

# GeoGebra Classroom y metodologías híbridas en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas

## GeoGebra Classroom and hybrid methodologies in the teaching and learning of mathematics

Abdón Pari Condori

Karsten Seelbach

Círculos de Festivales Matemáticos-  
CYFEMAT

apariducho@gmail.com

Goethe-Schule-Harburg

kseelbach@gmx.de

### Resumen

Con la introducción de GeoGebra Classroom y las metodologías híbridas en el entorno educativo, el proceso de enseñanza aprendizaje ha experimentado una transformación que favorece y facilita el acceso al conocimiento del estudiante de forma flexible, dinámica y personalizada. El objetivo de esta conferencia fue exponer una experiencia colaborativa entre los autores, para motivar a los estudiantes, profesores e investigadores en educación matemática de los diferentes niveles del sistema educativo a la implementación esta plataforma en la clase de Matemáticas. GeoGebra se ha convertido en un software estrella por su capacidad de integrar de forma dinámica Geometría, Algebra, Análisis y Estadística; además, de GeoGebra Notas y últimamente el GeoGebra Classroom. Se ha traducido en más de setenta idiomas. Ambos autores cuentan con experiencias de implementar GeoGebra, aunque en contextos diferentes como Ecuador, Bolivia, España y Alemania.

**Palabras clave:** GeoGebra, classroom, educación, matemática, didáctica y formación.

### Abstract

With the introduction of GeoGebra Classroom and hybrid methodologies in the educational environment, the teaching and learning process has undergone a transformation that favors and facilitates access to student knowledge in a flexible, dynamic and personalized way. The objective of this conference was to expose a collaborative experience between the authors, to motivate students, teachers, and researchers in mathematics education at different levels of the educational system to implement this platform in the mathematics classroom. GeoGebra has become a star software for its ability to dynamically integrate Geometry, Algebra, Analysis and Statistics. In addition, GeoGebra Notes and lately GeoGebra Classroom. It has been translated into more than seventy languages. Both authors have experiences of implementing GeoGebra although in different contexts such as Ecuador, Bolivia, Spain and Germany

**Keywords:** education, mathematics, science, didactic, pedagogy, development.

## Introducción

El aprendizaje mediado por tecnologías ha sido objeto de diferentes estudios y en particular en el campo de la educación matemática. Las tecnologías de la información y de comunicación (TIC) son herramientas de alto impacto para la cobertura, la pertinencia y la mejora de la calidad educativa en todos los niveles y tipos de formación y han asumido un rol protagónico en la actualidad (Pari y Aucchahualla, 2022, Pari, et al, 2020). Para Markus Hohenwarter la tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Hohenwarter y Hohenwarter, 2009). Mientras que, para Flores y colaboradores (2021) las tecnologías actuales pueden ser: “caracterizados por su simultaneidad, instantaneidad, interactividad, asincrónica y ubicuidad, han abierto un nuevo abanico en las oportunidades y demandas en la educación” (p. 30).

El debate académico actual se ha centrado, casi exclusivamente, en la implementación, la optimización y la evaluación del uso de las tecnologías en el aula. Sin embargo, son pocos los estudios empíricos basados sobre la implementación de GeoGebra Classroom en el aula de matemáticas con un método de aprendizaje colaborativo de forma internacional multicultural y multilingüe.

En esta conferencia los autores quieren compartir con los participantes ya sean estudiantes, profesores de matemática o investigadores de en educación matemática. Cabe aclarar que, ambos autores cuentan con experiencia en el uso software GeoGebra y consideran que los estudiantes pueden beneficiarse de diferentes formas de integración del GeoGebra, nuevas oportunidades de aprendizaje que promueve en los estudiantes diferentes habilidades matemáticas y niveles de entendimiento en base a la visualización y exploración de objetos y conceptos matemáticos de forma interactiva, creativa y atractiva. Por otro lado, se han planteado la fundamentación didáctica de la enseñanza de la matemática con el uso de las tecnologías y el aprendizaje colaborativo en base a la retroalimentación dialógica y a las lecturas reflexivas de la literatura disponible en este campo.

El objetivo fue compartir el análisis de una experiencia educativa de implementación de GeoGebra Classroom con estudiantes universitarios de Bolivia y Bachillerado de Hamburgo con la metodología de aprendizaje colaborativo desde los docentes y los estudiantes.

