

# Superficies regladas en GeoGebra como vínculo entre la Matemática y la Arquitectura

## Ruled surfaces in GeoGebra as a link between Mathematics and Architecture

Andrés Esteban Merino Toapanta<sup>14</sup>

Mario Edmundo Cueva Almeida<sup>15</sup>

Cristian Andrés Guachamín Arguello<sup>16</sup>

### Resumen

Se presenta una experiencia educativa desarrollada con alumnos de la asignatura de Matemática del primer nivel de la carrera de Arquitectura durante el segundo periodo del año 2019, en la cual, se aplicó conceptos de Geometría Analítica utilizando GeoGebra. Específicamente, se

---

<sup>14</sup> Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador.  
[aemerinot@puce.edu.ec](mailto:aemerinot@puce.edu.ec)

<sup>15</sup> Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador.  
[mcueva522@puce.edu.ec](mailto:mcueva522@puce.edu.ec)

<sup>16</sup> Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.  
[cristian.guachamin@utalca.cl](mailto:cristian.guachamin@utalca.cl)

utilizó el concepto de parametrización de curvas en el espacio para la generación de superficies regladas, las cuales fueron utilizadas en el diseño de una propuesta arquitectónica.

*Palabras clave:* superficies regladas, parametrización, GeoGebra, arquitectura.

## **Abstract**

We present an educational experience developed with students of the subject of Mathematics at the first level of Architecture career during the second semester of 2019. The aim was to apply concepts of Analytical Geometry using GeoGebra. Specifically, the concept of parameterization of curves in space was used to generate ruled surfaces, which were used in the design of an architectural proposal.

*Keywords:* ruled surfaces, parameterization, GeoGebra, architecture.

## **Introducción**

Uno de los objetivos del estudio de la geometría es mejorar las habilidades espaciales de los estudiantes (Kaufmann, Schmalstieg y Wagner, 2000); esto se vuelve aún más importante si se trata de estudiantes de carreras en las cuales las habilidades espaciales son fundamentales como es el caso del campo de la Arquitectura. Por esta razón, la elaboración de actividades que vinculen conceptos de geometría con sus representaciones gráficas en tres dimensiones es fundamental. En la actualidad, programas como GeoGebra permiten realizar este vínculo al combinar de manera inmediata los conceptos matemáticos con sus representaciones gráficas.

Dentro de este contexto, se elaboró una actividad de aplicación con los estudiantes de la asignatura de Matemática de la carrera de Arquitectura de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), correspondiente al primer nivel, durante el segundo periodo del año 2019. Esta actividad estuvo enfocada en los conceptos de la Geometría Analítica y su aplicación para la generación de diseños arquitectónicos.

## Objetivos

La finalidad de la experiencia fue utilizar conceptos matemáticos en el diseño de una propuesta arquitectónica y visualizar la misma en GeoGebra, para esto, se establecieron los siguientes objetivos:

- Utilizar la parametrización de curvas para generar movimiento de un punto sobre una curva en GeoGebra.
- Generar modelos en tres dimensiones en GeoGebra para visualizar diseños arquitectónicos.

## Metodología

La experiencia se desarrolló con dos grupos de 18 y 22 estudiantes de primer nivel de la carrera de Arquitectura de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, los cuales tomaban la asignatura de Matemática. A los estudiantes se les dio la opción de agruparse en parejas o realizar la actividad solos.

La actividad consistió en desarrollar un ejemplo de construcción arquitectónica basada en una superficie reglada y su modelamiento en GeoGebra, para lo cual se disponía en el aula de un computador y un proyector desde los cuales se podía utilizar el programa GeoGebra y presentarlo a los estudiantes.

Luego de esto, se planteó como trabajo para el alumno la elaboración de un diseño arquitectónico propio y su modelamiento en GeoGebra para lo cual el estudiante tuvo 3 semanas hasta su entrega.

## Desarrollo de la experiencia

Dentro del tema de Funciones abordado en el curso, se introdujo el concepto de curva paramétrica tal como lo hace Colley (2012):

Definición 1. Dado un intervalo  $I$  de los números reales, una curva paramétrica es una función  $f$  que va de  $I$  en  $\mathbb{R}^2$  o  $\mathbb{R}^3$ .

