



**UNAE**

# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN**

**Maestría en:**

Tecnología e Innovación Educativa

Tema: GeoGebra como herramienta pedagógica en la enseñanza de ecuaciones matemáticas en la Cecibeb “Lizardo García” 2022-2023

Trabajo de titulación previo a la  
obtención del título de Magíster en  
Tecnología e Innovación Educativa

Autor: Fredy Armando Orna Guamán

CI: 0604043406

Tutor: Lic. Juan Pablo Contreras Parra, Mg.

CI: 0104068275

**Azogues - Ecuador**

14-octubre-2023

## Resumen

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo contribuir al aprendizaje del sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, mediante el uso del software GeoGebra en estudiantes de décimo año del Centro Educativo Comunitario Intercultural Bilingüe Lizardo García. La metodología es de enfoque cualitativo, con alcance exploratorio y descriptivo. Se aplicaron instrumentos como guía de observación, registro anecdótico y lista de cotejos antes y después de la intervención educativa. Los resultados evidencian que los estudiantes tenían conocimientos previos sobre sistemas de ecuaciones, pero presentaban dificultades para aplicar métodos algebraicos y carecían de dominio completo del tema. La introducción de GeoGebra como herramienta pedagógica contribuyó a mejorar el nivel de conocimiento y desempeño procedimental de los estudiantes en comparación con el nivel que se evidencio antes de la propuesta. La propuesta consiste en una intervención educativa estructurada en cuatro fases: capacitación docente en GeoGebra, diseño de lecciones integrando GeoGebra, implementación en el aula, y evaluación. Las actividades interactivas en GeoGebra promovieron una enseñanza más activa, significativa y adaptada a diferentes estilos de aprendizaje. Los resultados iniciales evidencian el potencial de GeoGebra para innovar la enseñanza de ecuaciones matemáticas, mejorando la comprensión conceptual y el rendimiento académico. Se requieren más investigaciones que profundicen en este enfoque.

**Palabras clave:** GeoGebra, herramienta metodológica, sistema de ecuaciones, proceso enseñanza aprendizaje.

### **Abstract**

The present research work aims to contribute to the learning of systems of linear equations with two unknowns, through the use of GeoGebra software in tenth grade students from the Bilingual Intercultural Community Education Center Lizardo García. The methodology has a qualitative approach, with exploratory and descriptive scope. Instruments such as observation guides, anecdotal records and checklists were applied before and after the educational intervention. The results show that students had previous knowledge about equation systems, but faced difficulties in applying algebraic methods and lacked complete mastery of the subject. The introduction of GeoGebra as a pedagogical tool helped improve the level of knowledge and procedural performance of students compared to the initial assessment. The proposal consists of an educational intervention structured in four phases: teacher training in GeoGebra, lesson design integrating GeoGebra, classroom implementation, and evaluation. The interactive activities in GeoGebra promoted more active, meaningful teaching tailored to different learning styles. The initial results demonstrate the potential of GeoGebra to innovate the teaching of mathematical equations, improving conceptual understanding and academic performance. Further research is required to delve deeper into this approach.

**Keywords:** GeoGebra, methodological tool, Equation system, teaching-learning process.

## **Dedicatoria**

Este trabajo va dedicado a todos quienes me han acompañado en este apasionante viaje académico. A mi familia, por su amor incondicional, apoyo constante y sacrificio que hizo posible este objetivo. A mis amigos por su comprensión y aliento y las conversaciones que me han inspirado a seguir adelante. A mis maestros y mentores por su guía, sabiduría y paciencia. A todos quienes han sido parte de mi vida contribuyendo a mi desarrollo personal y profesional, este éxito también es para ustedes. Que esta obra sea un homenaje para todos ustedes y un testimonio de agradecimiento por su apoyo. ¡Gracias por estar en cada momento de este viaje!

## **Agradecimiento**

Me gustaría expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que hicieron contribuciones significativas para la realización de esta tesis. Sus esfuerzos, apoyo y orientación han sido fundamentales en este viaje académico.

En primer lugar, a mi director de tesis Lic. Juan Pablo Contreras Parra, Mg. por su dedicación, paciencia y sabiduría. Sus valiosas sugerencias y orientación constante han sido la brújula que me ha guiado durante todo este proceso. No sólo me brindó dirección académica, sino que también me inspiró a ampliar mis capacidades

Agradezco profundamente a mi familia por su apoyo inquebrantable. A mi madre, Sofía Guaman López, por su amor, sacrificio y constante estímulo. A mi hermana, Rocy Lisseth Orna, por entender mis ausencias y celebrar mis logros. A mi amada esposa, Clara Yadira Hiza, hijos Armando, Víctor y Alexis, por ser mi roca y mi fuente inagotable de ánimo.

A mis compañeros de clase y a todos aquellos que participaron en entrevistas y encuestas, su colaboración fue fundamental para la recopilación de datos.

Agradezco a la UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN por proporcionar los recursos y el entorno propicios para llevar a cabo esta investigación.

Finalmente, agradezco a todas las fuentes, autores y organizaciones cuyas obras e investigaciones previas enriquecieron este trabajo. Este logro no hubiera sido posible sin la ayuda y apoyo de todos ustedes. Gracias por ser parte de este importante capítulo de mi vida académica.

## Índice de contenido

Resumen.....	II
Abstract .....	III
Dedicatoria .....	IV
Agradecimiento .....	V
Índice de contenido.....	VI
Índice de tablas.....	X
Índice de gráficos.....	XI
<b>CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	<b>1</b>
1. Problema de investigación.....	1
1.1 Planteamiento del problema o problematización .....	1
1.2 Pregunta de investigación .....	3
1.3 Objetivos de investigación.....	3
1.3.1 Objetivo general.....	3
1.3.2 Objetivos específicos.....	3
1.4 Justificación .....	3
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>6</b>
2. Marco teórico.....	6
2.1. Antecedentes .....	6
2.1.1 Internacional .....	6
2.1.2 Regional.....	7
2.1.3 Nacional .....	8
2.2. Marco Legal.....	9
2.3. Marco Teórico .....	9
2.3.1 Concepto de TIC.....	9
2.3.2 Ventajas de las TIC .....	10

2.3.3 Desventajas del uso de las TIC.....	10
2.3.4 Método de la visualización .....	11
2.3.5 GeoGebra .....	12
2.3.6 Principales usos del GeoGebra.....	12
2.3.7 Instructivo GeoGebra para ecuaciones matemáticas dos por dos.....	13
2.3.8 Ecuaciones matemáticas.....	18
2.3.9 Rendimiento académico .....	23
2.3.10 Fundamentos.....	24
2.3.11 Epistemología y pedagogía.....	24
2.3.12 Psicología matemática .....	25
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO .....	27
3. Marco metodológico.....	27
3.1 Paradigma.....	27
3.2 Enfoque.....	27
3.3 Tipo de investigación .....	28
3.4 Diseño.....	29
3.4.1 Fases de investigación .....	30
3.5 Alcance .....	31
3.5 Población .....	31
3.6 Muestra .....	32
3.6 Criterios de inclusión y exclusión de las unidades de información .....	32
3.7 Criterios para seleccionar y/o determinar los participantes en la investigación.....	34
3.8 Técnicas e instrumentos de recolección de la información .....	34
3.9 Operacionalización de las categorías de estudio.....	37
CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....	39
4. Análisis e interpretación de la información.....	39

4.1 Cualitativo .....	39
4.1.1 Codificación abierta o de primer nivel .....	39
4.1.2 Análisis de la guía de observación .....	39
4.1.3 Análisis del registro anecdótico .....	41
4.1.4 Análisis de la lista de cotejos .....	42
4.1.5 Codificación axial o de segundo nivel .....	45
4.1.6 Red semántica de la guía de observación .....	45
4.1.7 Red semántica del registro anecdótico .....	47
4.1.8 Red semántica de la lista de cotejos .....	48
4.2 Cuantitativo .....	49
4.3 Triangulación .....	55
CAPÍTULO V: PROPUESTA .....	58
5 Propuesta .....	58
5.1 Diseño de la propuesta de intervención educativa .....	58
5.1.1 Problemática .....	58
5.1.2 Justificación .....	59
5.1.3 Objetivo general de la propuesta.....	61
5.1.3. 1. Objetivos específicos de la propuesta .....	61
5.1.4 Fundamentos teóricos .....	62
5.1.5 Fundamentos pedagógicos .....	62
5.1.6 Estructura de la propuesta .....	65
5.3 Aplicación de la propuesta de intervención educativa.....	67
5.4 Evaluación del proceso de implementación.....	91
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	92
6 Conclusiones y recomendaciones.....	92
6.1 Conclusiones .....	92



6.2 Recomendaciones .....	94
Referencias .....	95
Anexos .....	101

## Índice de tablas

<b>Tabla 1:</b> Operacionalización de las categorías de estudio.....	37
<b>Tabla 2:</b> Codificación de primer nivel.....	39
<b>Tabla 3:</b> Análisis de los resultados de la guía de observación .....	40
<b>Tabla 4:</b> Análisis de los resultados del registro anecdótico .....	41
<b>Tabla 5:</b> Análisis de los resultados de la lista de cotejos .....	43
<b>Tabla 6:</b> Codificación de segundo nivel.....	45
<b>Tabla 7:</b> Triangulación.....	55
<b>Tabla 8:</b> Estructura de la propuesta.....	65
<b>Tabla 9:</b> Planificación de la propuesta.....	66
<b>Tabla 10:</b> Planificación microcurricular de la propuesta.....	68

## Índice de gráficos

<b>Gráfico 1:</b> Menú de opciones al digitar GeoGebra .....	14
<b>Gráfico 2:</b> Escritorio de GeoGebra, sus partes y configuración para trabajar con ecuaciones. 14	14
<b>Gráfico 3:</b> Ingreso del Ejercicio y vista gráfica automática. ....	15
<b>Gráfico 4:</b> Para obtener la resolución numérica .....	15
<b>Gráfico 5:</b> Para conocer la intersección y configuración por estética de las rectas.....	16
<b>Gráfico 6:</b> Sistema Compatible Determinado (SCD) .....	16
<b>Gráfico 7:</b> Sistema Compatible Indeterminado (SCI).....	17
<b>Gráfico 8:</b> Sistema Incompatible .....	18
<b>Gráfico 9:</b> Solución por el método Gráfico, $X= 3$ ; $Y= 2$ .....	20
<b>Gráfico 10:</b> Valoración del desempeño de los estudiantes en la resolución de un sistema de ecuaciones lineales mediante GeoGebra. ....	44
<b>Gráfico 11:</b> Red semántica de los resultados de la guía de observación. ....	46
<b>Gráfico 12:</b> Red semántica del registro anecdótico .....	47
<b>Gráfico 13:</b> Red semántica de la lista de cotejos.....	48

## Introducción

El presente trabajo de investigación se titula “GeoGebra como herramienta pedagógica en la enseñanza de ecuaciones matemáticas en la Cecibeb Lizardo García 2022-2023”, propone abordar el problema que se presenta en el proceso enseñanza aprendizaje de ecuaciones matemáticas, ya que los la mayoría de los estudiantes presentan dificultades al momento de consolidar estos conocimientos. La propuesta de integración de GeoGebra como herramienta pedagógica logró mejorar el nivel de conocimiento y desempeño procedimental de los estudiantes en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Los objetivos planteados en la investigación se cumplieron satisfactoriamente. Se sistematizó el marco teórico, se diagnosticó el nivel inicial de conocimientos, se desarrolló y aplicó la propuesta metodológica con GeoGebra, se evaluó el nivel de conocimientos posterior y se compararon los resultados iniciales y finales.

