>

Cerezo-Bautista, Ana María, & Hernández-Álvarez, Julia. (2008). Formando docentes, una experiencia desde el constructivismo. *Aquichan*, 8(1), 64-73.

Recuperado Septiembre 1 de 2020, de:

[http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1657-59972008000100006&lng=en&tlng=es](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-59972008000100006&lng=en&tlng=es).

Cerezal, J. y Fiallo, J. (2005). *¿Cómo investigar en pedagogía?* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación

Cerezo-Bautista, Ana María, & Hernández-Álvarez, Julia. (2008). Formando docentes, una experiencia desde el constructivismo. *Aquichan*, 8(1), 64-73.

Recuperado de:

[http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1657-59972008000100006&lng=en&tlng=es](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-59972008000100006&lng=en&tlng=es)



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN

Delval, Juan (2001). Hoy todos son constructivistas. *Educere*, 5(15),353-359.

[fecha de Consulta 1 de Octubre de 2020]. ISSN: 1316-4910.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35651520>

Elliot, J. (2010). *La investigación- acción en educación*. Madrid, España: Morata

Equipo Cultural, & Carreño González, I. (2008). *Metodologías del aprendizaje* (2008 Madrid ed.). CULTURAL.

EU República del Ecuador. (02 de Mayo de 2019). Planificación Curricular Institucional (PCI). Cuenca, Azuay, Ecuador.

Gil, D. J. G., & Luna, A. N. (2008). *Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. *Revista Complutense de educación*, 19(1), 95-112.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-6-2. [ 155 páginas; 2,6 MB]

Recuperado de: <http://www.ugr.es/local/jgodino>

Gómez, Pedro (2000). *Los organizadores del currículo en matemáticas*. *Revista EMA*, 5(3), pp. 267-277.



**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN**

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). *El Modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: Los Giros*. Educación Matemática3 (2), 49-65.

Recuperado de: <http://www.revista-educacion-matematica.mx/descargas/vol3/vol3-2/vol3-2-5.pdf>

Ineval y Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). (2018). Educación en Ecuador. Resultados de PISA para el Desarrollo. Recuperado de: <http://www.evaluacion.gob.ec/evaluaciones/educacion-ecuador-resultados-pisa-desarrollo/>

Instituto Nacional de Evaluación Educativa del Ecuador (INEVAL). (2017). Informe de resultados Ser Bachiller Ciclo 2014-2015.

Recuperado de: <https://cloud.evaluacion.gob.ec/dagireportes/nacional/2014-2015.pdf>

Instituto Nacional de Evaluación Educativa del Ecuador. (2017). *Informe de resultados Ser Bachiller* Ciclo 2015-2016.

Recuperado de :  
<https://cloud.evaluacion.gob.ec/dagireportes/nacional/2015-2016.pdf>

Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2017). Informe de resultados Ser Bachiller Ciclo 2016-2017.



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN

Recuperado de: <https://cloud.evaluacion.gob.ec/dagireportes/nacional/2016-2017.pdf>

Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). Informe de resultados Ser Bachiller Ciclo 2017-2018.

Recuperado de: <https://cloud.evaluacion.gob.ec/dagireportes/nacional/2017-2018.pdf>

Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2019). Informe de resultados Ser Bachiller Año Lectivo 2018-2019.

Recuperado de:  
<https://cloud.evaluacion.gob.ec/dagireportes/nacional/2018-2019.pdf>

Llorens Fuster, José Luis y Prat Villar, Mónica (2015). Extensión del Modelo de Van Hiele al concepto de área. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (45), 113-128. [Fecha de Consulta 1 de Septiembre de 2020]. ISSN: 0124-5821.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194239783009>

Londoño Cano, R. A., Jaramillo López, C. M., & Esteban Duarte, P. V. (2017). Estudio comparativo entre el modelo de van-Hiele y la teoría de Pirie y Kieren. Dos alternativas para la comprensión de conceptos matemáticos. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 9(2), 121-133.



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN

Recuperado de: <https://doi.org/10.22335/rlct.v9i2.451>

Londoño, René Alejandro (2011). *La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren*. Doctorado tesis, Universidad de Antioquia.