Haciendo énfasis en que una parametrización debe especificar tanto el dominio de la función como su ley de asignación, se procedió a dar los ejemplos clásicos (Lehmann, 1989) como la parametrización de un segmento que conecta el punto  $A = (a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^3$  con el punto  $B =$

$(b_1, b_2, b_3) \in \mathbb{R}^3$  es la función  $\alpha: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida, para  $t \in [0, 1]$ , por

$$\alpha(t) = A + t(B - A) = (a_1, a_2, a_3) + t((b_1, b_2, b_3) - (a_1, a_2, a_3)).$$

Con esto, se presentó la manera de generar un punto que se deslice por el segmento planteado, para ello, se genera un deslizador que modele el dominio de la función (con el comando  $t = \text{Deslizador}(0,1)$ ) y, a continuación, un punto definido por la ley de asignación de la parametrización, como se puede ver en la Figura 1.

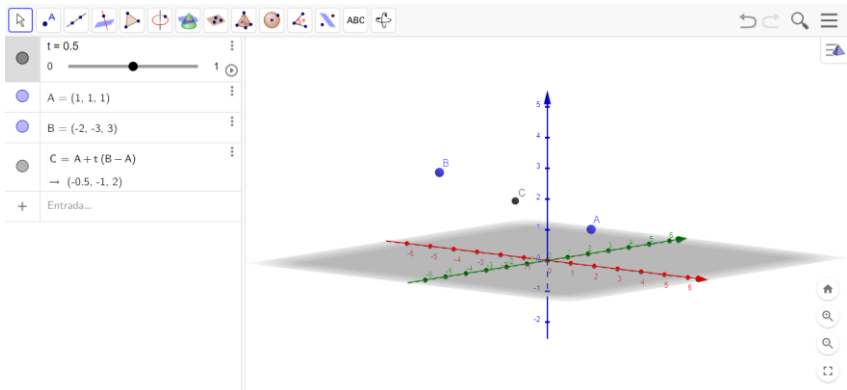


Figura 12. Fuente propia. Generación de la parametrización de un segmento.

Así, se pueden generar dos curvas, agregando dos nuevos puntos, y unir por un segmento los puntos asociados al mismo valor de  $t$  bajo cada ley de asignación, de esta manera, al animar ambos puntos, se genera una superficie en el espacio la cual se conoce como superficie reglada (Lehmann, 1989). Esto lo apreciamos en la Figura 2, donde se generó un trapecio invertido.

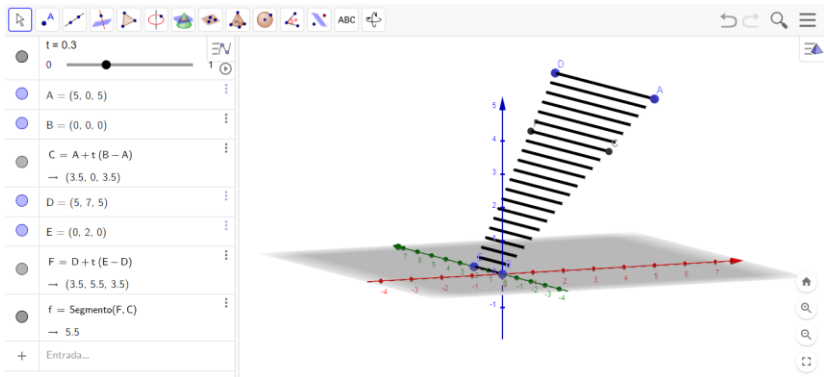


Figura 13. Elaboración propia. Ejemplo de superficie reglada.

Una vez que se ejemplificó la construcción de superficies regladas en GeoGebra, se procedió a indicar que este tipo de estructuras son utilizadas en la Arquitectura (Glaeser y Gruber 2007; Tang et al. 2016), por lo tanto, al estar basadas en conceptos matemáticos, pueden ser modeladas en programas como GeoGebra. Para ejemplificar eso, se tomó una estructura tradicional de Quito: la visera del Hotel Quito (ver Figura 3), la cual es precisamente una superficie reglada. Para generarla en GeoGebra, se procede a determinar las curvas que generan la misma, identificando que son dos segmentos de recta que une los puntos que se muestran en la Figura 3 como *A* y *C*, *B* y *D*.