Aprovechamiento de recursos tecnológicos disponibles pero subutilizados en la institución educativa, alto nivel de aceptación y motivación de los estudiantes al utilizar la herramienta interactiva y las mejoras significativas en la comprensión conceptual y aplicación práctica del tema estudiado constituyen las fortalezas y oportunidades. Los inconvenientes y limitaciones que se presentaron en este estudio radican en que la muestra es muy pequeña y un estudio exploratorio requiere una muestra más amplia.

La investigación consta de seis capítulos, que se describen a continuación:

El capítulo I presenta el planteamiento del problema, la pregunta de investigación, los objetivos y la justificación, es decir, se explica la problemática identificada.

En el capítulo II se desarrolla los antecedentes, el marco teórico abordando conceptos clave como TIC, GeoGebra, método de visualización, ecuaciones matemáticas y rendimiento académico. Se incluyen fundamentos legales, educativos, didácticos y psicológicos.

El capítulo III detalla la metodología, explicando el paradigma interpretativo, el enfoque mixto cualitativo-cuantitativo, el tipo de investigación transversal-prospectivo, el diseño preexperimental y las técnicas e instrumentos aplicados antes, durante y después de la intervención educativa, otro elemento clave de este capítulo es la operacionalización de las categorías de estudio.

El capítulo IV presenta el análisis e interpretación de resultados de la investigación, en el cual se exponen los hallazgos y resultados de acuerdo a los instrumentos aplicados.

En el capítulo V desarrolla en detalle la propuesta de intervención educativa para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de ecuaciones matemáticas a través de GeoGebra. Esta propuesta consta de cuatro fases, una de éstas es el diseño de lecciones las cuales han sido elegidas minuciosamente con el propósito de consolidar el conocimiento de ecuaciones matemáticas en los alumnos de décimo año.

El capítulo VI recoge las conclusiones y recomendaciones derivadas del proceso investigativo. Finalmente, se listan las referencias bibliográficas consultadas y se incluyen anexos con los instrumentos aplicados durante la investigación.

Los resultados evidencian el potencial de GeoGebra para innovar la enseñanza de matemáticas, cerrando brechas en el aprendizaje. Esta investigación sienta un valioso precedente y modelo para integrar TIC en los procesos educativos, optimizando recursos existentes y mejorando la calidad de la educación matemática.

## **CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1. Problema de investigación**

#### **1.1 Planteamiento del problema o problematización**

El dominio de las Matemáticas mediante el desarrollo del pensamiento crítico del estudiante juega un papel muy importante, ya que esta rama está ligada al convivir diario de la vida del ser humano. Sin embargo, muchos aspectos como: la falta de comprensión, motivación, memorización, tecnología, metodología entre otros, son algunas de las posibles causas que pueden generar problemas en el aprendizaje.

Todos quienes hacen la Educación deben reconocer los problemas y trabajar juntos por soluciones adecuadas. La Organización de las Naciones Unidas (ONU, 2017); la ONU (2017), señala que, de cada 10 niños, 6 estudiantes no aprenden las competencias básicas en matemáticas. De la misma manera, Montes (2019), indica que los niños asisten a las escuelas, pero no aprenden, por consiguiente. El Banco Mundial y el FMI, a nivel latinoamericano reportan que el 56% de los estudiantes pierden su productividad al no comprender procesos matemáticos. Según Gamboa (2022), es natural justificar insinuar que los estudiantes odian las matemáticas, cuando en realidad su frustración es sentirse confundidos al no haber entendido la clase.

El aprendizaje de las matemáticas en la región presenta un nivel bajo. Según Pensis (2015), México obtiene 413 puntos en las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés), es el segundo más alto de la región, pero al hacer una comparativa con los países occidentales está muy por debajo de la media mundial que es de 494 puntos. Este resultado nos trae una profunda reflexión, sobre quien recae el fracaso, será del estudiante o del maestro. Por otro lado, los resultados del Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE) en un estudio realizado entre el 2013 - 2019, donde el 83% no cumple las expectativas curriculares mínimas en Matemáticas. Según



Ramírez et al. (2021), Sobran razones para tomar medidas urgentes para mejorar los aprendizajes y ofrecer espacios de formación con mejores prácticas pedagógicas.

Habría que decir también, la falta de oportunidades para la formación y capacitación de maestros para el uso de estrategias de enseñanzas efectivas puede limitar su capacidad de orientación. En este sentido, Rojas et al. (2022), manifiesta la necesidad de transformar las prácticas pedagógicas utilizando los medios tecnológicos que les permitan adaptarse al mundo contemporáneo. Así mismo, según Mera (2015), usar herramientas tecnológicas le permite innovar la enseñanza tradicional, al mismo tiempo provoca interés y motivación por el aprendizaje.

En la Institución Educativa Lizardo García, después de dos años de aislamiento y educación virtual en casa regresaron a la presencialidad aplicando el modo tradicional de enseñanza; estudiantes y maestros en este periodo desarrollaron nuevas destrezas en el manejo de la tecnología, por lo que es hora de cambiar e innovar aplicando algunas herramientas que nos ofrece la red a la hora de enseñar, sobre todo en la asignatura de matemáticas donde se propone utilizar la herramienta GeoGebra para la enseñanza de ecuaciones matemáticas.

Es importante mencionar que al revisar los archivos de calificaciones de dos años atrás se puede evidenciar un bajo rendimiento en el área de Matemáticas que tienen los estudiantes de la Cecibeb Lizardo García. El trabajo se realizó con cinco estudiantes del décimo año de Educación General Básica para la enseñanza de ecuaciones matemáticas dos por dos; basado en esta problemática se busca mejorar su rendimiento y generar interés por el aprendizaje.

## **1.2 Pregunta de investigación**

¿De qué manera GeoGebra contribuirá a mejorar el proceso enseñanza aprendizaje de ecuaciones matemáticas en los alumnos de décimo año de Educación General Básica en la institución educativa Cecibeb “Lizardo García” 2022-2023?

## **1.3 Objetivos de investigación**

### **1.3.1 Objetivo general**

Contribuir al aprendizaje del sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, mediante el uso del GeoGebra como herramienta pedagógica dirigida a los escolares del décimo año del Centro Educativo Comunitaria Intercultural Bilingüe “Lizardo García”.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Sistematizar los referentes bibliográficos relacionados con la enseñanza del sistema de ecuaciones lineales y de la aplicación de GeoGebra como herramienta pedagógica.
- Diagnosticar el nivel inicial de conocimientos en ecuaciones matemáticas con dos incógnitas en los estudiantes del Cecibeb “Lizardo García”.
- Desarrollar una propuesta metodológica mediante el uso del GeoGebra para la enseñanza de ecuaciones lineales.
- Evaluar el nivel de conocimientos en ecuaciones matemáticas con dos incógnitas posterior a la implementación del GeoGebra para ver el nivel de sus conocimientos.
- Comparar los logros del nivel inicial del conocimiento en ecuaciones matemáticas con dos Incógnitas con el nivel posterior a la implementación del GeoGebra como herramienta pedagógica para conocer e interpretar resultados de avances.

## **1.4 Justificación**

Para las instituciones educativas es común encontrar problemas de aprendizaje en los estudiantes en la asignatura de matemáticas, estos pueden ser generados por varios factores





que van desde la aplicación de una metodología no adecuada, falta de interés, falta de herramientas, entre otros, misma que refleja un bajo rendimiento a nivel académico. Por tanto, es importante que los encargados de la educación: Estado, ministerios; y, centros de educativos proporcionar las herramientas tecnológicas necesarias para un buen proceso de aprendizaje.

La tecnología, mediante una planificación para su uso adecuado resulta una herramienta metodológica fundamental que puede cambiar los modos convencionales de enseñar, permitiría la innovación al aplicar recursos multimedia, donde sonidos e imágenes coloridos harán de un día común en una clase divertida y entretenida para aprender, Por eso es que se propone aplicar el software GeoGebra, el cual permitirá enfocarse en la comprensión de los conceptos, resolver problemas y explorar diferentes escenarios logrando fomentar la interactividad entre los estudiantes y el profesor.

La implementación del GeoGebra como herramienta pedagógica en la enseñanza de ecuaciones matemáticas dos por dos, resulta importante por cuanto le brinda ventajas en el aprendizaje, su trabajo, adaptable conforme a las necesidades individuales, su manipulación dinámico e interactivo le provee una comprensión más profunda y significativa de las temáticas tratadas, además le permite adquirir habilidades y competencias digitales, algo que es fundamental en la sociedad actual.

La necesidad de utilizar el GeoGebra como herramienta pedagógica, se justifica por su capacidad de ofrecer cambios efectivos al momento de aprender, la integración de este instrumento le ofrece un ambiente motivante, interactivo e innovador que promueve una preparación adecuada conforme a su necesidad. Además, este fomenta su pensamiento crítico y razonamiento lógico a la hora de resolver problemas de ecuaciones matemáticas.



**UNAE**

## Universidad Nacional de Educación

Del mismo modo es viable por cuanto se cuenta con los recursos: humanos, materiales y tecnológicos para que la propuesta se lleve a cabo. Es oportuno indicar; los dispositivos tecnológicos móviles que estudiantes y maestros poseen, además caben mencionar el laboratorio de 6 computadoras con acceso a internet que la institución cuenta, todos subutilizados hasta ahora, se quiere aprovechar y darle su utilidad significativa.

Los beneficiarios de la investigación son los docentes y estudiantes Centro Educativo Comunitaria Intercultural Bilingüe de Educación Básica "Lizardo García" de la comunidad Naubug, parroquia Flores, cantón Riobamba; una institución con una población netamente indígena del sector rural, que durante toda su historia ha reflejado grandes vacíos en los aprendizajes. Para finalizar este trabajo tiene una utilidad metodológica, ya que en el futuro podrán utilizar como fuente de consulta para otras investigaciones.

## **CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO**

### **2. Marco teórico**

#### **2.1. Antecedentes**

La inclusión de las TIC en el ámbito educativo” dará cambios en la forma de enseñar - aprender de los educandos, por lo que se busca reforzar la enseñanza común con metodologías activas, mediante el uso de las TIC, las cuales facilitarán la transmisión de contenidos, las cuales servirán de apoyo al docente en su trabajo diario. Por lo tanto, mediante la utilización de herramientas educativas (GeoGebra) se logrará activar el protagonismo, motivación e interés por aprender matemáticas. A continuación, se presentan los antecedentes en el ámbito internacional, regional y nacional.

##### **2.1.1 Internacional**

Para Navarrete et al. (2022) en su trabajo sobre las utilidades del software GeoGebra como herramienta en el aprendizaje de cálculo integral, aplica la metodología cualitativa, misma que consiste en analizar variables no cuantificables, su estudio fue de tipo documental descriptivo. Para recolectar información, acude a Google Académico, la cual le proporciona varios artículos sobre usos de la tecnología para aprender Matemáticas. Posteriormente obtiene como resultados que el Software GeoGebra apoya de manera dinámica en los aprendizajes, ayudando de sobremanera en la mejora de conocimientos, destrezas y habilidades en los estudiantes.