Meel, David E. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la Teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 6 (3), 221-278.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33560303>

Ministerio de Educación del Ecuador. (2010). ACTUALIZACIÓN Y FORTALECIMIENTO CURRICULAR DE LA EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA. Quito, Ecuador: S.E.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2019, 18 septiembre). Currículo de los Niveles de Educación Obligatoria del Subnivel Superior.

Recuperado 19 febrero, 2020, de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/09/EGB-Superior.pdf>

Mochón, Simón, & Morales Flores, Melchor. (2010). En qué consiste el "conocimiento matemático para la enseñanza" de un profesor y cómo fomentar su



desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación matemática*, 22(1), 87-113.

Recuperado en 01 de septiembre de 2020, de

[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262010000100005&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262010000100005&lng=es&tlng=es).

Moreno Durán, Álvaro y Peña Rodríguez, Faustino (2011). Piaget y Bourdieu: elementos teóricos para una pedagogía ciudadana. *Revista Colombiana de Educación*, (60), 151-162. [Fecha de Consulta 11 de junio de 2020]. ISSN: 0120-3916.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413635253010>

Mota, Dorenis Josefina; Arrieche, Mario José (2012). *Significados institucionales de referencia de los polinomios en educación media general*. En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 245-253). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Murillo, F. J., Román, M., & Atrio, S. (2016). Los recursos didácticos de matemáticas en las aulas de educación primaria en América Latina: Disponibilidad e incidencia en el aprendizaje de los estudiantes. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 24(67).

Recuperado de: <http://dx.doi.org/10.14507/epaa.24.2354>



Moreno, M. Z. Á. (2019). El teorema de Pitágoras en el marco del modelo de Van Hiele. *Zona Próxima*, (30).

Recuperado de :

<https://search.proquest.com/openview/539888c7e2b23fe98985874047854166/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2027435>

Mieles, M. M. B., & Montero, K. L. K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, 10(2), 7-19.

Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4496526>

Meneses Espinal, M. L., & Peñaloza Gelves, D. Y. (2017). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas en estudiantes de los grados tercero y cuarto del Colegio Municipal Aeropuerto.

Recuperado de: <https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2369>

Manrique Orozco, A. M., & Gallego Henao, A. M. (30 de Octubre de 2013). *El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos*.



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN

Recuperado de:

<https://www.funlam.edu.co/revistas/index.php/RCCS/article/view/952/874>

Ochoviet, C. (2014). *De la Resolución de Ecuaciones Polinómicas al Algebra Abstracta: un Paseo a Través de la Historia*. Revista Digital: Matemática, Educación E Internet, 8(1).

Recuperado de: <https://doi.org/10.18845/rdmei.v8i1.2049>

Piaget, J. (1990). *La equilibración de las estructuras cognoscitivas: problema central del desarrollo*. Madrid: Siglo XXI de España Editores.

Recuperado de: <https://desarmandolacultura.files.wordpress.com/2018/04/piaget-jean-la-equilibracion-de-las-estructuras-cognitivas.pdf>

Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (No. 04; QA11, P6.). México: Trillas

Rabecq, M. M. (1957, diciembre). *Juan Amos Comenius apóstol de la educación moderna y de la comprensión internacional*.

Recuperado 19 febrero, 2020, de

<http://unesdoc.unesco.org/images/0006/000679/067956so.pdf>



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN

Rodríguez López, J. L., & Yangali Vicente, J. S. (2016). Aplicación del método PÓLYA para mejorar el rendimiento académico de matemática en los estudiantes de secundaria

Recuperado de: <https://repositorio.uide.edu.ec/handle/37000/3695>

Salgado Gómez, N. A. (Mayo de 2014). *El uso de material concreto en la enseñanza de la matemática.*

Recuperado de:

<http://repositorio.usfq.edu.ec/bitstream/23000/3140/1/000110337.pdf>

Sinitsky, I. (2003). Pre-algebra combinatorial problems and algorithms in Primary School Mathematics [Problemas de pre-álgebra combinatoria y algoritmos en la Escuela]. En Mariotti, M. Third Conference of European Society for Research In Mathematics Education. Simposio llevado a cabo en la conferencia de European Research in Mathematics Education ,Italia.