Figura 14. Fuente: El Telégrafo, 2020. Visera del Hotel Quito.

Para el modelamiento en GeoGebra se asignó las siguientes coordenadas a cada punto:  $A = (-5, 0, 0)$ ,  $B = (0, 5, 2)$ ,  $C = (0, -5, 2)$  y  $D = (5, 0, 0)$ ; se plantearon parametrizaciones para los segmentos de recta que unen  $A$  con  $C$  y  $B$  con  $D$  mediante las funciones  $\alpha_1: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  y  $\alpha_2: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por  $\alpha_1(t) = A + t(C - A)$  y  $\alpha_2(t) = B + t(D - B)$  para  $t \in [0, 1]$ ; luego de esto, se colocó un segmento que une  $\alpha_1(t)$  con  $\alpha_2(t)$ , se habilitó la opción de rastro del segmento y se inició la animación teniendo como resultado la Figura 4; en la Figura 5 se pueden ver diversas perspectivas de la misma.

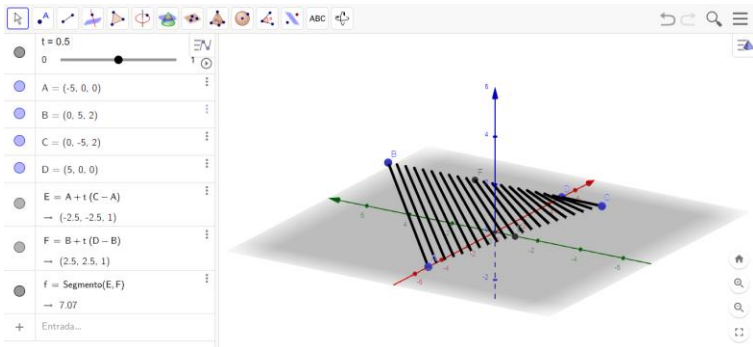


Figura 4. Fuente propia. Superficie reglada que modela la visera del Hotel Quito.

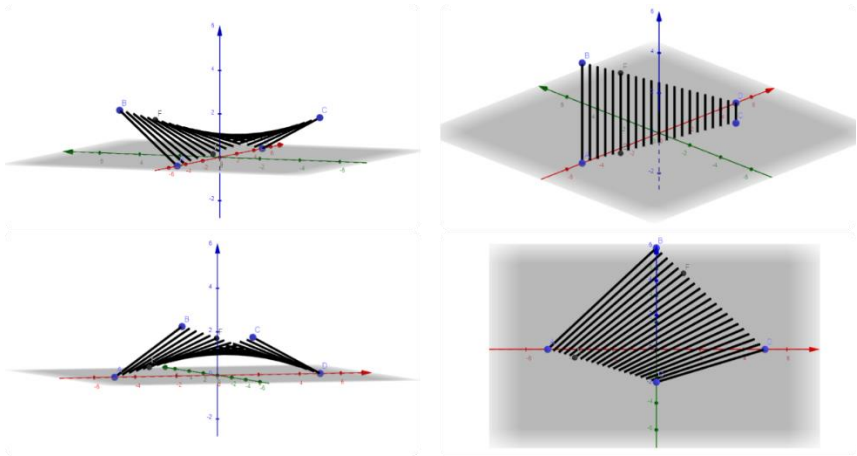


Figura 5. Fuente propia. Varias perspectivas de la superficie reglada que modela la visera del Hotel Quito.

Luego de esta motivación, se plantea como trabajo de evaluación sumativa la elaboración de una propuesta arquitectónica basado en superficies regladas y su respectiva modelación en GeoGebra.

## Resultados

Al concluir la exposición del modelamiento en GeoGebra de una estructura concreta y utilizar este programa para su visualización (inclusive utilizando la herramienta de realidad aumentada) se notó un claro interés de los estudiantes por replicar la experiencia.

La totalidad de estudiantes presentó el trabajo en el que generaron las propuestas arquitectónicas acompañado su presentación tanto de maquetas como de modelamientos en GeoGebra, con su respectiva explicación. Ejemplos especiales de estos los podemos ver en las Figuras 6 y 7 donde se presenta la maqueta física realizada junto al modelado en GeoGebra.