Según Ruiz et al. (2022) muestran como fortalecer la competencia para resolver ecuaciones lineales en matemáticas, mediante la implementación de la herramienta GeoGebra, para esto aplicó la metodología mixta con un diseño de investigación Acción- Participativa, tomó para la muestra a estudiantes del noveno año. Los resultados que obtuvo fueron favorables, ya que el 85 % de estudiantes mostraron un avance significativo gracias al



uso de este recurso. Basado en este contexto recomienda su utilización para los aprendizajes efectivos en las aulas.

Zarramera (2022) en su publicación plantea como objetivo indagar los métodos empleados por profesores de Matemáticas para instruir sobre la función cuadrática, mediante la utilización de la herramienta matemática digital GeoGebra. Para el contenido científico su teoría se basó en las estrategias de enseñanza, funciones cuadráticas y el uso de GeoGebra. La investigación es de carácter descriptiva de predominio cualitativo. Para recolectar información necesaria aplicó la entrevista semiestructurada y la observación, como resultados se obtuvieron varias categorías. Concluyó que el uso del GeoGebra mejora los aprendizajes, por lo que recomienda a docentes implementar herramientas tecnológicas.

### **2.1.2 Regional**

Según Jaraba (2020), propone una concepción para la enseñanza de Geometría por medio del GeoGebra, con el que pretende mejorar competencias geométricas, basadas en las necesidades de aplicar algunas estrategias innovadoras con la que los estudiantes mejoraran su comprensión. Recurre a la metodología cuantitativa, bajo el diseño cuasi experimental. Tomó como muestra para su estudio a estudiantes de la Institución Educativa Soledad de Colombia. Posterior al estudio determinó que GeoGebra es una herramienta metodológica que proporciona alternativas para que el profesor de Matemáticas cree ambientes de aprendizajes personalizados, para que perciban a la Geometría como una ciencia de aprendizaje motivadora.

Aldazabal et al. (2021), se plantea evaluar los efectos de la herramienta GeoGebra, para resolver problemas de geometría a 53 estudiantes en dos etapas: el previo y el posterior. Para esto emplea pruebas paramétricas de comparación para determinar sus aprendizajes. El grupo experimental demostró las mejoras del caso en sus resultados post test,



demostrándose una vez más que al usar GeoGebra tiene una mejora sustancial para resolver problemas matemáticos, además se fortalece el trabajo en equipo, destrezas en el manejo de la tecnología y más competencias. Por lo que recomienda el uso de este software matemático.

Martin y Lezcano (2021), sustenta la influencia del TIC (GeoGebra) para el proceso de aprendizaje de varias ciencias; y, de manera particular en las matemáticas. El trabajo muestra algunos resultados que se obtuvieron al aplicar en tres institutos preuniversitarios donde se pudo aplicar GeoGebra a estudiantes y maestros en el desarrollo de los aprendizajes. Se aplicó estrategias heurísticas en distintas situaciones típicas de la clase. El resultado obtenido de la investigación arrojó que la herramienta GeoGebra, aporta en la formación de conocimientos sólidos al momento de aprender.

### **2.1.3 Nacional**

De acuerdo con Auccahuallpa et al. (2022), tienen como objetivo analizar los beneficios que brinda GeoGebra, en los escenarios de formación constante e investigación y dentro del contexto de la educación matemática, para lo que su teoría se basa en el estudio a GeoGebra, educación matemática, docentes, formación continua. Su estudio está basado en la metodología del enfoque cuantitativo. El autor aplicó un cuestionario como instrumento de recolección de datos, donde preguntó los usos del GeoGebra, está compuesto por de 24 ítems, dirigido a 799 encuestados del país. Esto arrojó resultados positivos sobre el software por parte de los usuarios encuestados, quienes observaron mejoras en habilidades y destrezas colaborativas.

De la misma manera Vargas et al. (2022), plantea evaluar la herramienta GeoGebra como insumo tecnológico para medir el rendimiento académico de funciones reales en el periodo académico 2020 – 2021. Este estudio tuvo un enfoque cuantitativo, su alcance fue de tipo explicativo y su diseño cuasi experimental, el método que se aplicó fue el hipotético –



deductivo para recabar los datos acudió a la técnica del test de evaluación, aplicó el cuestionario como instrumento. El grupo experimental arrojó resultados aceptables que sobrepasaron la media. Por tanto, el uso de GeoGebra utilizado como herramienta dejó resultados significativos.

Según Sarmiento y Toledo (2022), publican los usos de la plataforma GeoGebra como táctica metodológica en el proceso de enseñanza-aprendizaje en Matemáticas su teoría se centra su metodología mediante el enfoque positivista cuantitativo, busca identificar en cada uno de las etapas aspectos favorables y contrarios para ofrecer actividades interactivas en la asignatura. Para concluir GeoGebra y sus funcionalidades y aplicada de manera metodológica en una clase conlleva a desarrollar capacidades tecnológicas en su aprendizaje.

## **2.2. Marco Legal**

Varios artículos y normativas, establecidos en el marco legal que fundamentan la investigación como la Constitución de la República del Ecuador, en las cuales establece los derechos fundamentales en la parte educativa. Así también, la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI), en la que establece algunas directrices para implementar políticas educativas. Y, por último, Acuerdos Ministeriales emitidos por el Ministerio de Educación, las cuales regulan cosas específicas del ámbito educativo, los cuales pueden abarcar temas de currículos, evaluación y formación, entre otros.

## **2.3. Marco Teórico**

### **2.3.1 Concepto de TIC**

En la actualidad la tecnología ocupa muchos espacios del cotidiano, y la educación no es un tema particular. Según Rueda (2007), el avance tecnológico ha cambiado los métodos de enseñanza-aprendizaje, esto hace que se vincule al mundo y palpe diferentes contextos. En este sentido la tecnología le brinda una gama de herramientas destinadas para el uso



académico, su modo cambiante le ofrecen soluciones modernas donde los estudiantes adquieren un conocimiento más profundo. Por lo tanto, los docentes requieren formación para el dominio de estas tecnologías para brindar servicios efectivos a sus estudiantes.

### **2.3.2 Ventajas de las TIC**

Según Sierra et al. (2016), al aplicar las herramientas TIC podemos tener los siguientes beneficios:

- Tienen una gama de información que pueden utilizar para fines educativos.
- Pueden interactuar en tiempo real con otros estudiantes y aprender mas
- Ser fortalece el aprendizaje autónomo
- Tienes a disposición nuevos escenarios de aprendizaje.
- Te ofrece múltiples recursos, eliges a tu gusto para trabajar.

Según Pabón et al. (2015), para concluir, al incorporar herramientas tecnológicas para los aprendizajes en ecuaciones matemáticas genera un gran impacto, que permite mejorar significativamente su nivel de comprensión, reflejándose en un mejor rendimiento académico, pues bien, solamente depende del maestro la aplicación de este recurso en sus horas clase.

### **2.3.3 Desventajas del uso de las TIC**

Según Sierra et al. (2016), tenemos algunas desventajas que detallamos a continuación.

- El internet te presenta una infinidad de información, pero no todo es constructivo
- Pueden encontrar mucha información no valedera ni sustentada.
- Personas que no pueden acceder por su condición económica.
- Puede limitar el pensamiento crítico de los estudiantes.

Por consiguiente, aplicar las TIC en el aula es poner en práctica la innovación



educativa. Camacho et al. (2020), considera la clasificación selectiva de recursos y materiales creativos que permitan el cambio significativo del modo tradicional de enseñanza. En definitiva, Gisbert y Johnson (2015), mencionan que necesitamos nuevos escenarios en educación, más adaptables y flexibles, que integren la tecnología de forma natural y que aporten mucha evidencia relacionada con la innovación y la creatividad el proceso educativo

### **2.3.4 Método de la visualización**

Zimmermann y Cunningham (1991) citado por González et al. (2021) mencionan que la visualización en el contexto de la enseñanza de Matemáticas es “la habilidad, el proceso y el producto de la creación, decodificación, uso y reflexión de cuadros, imágenes diagramas, en nuestras mentes, en papel o con herramientas tecnológicas, con el fin de graficar y comunicar información...” es decir la visualización es el proceso que se realiza en nuestras mentes y se puede plasmar en papel o en plataformas tecnológicas como GeoGebra.

Según González et al. (2021), en la actualidad se plantea que la visualización juega un papel muy importante en el aprendizaje de Matemáticas. Cuando los estudiantes observan representaciones gráficas de conceptos matemáticos, pueden hacerse preguntas relacionadas a cómo esos conceptos pueden representarse de diferentes formas usando símbolos y signos. La visualización matemática desde una perspectiva didáctica es diferente al uso cotidiano del término “visualización”, el cual se refiere más a formar imágenes mentales. En educación, la visualización implica construir y manipular representaciones gráficas de objetos y relaciones.

Gutiérrez Zuluaga et al. (2020), mencionan que la utilización de tecnología tiene la capacidad de generar resultados beneficiosos en el proceso de adquirir conocimientos, ya que se centra en herramientas virtuales que permiten a los estudiantes mejorar su capacidad para adquirir habilidades y conceptos. Estas herramientas ofrecen representaciones físicas, móviles, ensamblables y desmontables, lo que facilita la visualización concreta de conceptos





matemáticos. De esta manera, el uso de la tecnología ofrece una forma más interactiva y práctica para el estudio de las Matemáticas.

### **2.3.5 GeoGebra**

GeoGebra es un software matemático que recoge varias funcionalidades como: geometría, álgebra y cálculo, un sistema de trabajo dinámico donde se realizan construcciones, de puntos, vectores, segmentos, rectas, ecuaciones, entre otros. Además, ofrece más de 1 millón de recursos gratuitos para el aula.

Según Ruiz et al. (2013), los ambientes dinámicos ofrecidos por GeoGebra permiten al maestro tener ventaja al presentar su clase, del mismo modo la presentación y visualización de los conceptos les genera un aprendizaje significativo a los estudiantes.

Jiménez y Jiménez (2017) afirman la facilidad para la resolución de problemas, ya que el GeoGebra le proporciona estrategias diferentes en la que le otorga resultados anticipados para luego proponer soluciones a problemas cotidianos de la realizada. Por otra parte, Cayahuallpa (2018), afirma que GeoGebra es un conjunto de programas con instrucciones específicas para desarrollar casos matemáticos ya que sabe cómo hacerlo. En este sentido esta herramienta resulta de utilidad para los estudiantes y su aprendizaje en diversos temas matemáticos.

### **2.3.6 Principales usos del GeoGebra**

El Ministerio de Educación mediante su currículo dispone la incorporación de herramientas tecnológicas para el proceso de enseñanza aprendizaje, tomando en cuenta que el programa GeoGebra es un aplicativo gratuito, y que este apoya al docente en su labor se recomienda su utilización en el aula.

- Enseñanza de Matemáticas de manera interactiva.

- Realizar simulaciones que nos ayudan a entender mejor los conceptos.
- Realizar gráficos en 2d y 3d, y podrán reajustar parámetros de acuerdo a lo requerido.
- Para geometría, ecuaciones, y más contextos educativos.

Fernández y Álvarez (2022) mencionan que la herramienta GeoGebra, que es un software matemático, que permite, crear, manipular, objetos en varias dimensiones, podemos utilizar para la enseñanza de una variedad de temas, incluyendo el sistema de ecuaciones matemáticas con dos incógnitas. Además, Guillén y Rodríguez (2021), sugieren que los docentes pueden crear actividades interactivas que mejoran la captación porque ofrecen programas, que le permite realizar: cálculos numéricos, dinamización de la geometría, gestión y análisis de datos, entre otras cosas.