Recuperado de: [https://www.mathematik.uni-](https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG6/TG6_sinitsky_cerme3.pdf)

[dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG6/TG6\\_sinitsky\\_cerme3.pdf](https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG6/TG6_sinitsky_cerme3.pdf)

Universidad Abierta Para Adultos - UAPA. (2017, 24 mayo). *Recursos Didácticos* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=48oaXo09loI>

Universidad Nacional de Educación. (2020). *Educación Básica* .



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN

Recuperado de: <https://unae.edu.ec/oferta/educacion-basica/?portfolioCats=12>

Vargas Vargas, Gilberto, & Gamboa Araya, Ronny (2013). El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1),74-94. [fecha de Consulta 14 de mayo de 2020]. ISSN:

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475947762005>

Vázquez, S. M. (2016, 11 octubre). *Innovaciones en la formación en matemáticas y su didáctica de los maestros en el primer tercio del siglo XX: aportación del movimiento normalista español (1923-1936)*. Gestión del Repositorio Documental de la Universidad de Salamanca (GREDOS).

Recuperado de: <https://gredos.usal.es/handle/10366/130796>

Vielma, Elma, & Salas, María Luz (2000). Aportes de las teorías de Vygotsky, Piaget, Bandura y Bruner. Paralelismo en sus posiciones en relación con el desarrollo. *Educere*, 3(9),30-37.[fecha de Consulta 31 de Agosto de 2020]. ISSN: 1316-4910.

Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35630907>

Villarroel Solís, J. M., & Mazo Barrera, N. M. (2020). La caja de polinomios y el método tradicional: dos alternativas didácticas para la enseñanza de la



multiplicación y la división de polinomios. *Tecné, Episteme Y Didaxis: TED*, (47).

Recuperado de: <https://doi.org/10.17227/ted.num47-11481>

Vygotsky, L.S. (1962). *Thought and Language*. Cambridge: The MLT Press.

Recuperado de: <https://www.worldcat.org/title/thought-and-language/oclc/316164>

Zúñiga, C. M. (2010, 15 febrero). *Lo que la investigación sabe acerca del uso de manipulativos virtuales en el aprendizaje de la matemática | Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Portal de Revistas de la Universidad de Costa Rica.

Recuperado de: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6926>

Vidal, M. T. B., Font, T. C., Jiménez, J. E. G., Madruga, J. A. G., Camacho, M. T. F., Cata, N. R., ... & Bitlloch, M. T. (2002). *La resolución de problemas en matemáticas* (Vol. 12). Grao.

Recuperado de:

<https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=FKp7FxS3dnAC&oi=fnd&pg=PA14&dq=Compre>



[nsi%C3%B3n+de+problemas+en+matematicas&ots=7Y-](#)

[vhmuHM6&sig=veq1OI1CWK19MnSn0Q3A2HzFz-](#)

[I#v=onepage&q=Comprensi%C3%B3n%20de%20problemas%20en%20matematicas&f=false](#)

### Videos

Builes Gómez, Juan Guillermo. [Magia Matemática]. (2014, Octubre 15). Suma y resta de polinomios en ábaco plano.

Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=Fwj5G6k2NJ8&t=268s>

Builes Gómez, Juan Guillermo. [Magia Matemática]. (2014, Noviembre 1). Divide polinomios en ábaco plano.

Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=mHdDGTyOs24&t=73s>



## 9. ANEXOS

### **Anexo1:** encuesta

Estimado (a) estudiante:

Los estudiantes practicantes de la Universidad Nacional de Educación (UNAE), estamos realizando la presente encuesta, con el fin de recolectar información para la elaboración de nuestro proyecto de titulación. De antemano agradecemos su colaboración.

Fase 1

Datos informativos:

¿Cuántos años tiene?