## Marco teórico

Las relaciones funcionales se pueden describir en diferentes formas de representación. Por ejemplo, se puede describir un viaje en automóvil con palabras. Para otras preguntas, sin embargo, es más apropiado mostrar la distancia recorrida en función del tiempo en una tabla de valores, un gráfico de función o una ecuación de función.

Los alumnos pueden comprender más profundamente las relaciones funcionales y resolver problemas si las describen usando diferentes formas de representación y pueden cambiar entre estas formas de representación.

“Ideas fundamentales” (en alemán Grundvorstellungen) es concepto didáctico de matemáticas popular en Alemania o desarrollada por Hofe (1992). Las ideas fundamentales representan conceptos abstractos y permiten conexiones entre matemáticas y situaciones de aplicación. Según Vollrath (1989), existen tres ideas

fundamentales sobre las relaciones funcionales: función como asignación, función en aspecto de cambio y función como objeto.

Asignación: una función describe una conexión entre dos variables: a una variable se le asigna una segunda variable que depende de ella.

Cambio: Una función muestra qué efecto tiene cambiar la variable independiente sobre su variable dependiente.

Vista como un todo: los pares de valores individuales ya no son de interés, sino la función como un objeto completo.

Tratar con formas de representación de funciones y cambiar entre ellas permite a los estudiantes desarrollar esas ideas fundamentales. Para desarrollar ideas básicas, es importante averiguar diferentes formas de representación y cambiar entre las formas de representación (Roth e Lichti, 2021).

Para promover el desarrollo del concepto cambio y función como objeto, las simulaciones pueden ser incluso más adecuadas que los experimentos inactivos. (Lichti, 2018). Según Rolfes (2018) las formas dinámicas de representación (como GeoGebra) tienen una influencia significativamente mayor en el desarrollo del pensamiento funcional que las representaciones estáticas.

En nuestras lecciones, hemos tenido la experiencia de que cuando los estudiantes han aprendido el principio de las formas de representación y el cambio de representación, también pueden usar esto como una herramienta de método en nuevas situaciones de aprendizaje, por ejemplo, al trabajar las reglas de derivación con GeoGebra de forma independiente.

El uso de GeoGebra permite a los estudiantes examinar relaciones funcionales de manera dinámica y permite la representación de relaciones funcionales en las formas de representación de tablas de valores, gráficos de funciones y ecuaciones de funciones.

## **Metodología**

Esta conferencia se desarrolló bajo una metodología cualitativa-descriptiva de la práctica pedagógica de la enseñanza de las matemáticas por los autores sobre el uso de GeoGebra y GeoGebra *Classroom* como un recurso para fomentar la interactividad, creatividad, dinámica e inclusiva de los estudiantes tanto en la modalidad presencial como en el modalidad virtual en distintos niveles y distinto contextos, incluso en distintas lenguas, a través de cuatro fases: 1) se busca la fundamentación pedagógica didáctica de las diferentes representaciones, 2) el uso de GeoGebra, 3) el uso de GeoGebra *Classroom*, y 4) el análisis reflexivo y analítico de la experiencia.

## **Resultados**

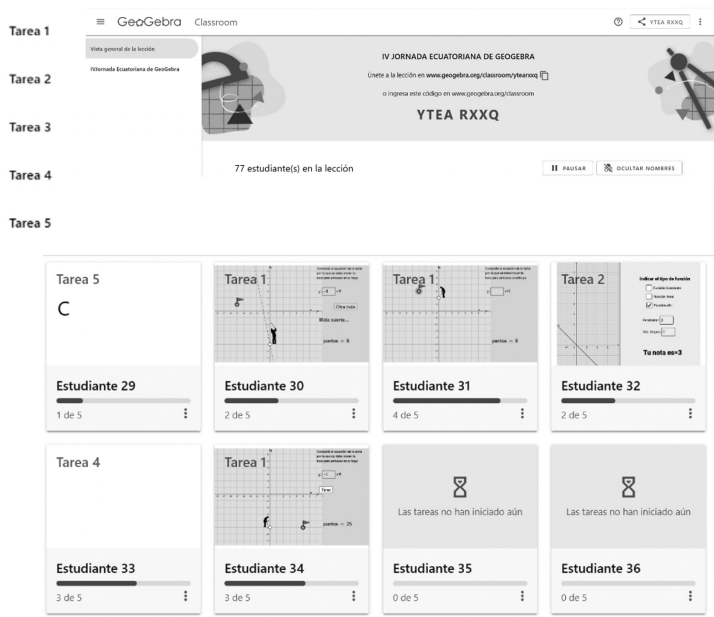
GeoGebra *Classroom* (GC) o Aula GeoGebra (AG), creado recientemente como recurso para fomentar la participación activa e inclusiva de los estudiantes de diferentes niveles (Zöchbauer y Hohenwarter, 2020). Además, el conjunto de todas estas plataformas asociadas a GeoGebra está potenciando y llevando más allá las capacidades de este software, acercando a sus características de un Sistema de Gestión de Aprendizaje (SGA) del *Learning Management System* (LMS), haciendo