Según Villagrán et al. (2018) GeoGebra en la práctica le permite al estudiante explorar contextos reales que la pizarra, cuaderno o texto le es imposible experimentar. Por consiguiente, Zamora (2023) indica que la tecnología es útil para el proceso de enseñanza aprendizaje. Con su incorporación en el aula el docente será responsable de orientar al estudiante sobre el uso adecuado en el aula. Hay que recordar también que para trabajar con GeoGebra podemos descargar una aplicación o su vez trabajar la línea.

### **2.3.7 Instructivo GeoGebra para ecuaciones matemáticas dos por dos**

En el navegador digitar [www.geogebra.com](http://www.geogebra.com), se despliega un menú donde debe elegir GeoGebra Classic, que es la adecuada para para ecuaciones de dos por dos.

## GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by...

<https://www.geogebra.org>

Web Free digital tools for class activities, graphing, **geometry**, collaborative whiteboard and more. Start Calculator. Classroom Resources.

### GeoGebra Classic

Free online apps bundle from GeoGebra: get graphing, geometry, algebra, 3D, ...

### Calculadora Gráfica

Calculadora gráfica en línea, gratis e interactiva, de GeoGebra: grafica ...

### 3D Calculator

Free online 3D grapher from GeoGebra: graph 3D functions, plot surfaces, ...

### Geometry

Interactive, free online geometry tool from GeoGebra: create triangles, circles, ...

### Calculator Suite

Interactive, free online calculator from GeoGebra: graph functions, plot data, ...

### APP Downloads

Free offline GeoGebra apps for iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook and Linux. ...

### News Feed

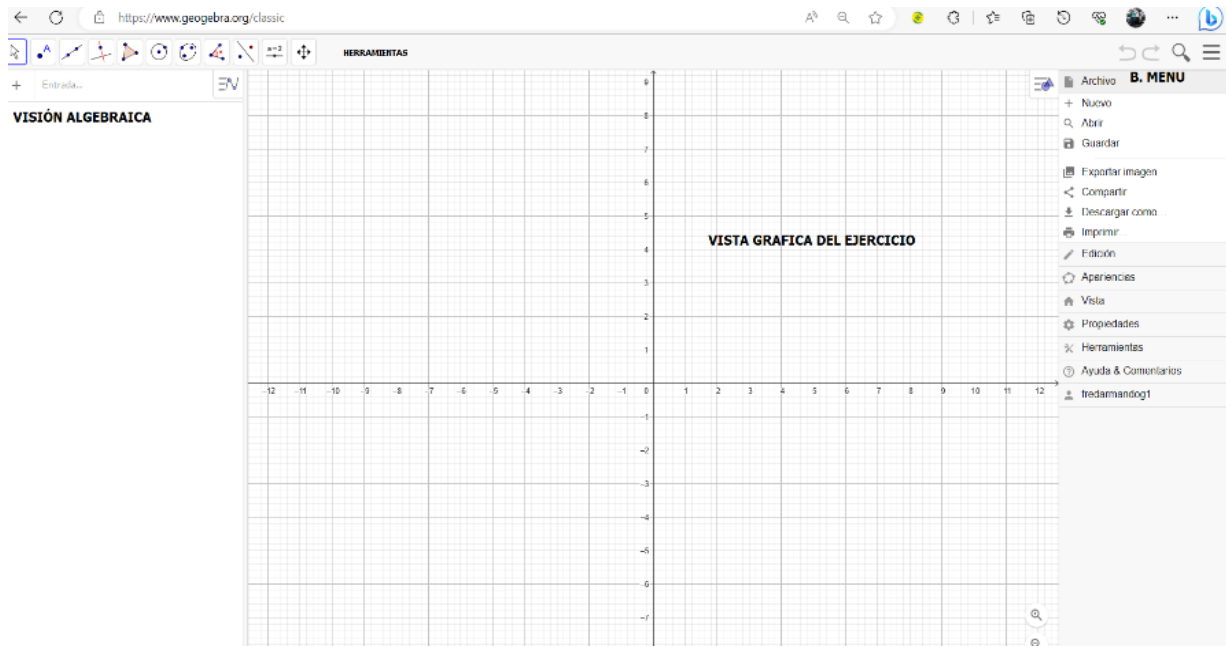
Use GeoGebra Classroom to actively engage students in fully remote or hybrid ...

### Resources

Find over 1 million free activities, simulations, exercises, lessons, and ...

## Gráfico 1: Menú de opciones al digitar GeoGebra

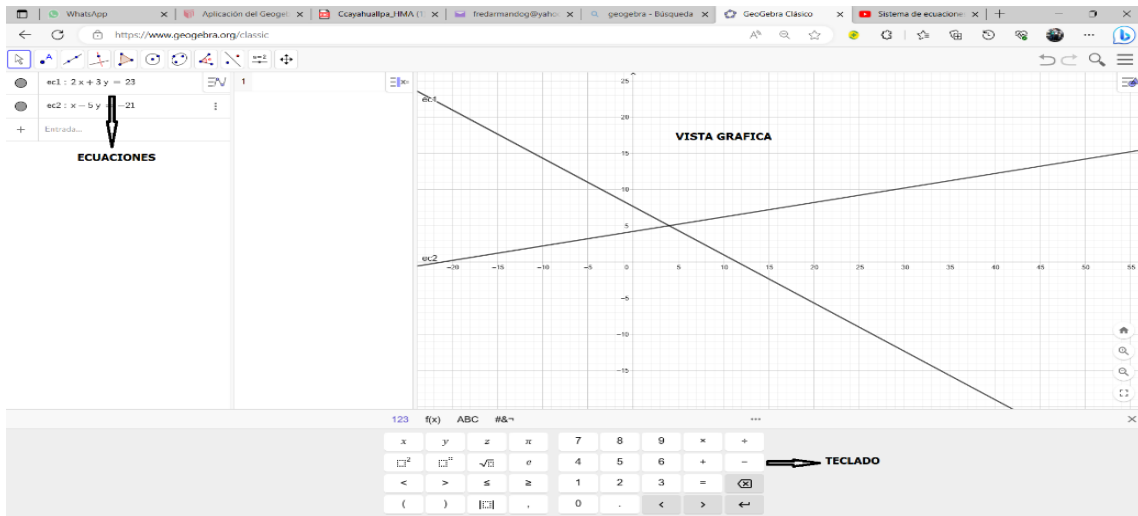
Al seleccionar GeoGebra Clásica se desplaza el siguiente escritorio, donde debemos elegir Vista, después seleccionar Cálculo Simbólico Cas, está listo para digitar la ecuación y resolverla.



**Gráfico 2:** Escritorio de GeoGebra, sus partes y configuración para trabajar con ecuaciones.

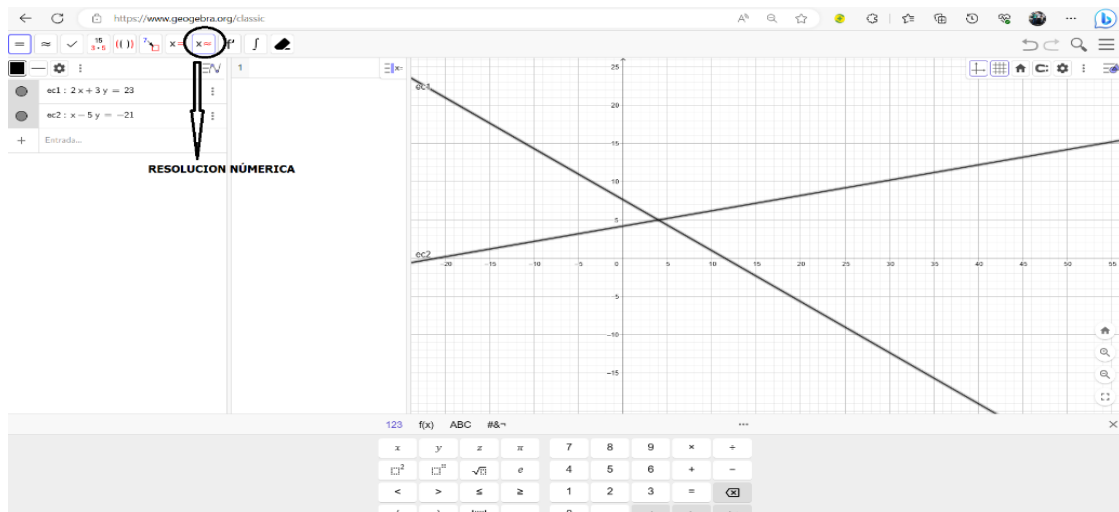
**Fuente:** GeoGebra

Para ingresar el problema o la ecuación se utiliza el teclado que dispone en la ventana de GeoGebra o a su vez se hace uso del teclado físico de su computadora, al ingresar datos de la ecuación, seguido damos Enter e inmediatamente se despliega la solución gráfica en el plano cartesiano.



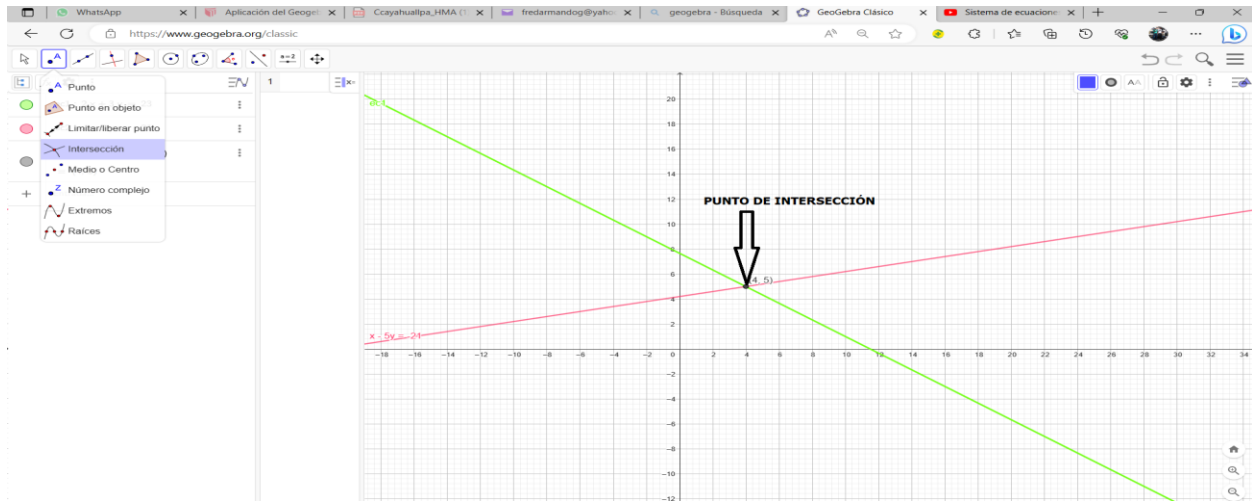
**Gráfico 3:** Ingreso del Ejercicio y vista gráfica automática.  
**Fuente:** GeoGebra

Posterior al ingreso de datos se selecciona la ecuación 1, teniendo pulsado el Ctrl, seleccione la ecuación 2, para posteriormente dar clic en resolución numérica.



**Gráfico 4:** Para obtener la resolución numérica  
**Fuente:** GeoGebra

Ahora se va a conocer el punto de intersección, la cual será la respuesta de la ecuación. Para esto se selecciona la opción de punto, elegimos intersección, luego damos clic en cada una de las rectas. Aparece el punto de intersección. Por cuestiones de forma podemos cambiar de color, grosor el punto y las rectas.