Marque con una cruz

1. Soy niño

2. Soy niña



## Fase 2

1. ¿En qué aspectos matemáticos tiene usted dificultad?
    - a. comprensión de problemas y ejercicios
    - b. planteamiento de problemas y ejercicios
    - c. resolución de problemas y ejercicios
    - d. ninguno
  
  2. ¿De qué manera se desarrolla el proceso enseñanza aprendizaje en su aula de clases? (¿Cómo aprende?)
    - a. mediante el uso de material didáctico
    - b. mediante el uso de la tecnología
    - c. mediante clases magistrales (la docente da las clases en el pizarrón)
    - d. mediante trabajos grupales
    - e. otros (especifique)
  
  3. ¿De qué manera le gustaría recibir las clases en su aula?
    - a. mediante el uso de material didáctico
    - b. mediante el uso de la tecnología
    - c. mediante clases magistrales (la docente da las clases en el pizarrón)
    - d. mediante trabajos grupales
    - e. otros (especifique)
- 
-



**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN**

4. En mayor parte, ¿Cómo adquiere usted los conocimientos algebraicos en matemáticas?

- a. aprendo en base a memorización de conceptos, reflexión y experimentos
- b. aprendo en base a la memorización de conceptos pero no analizó ni experimento.
- c. aprendo en base al análisis y experimentación pero no mediante la memorización

**Anexo 2:** Guía de observación

**Guía de observación de las clases de matemáticas (tema de polinomios)**

**Escala valorativa:** Muy Satisfactorio, Satisfactorio, Poco satisfactorio, nada satisfactorio

<b>GUÍA DE OBSERVACIÓN</b>		
<b>Objetivo:</b> determinar cómo se llevan las clases de Matemáticas (polinomios) para detectar aspectos a mejorar.		
<b>Fecha:</b> Noviembre del 2019		
<b>Indicador</b>	<b>Valoración</b>	<b>Observaciones</b>



<p>Nivel pre descriptivo</p> <p><b>(Van hiele)</b></p>	<p><b>Satisfactorio</b></p>	<p>Se realizan actividades de conocimientos previos en la mayoría de las clases. Sin embargo se evidencia los vacíos existentes en los estudiantes, referente al tema de polinomios.</p>
<p>Reconocimiento visual</p> <p><b>(Van hiele)</b></p>	<p><b>Poco satisfactorio</b></p>	<p>Escasamente se evidencia en las clases el uso de material didáctico para que los estudiantes puedan visualizarlo y posteriormente tener una mejor comprensión del tema que se trata.</p>
<p>Análisis</p> <p><b>(Van hiele)</b></p>	<p><b>Poco satisfactorio</b></p>	<p>El proceso de enseñanza aprendizaje se lo realiza de manera que el estudiante memorice conceptos para luego resolver los ejercicios, causando el olvido de éstos conceptos en clases o evaluaciones posteriores.</p>



<p>Deducción informal u orden</p> <p><b>(Van hiele)</b></p>	<p><b>Poco satisfactorio</b></p>	<p>Los estudiantes interaccionan escasamente con la docente y al no tener un material de apoyo en su aprendizaje no comprenden a fondo sobre el tema de polinomios.</p>
<p>Deducción</p> <p><b>(Van hiele)</b></p>	<p><b>Poco satisfactorio</b></p>	<p>No se propone ejercicios para ser resueltos en la pizarra junto a sus compañeros, sino más bien reciben información que a veces por la falta de atención y de recursos didácticos no logran comprender.</p>
<p>Nivel de rigor</p> <p><b>(Van hiele)</b></p>	<p><b>Poco satisfactorio</b></p>	<p>No se presenta ni se realiza ningún tipo de material didáctico para ser utilizado en el tema de polinomios.</p>
<p>Comprensión del problema</p> <p><b>(Polya)</b></p>	<p><b>Poco satisfactorio</b></p>	<p>Se distinguen actividades de motivación, sin embargo no se logra captar la atención suficiente del estudiante para comprender los temas relacionados con los polinomios.</p>



Planteamiento del problema  <b>(Polya)</b>	<b>Poco satisfactorio</b>	En base a que los estudiantes pierden la atención a la clase por falta de recursos llamativos para aprender los temas de polinomios no se observa un correcto desarrollo del planteamiento del problema.
Resolución del problema  <b>(Polya)</b>	<b>Poco satisfactorio</b>	La resolución de los problemas que presentan los estudiantes en la mayoría de casos es incorrecta porque no han comprendido el tema.
Visión retrospectiva  <b>(Polya)</b>	<b>Poco satisfactorio</b>	No existen puntos de vista satisfactorios acerca del tema de polinomios sino más bien surgen dudas de cómo resolver estos ejercicios.