que el software junto con sus plataformas asociadas, un ecosistema amigable con potencial de eficacia para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y ciencia.

GeoGebra *Classroom* es una plataforma virtual a través del cual los profesores pueden asignar tareas interactivas a grupos de estudiantes, ver el progreso de su trabajo en tiempo real, ver todas las respuestas de los estudiantes al instante y puede anonimizar sus nombres al mostrar respuestas a las preguntas. La plataforma permite que el profesor pueda individualmente o en colaboración con otro colega, para integrar tareas que se utilizarán de forma sincrónica o asincrónica. Una tarea puede integrar aplicaciones GeoGebra, preguntas abiertas o de opción múltiple, textos, vídeos, enlaces web para compartir con él se comparta con el grupo de estudiantes (De Sá Reis y Dos Santos, 2022).

A partir desde 2021, esta plataforma permite que más de un profesor pueda observar el *Classroom*, puede asignar tareas de grupo para trabajar en colaboración. En nuestra opinión la mayor ventaja del GeoGebra *Classroom* reside en el uso sincrónico, porque el profesor puede ver en tiempo real las construcciones de sus alumnos en las aplicaciones de GeoGebra, las respuestas dadas a las preguntas, la frecuencia gráfica de las respuestas en el caso de las preguntas de opción múltiple.

A continuación, presentamos una clase programada en GeoGebra *Classroom* con cinco tareas y donde se han conectado 77 estudiantes, identificados por números. Esto es útil a la hora de anonimizar a los participantes a la hora de dar la respuesta.



**Figura 1.** Una clase programada en GeoGebra Classroom

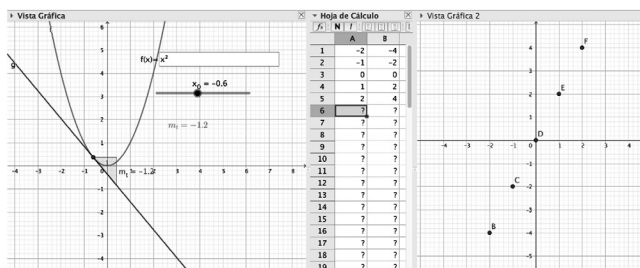
Para que los estudiantes puedan acceder a esta clase, el docente debe compartir el enlace <https://www.geogebra.org/classroom/ytearxxq> o el código YTEARXXQ. Los estudiantes no necesitan tener una cuenta en GeoGebra.

El dispositivo ofrece una visión general de todas las tareas o de algunas de ellas al profesor. La visión general de la puesta en marcha ofrece en tiempo real de lo que están haciendo los participantes. La vista general de las tareas ofrece al profesor una guía del progreso general de la clase a través de una barra de estado que se actualiza a medida que los estudiantes introducen las tareas. La vista general de las tareas orienta al profesor sobre el progreso general de la clase a través de una barra de estado que se actualiza a medida que los alumnos introducen las tareas (De Sá Reis y Dos Santos, 2022).



**Figura 2.** La barra de estado del progreso de los estudiantes

La visión general de cada una de las tareas permite ver lo que los estudiantes están logrando en esa tarea, dando al profesor la oportunidad de tener una visión de conjunto que le permita decidir la prioridad y la respuesta que se debe dar a un estudiante en particular (Ver Figura 2).



**Figura 3.** La visualización dinámica de la recta tangente con GeoGebra

Para resolver de forma independiente la regla de la derivada de las funciones de potencia, los estudiantes pueden usar el siguiente applet de GeoGebra.