**Gráfico 5:** Para conocer la intersección y configuración por estética de las rectas

**Fuente:** GeoGebra

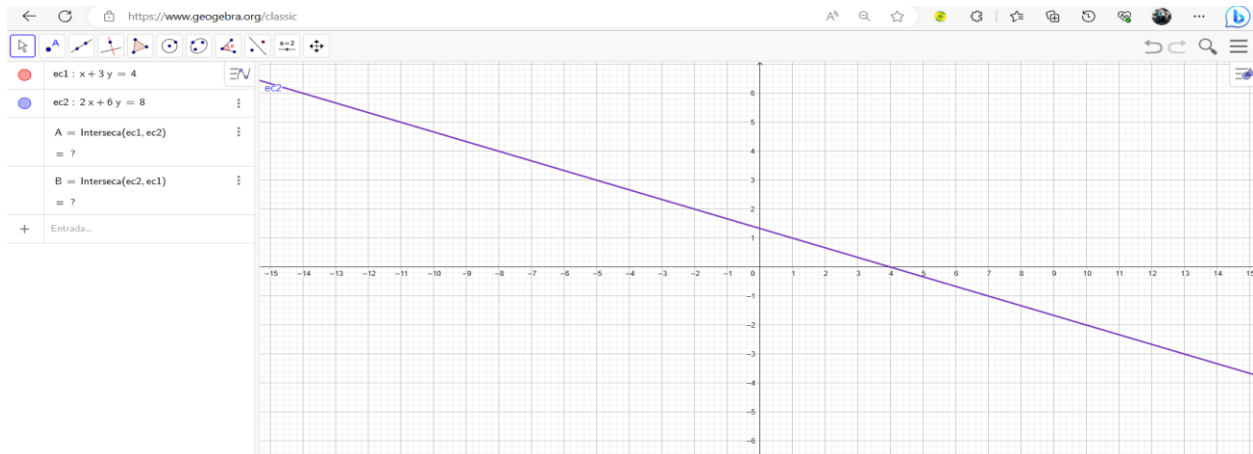
Si se toma como referencia la clasificación del Sistema de Ecuaciones Lineales dos por dos el GeoGebra nos da las siguientes gráficas:



**Gráfico 6:** Sistema Compatible Determinado (SCD)

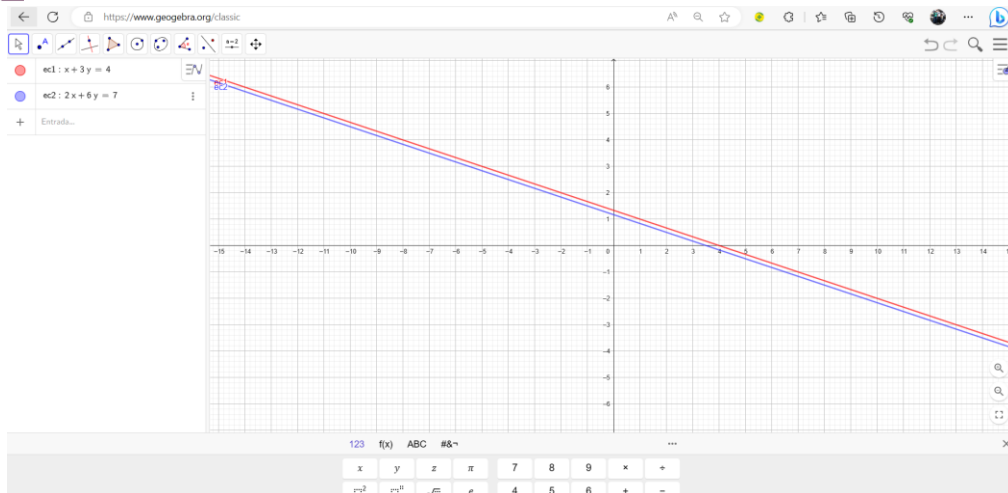
**Fuente:** GeoGebra

Cuando se encuentra este tipo de gráfica donde hay intersección, es un sistema que tiene una solución única, es decir que solo hay un par de valores uno para (x) y otro para (y), este par se obtienen al resolver una ecuación con cualquiera de los métodos: Igualación. Sustitución y reducción, además se sabe que estas coordenadas son donde se cortan las dos rectas. Por tanto, se reconoce como rectas secantes.



**Gráfico 7:** Sistema Compatible Indeterminado (SCI)  
**Fuente:** GeoGebra

Al observar este tipo de gráfico se dice que es compatible, tiene solución, indeterminado que hay infinitas soluciones. Al graficar se puede ver que las dos rectas son coincidentes, que está una sobrepuesta sobre la otra, esto sucede porque unos de los puntos de una de las rectas pertenecen también a la otra. Al ver las diferencias entre el sistema compatible determinado hay un solo punto en común, mientras que en el sistema compatible indeterminados todos los puntos son en común, además la recta tiene puntos infinitos. Se conoce también como rectas coincidentes.



**Gráfico 8:** Sistema Incompatible

**Fuente:** GeoGebra

Es un sistema en el que no hay solución, no tiene valores para  $x$  ni para  $y$ , no tiene punto de corte al graficar las dos rectas por tanto son dos rectas paralelas. Para comprobar se debe ver la relación que hay entre los coeficientes de  $x$  e  $y$ , pero distinta de la relación que hay en los términos independientes.

### 2.3.8 Ecuaciones matemáticas

#### Sistema de ecuaciones con dos incógnitas

Valdés y Segura (2002) definen un sistema de ecuaciones como una igualdad entre dos expresiones compuestas por términos, compuesta por variables representadas por números, incógnitas compuestas por letras; y, separadas por el signo igual, y relacionadas por signos matemáticos. En este mismo sentido Guzmán (2020), menciona que los sistemas de ecuaciones dos por dos son aquellas que tienen dos variables, esta se resuelve utilizando cualquiera de los tres métodos: gráfico, sustitución y o reducción. Por lo tanto, se entiende que se debe encontrar el valor de  $(x)$  y  $(y)$  de la forma.

$$(1) ax+by = c$$

$$(2) a'x+b'y = c$$

**Sistema de ecuaciones por el método gráfico**

Para resolver una ecuación dos por dos por el método gráfico seguimos los siguientes pasos:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ 5x - 6y = 3 \end{cases}$$

**Primer paso:** Se procede a enumerar las ecuaciones

1.  $4x + 3y = 18$

2.  $5x - 6y = 3$

**Segundo paso:** Dar una tabla de valores para cada ecuación.

**Ecuación 1.-** Dar valores a (x) en este caso 0 para saber (y) y lo contrario para saber (x)

Reemplazando se obtiene $4(0) + 3y = 18$	$4x + 3(0) = 18$
$0 + 3y = 18$	$4x + 0 = 18$
$3y = 18$	$4x = 18$
$y = \frac{18}{3}$	$x = \frac{18}{4}$
$y = 6$	$x = \frac{9}{2}$

**Ecuación 2.-** Dar valores a (x) en este caso 0 para saber (y) y lo contrario para saber (x)

Reemplazando tendríamos $5(0) - 6y = 3$	$5x - 3(0) = 3$
$0 + 6y = 3$	$5x + 0 = 3$
$- 6y = 3$	$5x = 3$
$y = -\frac{3}{6}$	$x = \frac{3}{5}$
$y = - 0,5$	$x = 0,6$



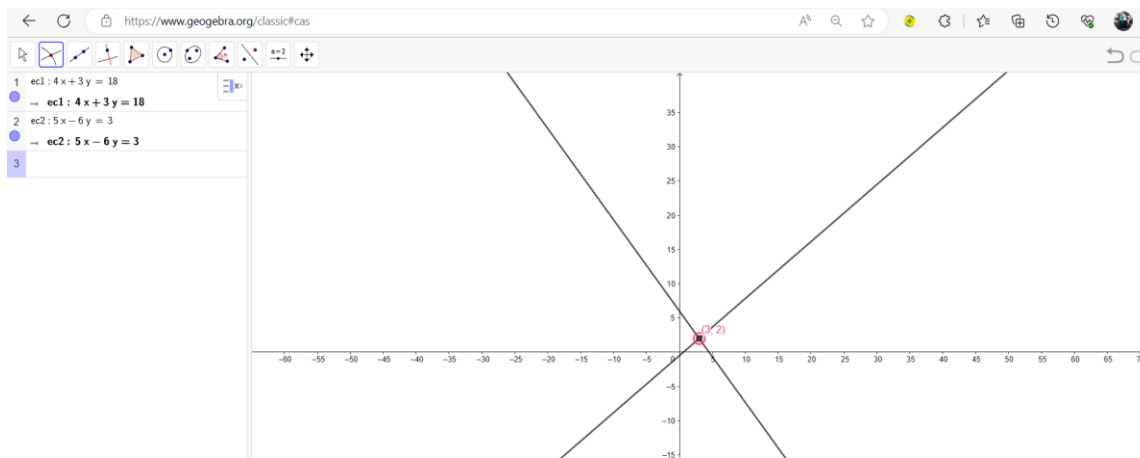
EC. 1

x	Y
0	6
-0,5	0

EC. 2

x	y
0	
	0

**Tercer paso:** Graficamos en el plano cartesiano, en este caso se utiliza el GeoGebra y tendremos la solución.



**Gráfico 9:** Solución por el método Gráfico, X= 3; Y= 2

**Fuente:** GeoGebra

### Sistema de ecuaciones dos por dos por el método de sustitución

Para resolver un sistema de ecuación dos por dos por el método de sustitución seguimos los siguientes pasos:

$$\begin{cases} 1 & 2x - 3y = 5 \\ 2 & 5x + 7y = -2 \end{cases}$$

**Primer paso:** Debemos escoger una de las dos incógnitas a quien quiere despejar, en este caso se selecciona la ecuación 1 y se despejará (x). Despejar significa dejar a la x solita.

$$2x - 3y = 5$$

$$2x = 5 + 3y$$

$$x = \frac{5+3y}{2}$$

**Segundo paso:** El valor sacado de (x) debe sustituir en la ecuación 2, quedaría de la siguiente manera.

$5x + 7y = -2$ , y se resuelve. Nota: es importante despejar en una y sustituir en otra.

$$5\left(\frac{5+3y}{2}\right) + 7y = -2$$

$$\frac{25+15y}{2} + 7y = -2$$

$$\frac{25+15y}{2} = -2 - 7y$$

$$25 + 15y = -2(2) - 7y(2)$$

$$25 + 15y = -4 - 14y$$

$$15y + 14y = -4 - 25$$

$$29y = -29$$

$$y = -\frac{29}{29}$$

$$y = -1$$

**Tercer paso:** Para terminar, debemos reemplazar el valor de (y) en una de las ecuaciones, en este caso se toma la ecuación # 1, por lo que la expresión queda de la siguiente manera:

$$1 \quad 2x - 3y = 5$$

Reemplazando queda de la siguiente manera:

$$2x - 3(-1) = 5$$

Comprobación

$$2x + 3 = 5$$

$$2(1) - 3(-1) = 5$$

$$2x = 5 - 3$$

$$2 + 3 = 5$$

$$x = \frac{2}{2} = 1$$

$$5 = 5$$

### Sistema de ecuaciones dos por dos por el método de reducción

Para resolver por el método de Reducción o eliminación se sigue los siguientes pasos:

**A.  $3x + 7y = 17$**

**B.  $2x + 5y = 12$**

**Primer paso:** Eliminar una de las variables, consiste en que sus términos sean iguales, pero de signos diferentes, para igualar se hace lo siguiente

$$3x + 7y = 17 \quad (-2) = -6x - 14y = -34$$

$$2x + 5y = 12 \quad (3) = \underline{6x + 15y = 36}$$

$$\parallel \quad y = 2 \text{ Tenemos el valor de } y$$

**Segundo paso:** Como ya se conoce el valor de y reemplazamos en una de las ecuaciones, en este caso en la ecuación B

$$2x + 5y = 12$$

Sabemos que  $y = 2$ , entonces queda de la siguiente manera.

$$2x + 5(2) = 12$$

$$2x + 10 = 12$$

$$2x = 12 - 10$$

$$x = \frac{2}{2} = 1 \text{ Por lo tanto } x = 1 \quad x = 1 ; y = 2$$

### 2.3.9 Rendimiento académico

Es el reflejo de los resultados del aprendizaje posterior a la instrucción sobre un tema. Suárez y Castro (2022), sostiene que el rendimiento está relacionado con la capacidad de los estudiantes, mediante el cual puede tener altas calificaciones, sin embargo, no es suficiente ya que los chicos necesitan habilidades cognitivas, sociales y emocionales. Mientras que Delgado et al. (2022), menciona tres factores relacionados con la comprensión y en consecuencia el rendimiento académico: generó, inteligencia en el entorno de aprendizaje.