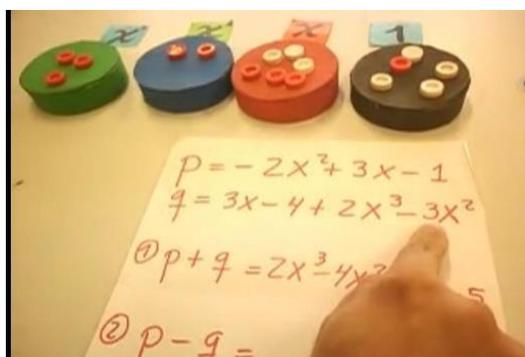


UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN

**Anexo 3:** material didáctico (caja de polinomios)



**Anexo 4:** material didáctico (circunferencia de polinomios)



**Anexo 5:** material didáctico (ábaco de polinomios)



**Anexo 6:** imágenes de del material didáctico caja de polinomios presentada en una feria de saberes en la unidad educativa “República del Ecuador”







**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN**



**UNAE**

## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Certificado para Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial

---

**Carrera de: Educación Básica**

**Itinerario Académico en: Pedagogía de la Matemática**

Yo, Juan Carlos Sibri Sibri, en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial “Estrategia didáctica constructivista para la comprensión de polinomios en el noveno año de EGB de la Unidad Educativa República del Ecuador”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNAE para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Azogues, 02 de septiembre de 2020

Juan Carlos Sibri Sibri

C.I: 0302479985



**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN**



**UNAE**

## Cláusula de Propiedad Intelectual

Certificado para Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial

---

Carrera de: Educación Básica

Itinerario Académico en: Pedagogía de la Matemática

Yo, Juan Carlos Sibri Sibri, autor del Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial “Estrategia didáctica constructivista para la comprensión de polinomios en el noveno año de EGB de la Unidad Educativa República del Ecuador”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Azogues, 02 de septiembre de 2020

Juan Carlos Sibri Sibri

C.I: 0302479985



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el  
Repositorio Institucional

Certificado para Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial

**Carrera de:** Educación Básica

Itinerario Académico en: Pedagogía de la Matemática

Yo, Marlon Javier Suquitana Alvarez, en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial "Estrategia didáctica constructivista para la comprensión de polinomios en el noveno año de EGB de la Unidad Educativa República del Ecuador", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNAE para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Azogues, 02 de septiembre de 2020

*r = Vot t/2*

Marlon Javier Suquitana Alvarez

C.I: 0302110135



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN



UNAE

Cláusula de Propiedad Intelectual  
Certificado para Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad  
Presencial

---

**Carrera de:** Educación Básica

Itinerario Académico en: Pedagogía de la Matemática

Yo, Marlon Javier Suquitana Alvarez, autor del Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial "Estrategia didáctica constructivista para la comprensión de polinomios en el noveno año de EGB de la Unidad Educativa República del Ecuador", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Azogues, 02 de septiembre de 2020

---

$$r = vt + \frac{1}{2}at^2$$

Marlon Javier Suquitana Alvarez

C.I: 0302110135



**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN**



**UNAE**

## Certificado del Tutor

Certificado para Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial

---

Carrera de: Educación Básica

Itinerario Académico en: Pedagogía de la Matemática

Yo, David Olivier Denis Choin, tutor del Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial denominado “Estrategia didáctica constructivista para la comprensión de polinomios en el noveno año de EGB de la Unidad Educativa “República del Ecuador”” perteneciente a los estudiantes: Juan Carlos Sibri Sibri con C.I. 0302479985, Marlon Javier Suquitana Álvarez con C.I. 0302110135. Doy fe de haber guiado y aprobado el Trabajo de Integración Curricular. También informo que el trabajo fue revisado con la herramienta de prevención de plagio donde reportó el 10 % de coincidencia en fuentes de internet, apegándose a la normativa académica vigente de la Universidad.

Azogues, 02 de septiembre de 2020

David Olivier Denis Choin

C.I: 1754858593