En este applet los estudiantes pueden ingresar una expresión de función. Usando una regla de cálculo, examine la pendiente de la tangente en diferentes puntos en el gráfico de la función. Los estudiantes ingresan estos valores en la tabla de valores. Los pares de valores se muestran automáticamente en la segunda ventana gráfica. A partir de los pares de valores, los estudiantes pueden sacar conclusiones sobre la ecuación de la función (o al menos el grado de la función) de las derivadas. El papel del docente no tiene que concentrarse en la pura transferencia de conocimientos, sino que puede apoyar a los alumnos como un compañero de aprendizaje.

## Resultados

El uso de GeoGebra permite a los estudiantes examinar relaciones funcionales de manera dinámica y transformar las representaciones de las relaciones funcionales de una representación a otra, como la representación de tablas de valores, gráficos de funciones y ecuaciones de funciones. Además, GeoGebra Classroom, permite al profesor desarrollar las clases en forma presencial o virtual. En caso de la modalidad virtual, puede ser desarrollada la clase en forma sincrónica o asincrónica, de manera creativa, flexible, dinámica y personalizada. Permite al docente una visión general de las clases, pero también individualizada.

## Referencias

- De Sá Reis, I. M. y Dos Santos, J. M. (2022). GeoGebra Classroom, em período de confinamento, no ensino e aprendizagem das propriedades dos quadriláteros. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 11(1), p. 118-136.
- Flores, M.J., Ortega, M.C. & Sánchez, M.C (2021). Las nuevas tecnologías como estrategias innovadoras de enseñanza-aprendizaje en la era digital. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 24(1), 29-42.
- Hofe, R. V. (1992). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte als didaktisches Modell. GhK.
- Hohenwarter, J. & Hohenwarter, M. (2008). Introducing Dynamic Mathematics Software. En *Journal Of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28 (2), 135-146.
- Hohenwarter, J. H. M. & Hohenwarter, L. Z. (2009). Introducing dynamic mathematics software to secondary school teachers: The case of GeoGebra. *Of Computers in Mathematics*.
- Lichti, M. (2018). Funktionales Denken fördern: Experimentieren mit gegenständlichen Materialien oder Computer-Simulationen (Landauer Beiträge zur mathematikdidaktischen Forschung) (1. Aufl. 2019 Aufl.). Springer Spektrum. Pari, A., Mendoza, D.J., Aucchuallpa, R. (2020) GeoGebra as a Technological Tool in the Process of Teaching and Learning Geometry. In: Rodriguez Morales G., Fonseca C. E.R., Salgado J.P, Pérez-Gosende P, Orellana Cordero M., Berzuzeta S. (eds.) *Information and Communication Technologies. TICEC 2020. Communications in Computer and Information Science*, vol 1307. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-62833-8\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-030-62833-8_20)

- Pari, A. y Auccahuallpa, R. (2022). Implementación del GeoGebra por el profesorado ecuatoriano en la enseñanza de matemática. *Caminhos da educação matemática em revista (online)* 12(2), 1- 18.
- Pari, A., Mendoza, D. J. & Auccahuallpa, R. (2020). GeoGebra as a Technological Tool in the Process of Teaching and Learning Geometry. In: Rodriguez, G., Fonseca, E. R., Salgado, J. P., Pérez, P., Orellana, M. y Berrezueta, S. (eds) *Information and Communication Technologies. TICEC 2020. Communications in Computer and Information Science*, vol 1307. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-62833-8\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-030-62833-8_20)
- Rolfes, T. (2018). Funktionales Denken: Empirische Ergebnisse zum Einfluss von statischen und dynamischen Repräsentationen (Landauer Beiträge zur mathematikdidaktischen Forschung) (1. Aufl. 2018 Aufl.). Springer Spektrum.
- Roth, J. & Lichti, M. (2021). Funktionales Denken entwickeln und fördern. *Mathematik lehren* [https://www.juergen-roth.de/veroeffentlichungen/2021/Roth\\_Lichti\\_2021\\_Funktionales\\_Denken\\_entwickeln\\_und\\_foerdern.pdf](https://www.juergen-roth.de/veroeffentlichungen/2021/Roth_Lichti_2021_Funktionales_Denken_entwickeln_und_foerdern.pdf)
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. – In: *Journal für Mathematikdidaktik* 10(1), S. 3 – 37.
- Zöchbauer, J., & Hohenwarter, M. (2020, February). Developing a collaboration tool to give every student a voice in a classroom discussion. In *Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02970629/document>