Por otro lado, cuando se trata de medir el rendimiento académico Ayala (2022), manifiesta que el rendimiento académico es la evaluación del conocimiento obtenido, esta refleja las etapas del proceso educativo, además menciona tipos: (General, específico social) cuando mencionamos niveles de rendimiento: alto, medio y bajo. Por último, el rendimiento académico es el reflejo de un trabajo equilibrado entre constancia, metodologías, motivación y disciplina por parte de todos los actores educativos: maestros, padres de familia, estudiantes.

### **2.3.10 Fundamentos**

#### **Fundamento educativo**

En Ecuador el Ministerio de Educación es responsable de regular el marco curricular del sistema educativo del país, el currículo 2016 proporciona los objetivos, contenidos, estándares de aprendizaje; y, pautas generales para el diseño de planificaciones para la enseñanza. Estos formularios proporcionan lineamientos específicos para el sistema educativo.

#### **Fundamento didáctico**

Según la línea de investigación didáctica, su objetivo es perfeccionar la enseñanza-aprendizaje mediante la aplicación del GeoGebra como herramienta pedagógica; estrategia probada por varios investigadores en la enseñanza de las Matemáticas. Con esto se busca impartir una educación eficaz, de calidad, ofreciéndoles herramientas tecnológicas pedagógicas adaptadas al contexto real del estudiante, la cual permitirá promover una reflexión y mejora continua en su aprendizaje.

### **2.3.11 Epistemología y pedagogía**

Según Ríos (2019), la epistemología, como rama filosófica, aborda la naturaleza del conocimiento matemático, explorando cómo se genera, valida y estructura. Enseñantes y alumnos, al comprender los fundamentos epistemológicos, pueden apreciar la lógica y coherencia detrás de los conceptos matemáticos, fomentando así una comprensión profunda en lugar de una simple memorización.



Por otro lado, la pedagogía matemática se concentra en las estrategias y enfoques para transmitir estos conocimientos de manera efectiva. Integrar la epistemología en la pedagogía implica guiar a los estudiantes hacia la resolución activa de problemas, la exploración y el razonamiento, alentando una participación activa en el proceso de descubrimiento matemático. Esta conjunción entre la epistemología y la pedagogía en el contexto matemático promueve una educación más significativa y enriquecedora, permitiendo a los estudiantes no solo dominar las técnicas, sino también comprender el porqué y el cómo detrás de las Matemáticas.

El Ministerio de Educación (2017), por medio de la Secretaría de Educación Intercultural Bilingüe, pone a disposición sus currículos interculturales bilingües, enfocados al fortalecimiento de su identidad cultural en los procesos de enseñanza aprendizaje. Este posee la flexibilidad para que el docente arme su planificación conforme a las destrezas con criterios de desempeño en función a su contexto.

Según Ministerio de Educación (2017), el currículo bilingüe recoge las características del currículo nacional, orientados al mismo objetivo, destrezas con criterio de desempeño, evaluación y otros estándares conforme a la base legal vigente. Se trabaja bajo la metodología del dominio del conocimiento, considerando la habilidad del saber y el conocimiento en el aprendizaje.

### **2.3.12 Psicología matemática**

Según el Ministerio de Educación (2019), Aprender Matemáticas, consiste en la capacidad de resolver operaciones, contextualizadas a situaciones reales, donde los estudiantes utilizarán diversas estrategias de cálculo para obtener su resultado. Rubio (2020), indica que el estudiante puede tomar decisiones mediante el conocimiento previo para



## Universidad Nacional de Educación

**UNAE**

construir uno nuevo, este basado en la teoría constructivista, donde el estudiante va aprendiendo mediante los conocimientos previos y la interacción con el medio que lo rodea.

### **3. Marco metodológico**

#### **3.1 Paradigma**

La investigación se sustentó en el paradigma interpretativo, ya que se buscó comprender en profundidad cómo los estudiantes experimentan el proceso de aprendizaje con GeoGebra. El número de estudiantes (cinco) facilitó un análisis en profundidad de cada caso. En este sentido, el investigador interactuó con los participantes durante la adquisición de conocimientos, por lo tanto, se enfatizó en entender las perspectivas individuales de los participantes sobre su experiencia. En vista que la evaluación fue cualitativa, se enfocó en describir los niveles de aprendizaje, se buscó un entendimiento holístico del uso educativo de GeoGebra.

#### **3.2 Enfoque**

En esta investigación se llevará un enfoque en su mayoría cualitativo, éste se basa en la recopilación de datos descriptivos y detallados mediante métodos como guía de observación, registro anecdótico y lista de cotejos, que permitieron capturar la riqueza de los datos cualitativos. Se buscó profundizar en la comprensión de la manera en que los estudiantes interactúan con GeoGebra, cómo perciben su utilidad en la enseñanza de ecuaciones matemáticas y cómo influyó en su proceso de aprendizaje.

La investigación cualitativa en este contexto permitió obtener una comprensión profunda y contextualizada de la integración de GeoGebra en la enseñanza de ecuaciones matemáticas en la Cecibeb “Lizardo García”. Los hallazgos de esta investigación proporcionaron valiosas perspectivas y recomendaciones para mejorar el uso de GeoGebra





como herramienta pedagógica, además enriqueció el proceso de enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones matemáticas en el contexto educativo mencionado.

Por otro lado, también se realizó una entrevista dirigida a los estudiantes después de la intervención educativa, se exploraron temas como las percepciones de los estudiantes sobre la efectividad de GeoGebra para visualizar y comprender conceptos matemáticos, cómo se sienten los estudiantes al utilizar la herramienta, qué desafíos enfrentan y qué beneficios experimentan en su aprendizaje.

En este sentido, el análisis de la entrevista se realizó utilizando un enfoque cuantitativo, porque se obtuvo información susceptible de ser procesada y analizada estadísticamente. Los datos se procesaron mediante la herramienta Excel logrando resultados numéricos, lo que facilitó su análisis e interpretación.

### **3.3 Tipo de investigación**

En el presente proyecto investigativo se adoptó un enfoque de investigación transversal y prospectivo ya que se obtuvo una comprensión integral y proyectada del impacto de esta herramienta pedagógica en el aprendizaje de los estudiantes.

El tipo de investigación transversal se eligió debido a su capacidad para examinar datos recopilados en un solo punto en el tiempo, permitiéndonos analizar cómo los estudiantes se desenvuelven en el aprendizaje de ecuaciones matemáticas en el momento presente. Esta metodología nos brindó información del progreso y la comprensión de los estudiantes, así como la eficacia del uso de GeoGebra como recurso de enseñanza.

Por otro lado, se seleccionó el enfoque prospectivo porque nos permitió seguir la evolución y el desarrollo del aprendizaje de los estudiantes en el tiempo. Al llevar a cabo una



investigación prospectiva, se pudo observar cómo los estudiantes se enfrentan a nuevos desafíos, cómo se consolidan sus conocimientos a lo largo del proyecto y cómo el uso continuado de GeoGebra influye en su progreso académico.

Al definir el tipo de investigación como transversal y prospectivo, se obtuvieron datos significativos y relevantes que respaldan la efectividad de GeoGebra como herramienta pedagógica en la enseñanza de ecuaciones matemáticas y nos permitieron realizar ajustes y mejoras continuas en nuestro enfoque educativo. Este enfoque nos brinda una visión más completa de la efectividad de nuestra intervención y nos ayuda a tomar decisiones informadas para mejorar la experiencia de aprendizaje de los alumnos.

### **3.4 Diseño**

En el presente proyecto de enseñanza de ecuaciones matemáticas en GeoGebra, se ha optado por utilizar un diseño de investigación pre experimental. Esta elección se fundamenta en diversas razones que buscan garantizar la efectividad y la viabilidad del estudio en el contexto educativo específico.

El diseño pre experimental es apropiado para este proyecto debido a que nos permitió examinar el impacto inicial de la intervención educativa con GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones matemáticas. Al trabajar con un grupo pequeño de estudiantes, el diseño pre experimental nos proporcionó datos iniciales y relevantes sobre el rendimiento y la comprensión de los estudiantes al implementar GeoGebra como herramienta pedagógica.

Además, este diseño fue adecuado para evaluar la viabilidad y la eficacia de la intervención antes de extenderla a un grupo más grande o realizar cambios más significativos en el enfoque de enseñanza. Al ser un diseño menos invasivo y más controlado, nos permitió hacer ajustes en la metodología y el contenido de la enseñanza en función de los resultados



conseguidos en la fase inicial del proyecto, cabe recalcar que estas estrategias están en relación con la guía de educación proporcionada por el Ministerio de Educación.

Otra razón para seleccionar el diseño pre experimental es la facilidad de implementación y el uso de recursos disponibles. Dado que el estudio se lleva a cabo con un grupo pequeño de estudiantes y se centra en una intervención específica, el diseño pre experimental nos permite realizar una evaluación detallada sin requerir recursos excesivos.

### **3.4.1 Fases de investigación**

Fase inicial: En esta fase, se aplicó una ficha de observación mediante la cual el investigador evaluó la situación inicial. Este instrumento se utilizó para recopilar información de los conocimientos previos de los estudiantes en relación a ecuaciones lineales con dos incógnitas y de la plataforma GeoGebra, además con este instrumento se identificaron los recursos disponibles en el ambiente educativo. La persona encargada de aplicar este instrumento fue el investigador. El responsable de aplicar esta herramienta fue el investigador.

Aplicación de la propuesta: En esta fase se utilizaron dos instrumentos, la entrevista y el registro anecdótico. La entrevista se aplicó a los estudiantes de forma individual con el fin de valorar su percepción sobre la eficacia de GeoGebra como recurso pedagógico para abordar la solución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, el responsable de la aplicación de este instrumento fue el investigador. El instrumento denominado registro anecdótico, se aplicó en el objetivo de evaluar la propuesta, a los estudiantes y los recursos disponibles. Este instrumento fue aplicado por parte del investigador con la supervisión de la máxima autoridad de la institución.