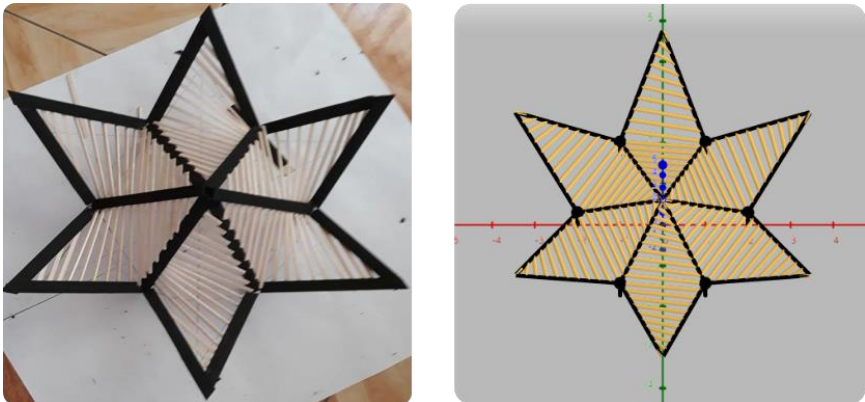


Figura 6. Fuente propia. Comparación entre maqueta física y modelado en GeoGebra, vista superior.

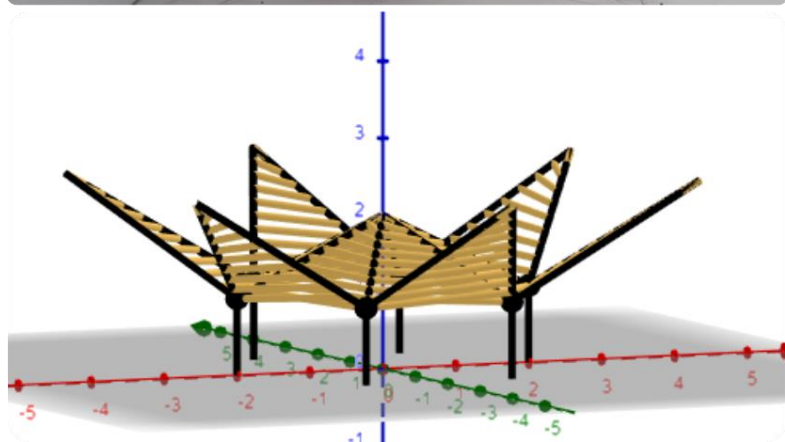


Figura 7. Fuente propia. Comparación entre maqueta física y modelado en GeoGebra.

## Conclusiones

A pesar de que varios programas utilizados en el diseño arquitectónico poseen herramientas para la generación automática de superficies regladas, estos dejan el trasfondo matemático oculto. El realizar el modelamiento en un programa netamente matemático permite al estudiante visualizar las matemáticas detrás de los diseños arquitectónicos.

Al ejemplificar los conceptos de la Geometría Analítica con una



aplicación directa a la arquitectura, se pueden potenciar la motivación en los estudiantes, convirtiendo su aprendizaje en una experiencia innovadora

### **Referencias Bibliográficas**

Colley, S. (2012). *Vector Calculus*. Cuarta edición. Pearson Education, Inc.

Glaeser, G., & Gruber, F. (2007). Developable surfaces in contemporary architecture. En *Journal of Mathematics and the Arts*, 1(1), 59–71.

Kaufmann, H., Schmalstieg, D. & Wagner, M. (2000). Construct3D: A Virtual Reality Application for Mathematics and Geometry Education. En *Education and Information Technologies*, 5 (4), 263-276.

Lehmann, C. (1989). *Geometría Analítica*. México: Editorial Limusa.

Tang, C., Bo, P., Wallner, J., & Pottmann, H. (2016). Interactive Design of Developable Surfaces. En *ACM Transactions on Graphics*, 35(2), 1–12.

### **Referencias Digitales**

El Telégrafo (2020). Archivo. Recuperado de <https://bit.ly/35M38c7>