Fase final: En esta fase se aplicó el instrumento denominado lista de cotejos, éste tiene como finalidad evaluar la competencia de los estudiantes en la resolución del sistema de dos



ecuaciones con dos incógnitas posterior a la implementación de la propuesta. Este instrumento fue aplicado por el docente.

### **3.5 Alcance**

Como alcance el trabajo se sujeta al estudio exploratorio y descriptivo, está limitada a el estudio del aprendizaje de ecuaciones matemáticas dos por dos para los estudiantes del Décimo Año de Educación Básica del Centro Educativo Intercultural Bilingüe “Lizardo García”. Muguira (2018) sostiene que la investigación descriptiva se puntualiza en los detalles de la población estudiada, busca describir el tema de investigación, sin omitir el porqué de las cosas.

El enfoque exploratorio nos permitió examinar aspectos novedosos y descubrir nuevas perspectivas sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de ecuaciones matemáticas. Al trabajar con un grupo pequeño de estudiantes, se pudo observar de cerca cómo interactúan con la herramienta, cómo se involucran en el proceso de aprendizaje y las dificultades o ventajas encontradas.

Además, el alcance descriptivo complementa el enfoque exploratorio al permitirnos recopilar datos detallados y precisos sobre el rendimiento, el progreso y la comprensión de los estudiantes. Otra razón para seleccionar el alcance exploratorio descriptivo es su flexibilidad para adaptarse a la realidad del aula y a la disponibilidad de recursos. Al trabajar con un grupo pequeño y en un tiempo limitado, este alcance nos permite realizar una investigación significativa sin requerir recursos excesivos.

### **3.5 Población**

La población que será el objeto de estudio en el trabajo investigativo está conformada por los 15 estudiantes de Educación Básica Superior del Centro Educativo Comunitaria Intercultural Bilingüe de Educación Básica “Lizardo García”, de la Comunidad Naubug, Parroquia Flores. Según Rivas (2022) la población es el conjunto de objetos, individuos o



cosas que se van a ser estudiados para luego sacar conclusiones en base a los resultados.

Cabe indicar también que al referirse a población no solamente son personas, se considera objeto de estudio a todo elemento conforme al objetivo de la investigación.

### **3.6 Muestra**

Se toma como referente a los cinco estudiantes del décimo año, de la Cecibeb Lizardo García del año lectivo 2022-2023. Se toma como objeto de estudio por conveniencia del investigador, estudiantes que están bajo la tutoría del investigador, y los contenidos conforme al currículo son para Décimo año de Educación Básica. Según Fernández (2020), la muestra consiste en seleccionar un grupo sobre la totalidad del grupo a investigar. Considerando el número de estudiantes se aplicará a todo el grupo del décimo año de educación básica.

### **3.6 Criterios de inclusión y exclusión de las unidades de información**

En la presente investigación, se llevó a cabo una recopilación de información que combina fuentes bibliográficas y datos obtenidos de campo. Se eligió esta modalidad con el objetivo de obtener una visión completa y actualizada sobre la temática, brindando una sólida fundamentación teórica y a la vez, considerando las particularidades y experiencias específicas del grupo de estudiantes en el aula.

Se llevó a cabo una búsqueda de documentos electrónicos en diversas bases de datos académicas y catálogos de revistas, incluyendo Scopus, Science Direct, Web of Science, SciELO, DOAJ, JSTOR, ERIC y WorldCat. Se crearon criterios de búsqueda con las palabras clave seleccionadas para cada base de datos. Los documentos digitales se identificaron y seleccionaron a través de métodos de observación y análisis, siguiendo un procedimiento riguroso para analizar e interpretar la información para este proyecto investigativo.

Se seleccionaron los documentos a incluir empleando ciertos criterios de inclusión, tales como: que estén relacionados con la temática de proceso enseñanza aprendizaje con GeoGebra, que sean estudios actualizados en los últimos cinco años (comprendidos en el periodo 2018-2023), que estén escritos en inglés o español, que sean estudios observacionales o experimentales y que tengan el texto completo disponible.

La recopilación bibliográfica se enfocó en estudios e investigaciones relacionadas con el uso de GeoGebra en la enseñanza de ecuaciones matemáticas y su aporte en el aprendizaje de los alumnos. La prioridad se dio a fuentes de información académica y científica, como artículos de revistas especializadas, libros, tesis y estudios previos. Estas fuentes proporcionan una base teórica sólida que respalde la utilización de GeoGebra como herramienta pedagógica en el contexto educativo, y permitirá identificar enfoques y mejores prácticas para mejorar la enseñanza de ecuaciones matemáticas.

Por otro lado, la información de campo se adquirió por medio de la observación directa de las clases y la interacción con el grupo de estudiantes. Se realizarán registros y notas de las dinámicas de enseñanza, el uso de GeoGebra en las lecciones, las reacciones y participación de los estudiantes, así como sus logros y obstáculos en el proceso de adquisición de conocimientos. Este enfoque de recopilación de datos permitirá capturar las experiencias reales de los estudiantes y evaluar cómo la implementación de GeoGebra influye en su comprensión de las ecuaciones matemáticas y en su rendimiento académico.

La decisión de priorizar la información de estudios de los últimos cinco años se basa en la relevancia y actualidad de los datos. La educación y las herramientas tecnológicas están en constante evolución, por lo que la información más reciente refleja en mayor medida las tendencias y avances en el campo de la enseñanza de Matemáticas con el uso de GeoGebra. Además, al enfocarse en estudios recientes, se asegura que los resultados obtenidos y las



prácticas recomendadas sean aplicables al contexto actual de la educación y a las necesidades específicas del grupo de estudiantes en la Cecibeb “Lizardo García” durante el periodo académico 2022-2023.

### **3.7 Criterios para seleccionar y/o determinar los participantes en la investigación**

Los criterios que se han considerado con meticulosidad para la selección de los participantes en esta investigación se basan en una evaluación cuidadosa de la malla curricular del décimo año. Dada la naturaleza de los contenidos que se abordaron en el proyecto, se ha seleccionado a los estudiantes que se encuentran en la etapa de su educación en la cual se imparten los conocimientos relativos al sistema de ecuaciones con dos incógnitas. Esto asegura que los participantes cuenten con las bases académicas necesarias para comprender y beneficiarse plenamente de las actividades propuestas en relación a las ecuaciones matemáticas en GeoGebra. La elección de estudiantes en esta etapa específica de su formación matemática garantizó que el proyecto sea relevante y adecuado para su nivel de desarrollo cognitivo y habilidades, al tiempo que facilitó la exploración más profunda de conceptos y aplicaciones en esta área.

### **3.8 Técnicas e instrumentos de recolección de la información**

Las técnicas e instrumentos con los cuales se recogió la información son:

#### **Antes de la intervención educativa**

Guía de observación: Este instrumento se lo utilizó antes de la intervención educativa con el fin de determinar si los estudiantes tienen los conocimientos necesarios en lo referente a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas, es decir si los alumnos resuelven ejercicios por el método de sustitución e igualación.

En el Anexo 1, se presenta la guía de observación para diagnosticar la situación inicial.

### **Durante la intervención educativa**

La intervención educativa se realizó durante dos clases de 90 minutos, en las cuales se realizó el proceso de enseñanza aprendizaje de ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el uso del GeoGebra como herramienta pedagógica dirigida a los escolares del Décimo Año.

Los instrumentos que se aplicaron durante la intervención educativa fueron la entrevista y el registro anecdótico.

Entrevista: Se aplicó una entrevista a los estudiantes de décimo año de EGB en la Unidad Educativa Cecibeb Lizardo García 10 minutos antes de dar por terminada la intervención educativa con el objetivo de recopilar información detallada y perspectivas en relación con la intervención educativa que experimentaron en la enseñanza de ecuaciones matemáticas mediante el uso de GeoGebra. A través de esta entrevista, se buscó comprender sus experiencias, opiniones y sugerencias mediante ocho preguntas de tipo abierto, lo que nos permitió evaluar la efectividad de la intervención. En el Anexo 2 se puede observar la guía de la entrevista.

Registro anecdótico: Este registro lo realizó el docente, está compuesto por aspectos y valoración del desempeño sobre la dinámica de la clase, permitió al docente capturar momentos significativos y patrones de aprendizaje. Al hacerlo, el docente logró identificar las fortalezas y desafíos específicos que enfrentan los estudiantes mientras exploran y manipulan visualmente las ecuaciones en GeoGebra.

El análisis de la valoración del desempeño brinda al docente una comprensión más profunda de las necesidades de sus estudiantes. En última instancia, este registro anecdótico se convierte en una valiosa herramienta para guiar y optimizar la instrucción, asegurando que cada estudiante tenga la oportunidad de comprender y aplicar conceptos matemáticos de





manera efectiva a través de la plataforma interactiva de GeoGebra. El registro anecdótico se encuentra en el Anexo 3 de este documento.

### **Después de la intervención educativa.**

Lista de cotejos: Permitió registrar sistemáticamente las habilidades y competencias matemáticas que los estudiantes van desarrollando a lo largo de las actividades en GeoGebra. A través de observaciones detalladas y reflexiones, se logró identificar de manera precisa las fortalezas y áreas de mejora de cada estudiante en relación con la comprensión de las ecuaciones y su aplicación en la plataforma.

La lista de cotejos (Anexo 4) sirvió como guía para evaluar objetivamente los logros individuales y colectivos, permitiendo la identificación de patrones de aprendizaje y adaptar su enfoque pedagógico según las necesidades específicas de cada estudiante. Para la lista de cotejos se establecieron 6 aspectos de evaluación (Uso de GeoGebra, desempeño en actividades, actitud frente al aprendizaje, pensamiento crítico, resolución ágil, visualización interactiva), los cuales cuentan con criterios de evaluación que se puntúan de 0 a 4 en una escala ordinal siendo la puntuación 4 cuando cumple con todos los criterios de valoración y 0 cuando no cumple ninguno.

La lista de cotejos también cuenta con una evaluación global sobre 24 puntos a partir de la suma de calificaciones individuales de los seis aspectos antes mencionados, en este mismo sentido es importante mencionar que la puntuación global va de 0 a 24 evaluando el nivel del logro, mediante los siguientes criterios de evaluación: ejecución satisfactoria (20-24), muy buena ejecución (15-19), buena ejecución (10-14), ejecución que requiere ayuda (5-9), ejecución sin realizar (0-4).



**3.9 Operacionalización de las categorías de estudio**

En la tabla que se muestra a continuación se puede observar la operacionalización de las categorías de estudio, los componentes de la tabla son: categorías de estudio, subcategorías, indicadores, instrumentos y las preguntas que servirían para la propuesta.

**Tabla 1: Operacionalización de las categorías de estudio**

<b>CATEGORÍAS</b>				
<b>Categoría de Análisis</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumentos</b>	<b>Preguntas de la propuesta</b>
Proceso de enseñanza - aprendizaje de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas	Métodos algebraicos para resolver sistemas de ecuaciones (sustitución e igualación)	- Conocimientos previos (números reales, despeje de fórmulas) - Nivel de comprensión sobre la resolución de sistema de Ecuaciones - Actividades y ejercicios realizados - Participación y motivación de los estudiantes - Dudas y dificultades presentadas por los estudiantes - Aptitudes del docente	- Guía de entrevista dirigida a los estudiantes - Registro anecdótico	Guía de entrevista Ítems: 1 Registro anecdótico Ítems: 2, 3, 8, 10, 12, 13
	Representación y resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, por el método gráfico.	- Capacidad habilidad para reconocer un sistema de ecuaciones - Representación de una ecuación lineal mediante una recta numérica. - Interpretación de la intersección de dos rectas como solución de un sistema de ecuaciones lineales.	- Guía de observación de conocimientos previos y recursos disponibles	Guía de observación Ítems: 1-2-3-4
Herramienta pedagógica GeoGebra	Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el	-Uso de recursos didácticos y tecnológicos - Valoración de las funcionalidades de GeoGebra como herramienta pedagógica para la resolución de sistema de ecuaciones.	- Guía de entrevista dirigida a los estudiantes	Guía de entrevista Ítems: 4



**CATEGORÍAS**

<b>Categoría de Análisis</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumentos</b>	<b>Preguntas de la propuesta</b>
	método gráfico utilizando GeoGebra.	-Características de la visualización interactiva de las gráficas en GeoGebra -Desempeño en actividades -Actitud frente al aprendizaje -Desarrollo de pensamiento crítico mediante GeoGebra (Comprobación de soluciones analíticas y gráficas) -Resolución ágil de un sistema de ecuaciones lineales en GeoGebra	- Lista de cotejos	Lista de cotejos Ítems: 1,2,3,4,5,6

**CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS**

**4. Análisis e interpretación de la información**

El análisis e interpretación de resultados nos permite plasmar en detalle la información levantada, extraer sentido de los datos recolectados y llegar a conclusiones fundamentadas.

**4.1 Cualitativo**

Tomando en consideración que el presente trabajo investigativo está sujeto a un enfoque cualitativo se procedió a analizar la información levantada.

**4.1.1 Codificación abierta o de primer nivel**

La codificación abierta es el primer paso en el análisis cualitativo, en este sentido en la tabla que se muestra a continuación se presenta la codificación antes mencionada.

**Tabla 2:** Codificación de primer nivel.

<b>CODIFICACIÓN DE PRIMER NIVEL</b>		
<b>Categoría</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Código</b>
Enseñanza de ecuaciones matemáticas EEM	Resolución de sistema de ecuaciones por métodos analíticos	REM
	Enseñanza de ecuaciones matemáticas mediante el método gráfico utilizando GeoGebra	EEMG

**4.1.2 Análisis de la guía de observación**

En la tabla que se presenta a continuación se puede mirar el análisis de la guía de observación, en donde constan las categorías, sub categorías, los resultados arrojados por el instrumento o concordancias y las discordancias.



**Tabla 3:** Análisis de los resultados de la guía de observación

Resultados de la guía de observación			
Categorías	Subcategorías	Coincidencia	Discordancias
EEM	REM	Los estudiantes sí son capaces de reconocer un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas	
EEM	REM	Los estudiantes no identifican las incógnitas en un sistema de ecuaciones lineales	
EEM	REM	Los estudiantes sí manejan los métodos algebraicos para resolver sistemas de ecuaciones: sustitución, igualación y gráfico.	Los estudiantes si manejan, pero les falta mucho para dominar
EEM	REM	Los estudiantes sí son capaces de representar gráficamente cada ecuación de un sistema en un plano cartesiano utilizando un cuaderno de apuntes.	
EEM	REM	Los estudiantes sí identifican que al utilizar el método gráfico de resolución la solución del sistema es el punto de intersección de las rectas.	Los estudiantes sí identifican, pero muy poco.
EEM	REM	Los estudiantes sí son capaces de plantear sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas a partir de problemas reales.	Los estudiantes necesitan ayuda del maestro
EEM	EEMG	Sí, existe servicio de Internet permanente en el establecimiento educativo	
EEM	EEMG	Los alumnos sí tienen conocimiento previo de la interfaz y funcionalidades básicas de la plataforma GeoGebra.	
EEM	EEMG	Los alumnos sí tienen acceso a computadoras y/o laptops en el salón de clase. (Existen 6 máquinas operativas)	
EEM	EEMG	La sala de clases no cuenta con un proyector.	
EEM	EEMG	En la sala de clases sí existe pizarrón, marcadores y otros materiales, es decir se cuenta con un laboratorio adecuado con todos los materiales.	

#### 4.1.3 Análisis del registro anecdótico

Mediante el registro anecdótico se levantó información de la enseñanza de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método gráfico con el uso de GeoGebra.

**Tabla 4:** Análisis de los resultados del registro anecdótico

Resultados del registro anecdótico			
Categorías	Subcategorías	Coincidencia	Discordancias
EEM	EEMG	La clase comienza con una introducción precisas y acertada para que los estudiantes comprendas el tema de estudio a tratar	
EEM	EEMG	En la clase se realizan ejercicios adecuados que van desde lo esencial para ir gradualmente subiendo la complejidad.	
EEM	EEMG	Para impartir la clase se cuenta con los recursos necesarios como: laboratorio con 6 equipos funcionales con internet, pizarra, videos y otros, etc.	
EEM	EEMG	Con respecto a la gestión de tiempo de la clase se puede decir que es el adecuado para el aprendizaje, sin embargo, existió un exceso en la resolución de problemas que se llevó 10 minutos más de lo previsto.	
EEM	EEMG	Se resuelve ejemplos en GeoGebra, va conjuntamente con los estudiantes los cuales reciben indicaciones detalladas para su aplicación.	
EEM	EEMG	La clase es equilibrada e integra la presentación de conceptos, la práctica guiada y la participación activa de los estudiantes. Además, ajusta la duración de cada dinámica según las necesidades y el ritmo de tu grupo de estudiantes.	
EEM	EEMG	Se pudo ver una participación activa de los estudiantes, donde la creatividad, y	



Resultados del registro anecdótico			
Categorías	Subcategorías	Coincidencia	Discordancias
		exploración al utilizar GeoGebra permitió que los resultados sean precisos y a su vez se logró una comprensión efectiva.	
EEM	EEMG	La participación y la motivación de los estudiantes fueron bastante positivos a tal punto que se olvidaron del tiempo	
EEM	EEMG	El desempeño de los estudiantes fue muy alto, la visualización que ofrece la herramienta les permitió experimentar con varios valores propuestos.	
EEM	EEMG	Los estudiantes lograron proponer ellos mismos ejercicios con los que al digitar en GeoGebra tenían resultados acertados.	
EEM	EEMG	Las dudas y dificultades presentadas por los estudiantes fueron resueltas y atendidas por el maestro.	
EEM	EEMG	Al cierre de la clase el docente comentó que: la práctica constante y la exploración independiente son claves para fortalecer sus habilidades y mejorar en el conocimiento de las Matemáticas.	
EEM	EEMG	Se logró un 80% del objetivo de la clase.	
EEM	EEMG	Los aspectos positivos a destacar es que se logró un trabajo dinámico e interactivo.	
EEM	EEMG	Un aspecto que se puede mejorar es lograr una mayor precisión en la gestión del tiempo.	

#### 4.1.4 Análisis de la lista de cotejos

La lista de cotejos tiene como objetivo evaluar el desempeño de los estudiantes en la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico mediante el uso de GeoGebra. En la tabla que se muestra a continuación se observa el análisis de la información levantada mediante la lista de cotejos.

**Tabla 5:** Análisis de los resultados de la lista de cotejos

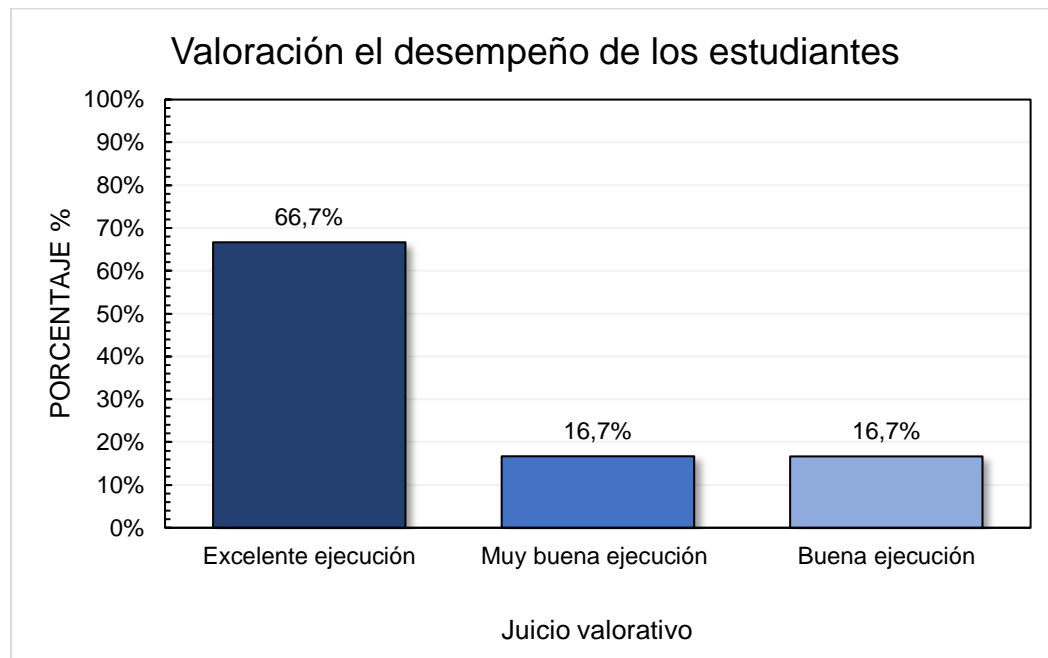
Resultados de la lista de cotejos			
Categorías	Subcategorías	Coincidencia	Discordancias
EEM	EEMG	Uso de GeoGebra: Los estudiantes aplican comandos y herramientas de GeoGebra para graficar y resolver ecuaciones, movilizan adecuadamente los controles deslizantes para modificar parámetros en la gráfica y requieren apoyo moderado del docente.	
EEM	EEMG	Desempeño en actividades: Los estudiantes resuelven ecuaciones combinando comandos algebraicos (igualación y sustitución) y representación gráfica, verifican las soluciones de una ecuación en la gráfica correspondiente y plantean ecuaciones que se ajusten a ciertas condiciones gráficas dadas.	
EEM	EEMG	Actitud frente al aprendizaje: Los estudiantes muestran interés y motivación durante la clase, persisten frente a las dificultades que se les presentan y trabajan colaborativamente con sus compañeros.	
EEM	EEMG	Pensamiento crítico: Evalúa críticamente el nivel de precisión de las soluciones gráficas obtenidas y discuten las ventajas y limitaciones de la resolución gráfica en comparación con otros métodos.	
EEM	EEMG	Resolución ágil: Los estudiantes resuelven sistemas de ecuaciones de manera rápida manipulando los controles deslizantes en GeoGebra y requieren pocos intentos y pasos para llegar a la solución utilizando la representación gráfica interactiva.	
EEM	EEMG	Visualización interactiva: Los alumnos manipulan elementos gráficos en GeoGebra para comprender la relación entre forma, parámetros y solución, interactúan con las representaciones gráficas dinámicas para predecir el efecto	





Resultados de la lista de cotejos			
Categorías	Subcategorías	Coincidencia	Discordancias
		de cambios en los parámetros y utilizan recursos visuales de GeoGebra para explicar y sustentar su razonamiento.	

Mediante la lista de cotejos también se pudo obtener la información que se observa en el gráfico que se muestra a continuación.



**Gráfico 10:** Valoración del desempeño de los estudiantes en la resolución de un sistema de ecuaciones lineales mediante GeoGebra.

En relación al desempeño de los estudiantes en el uso de GeoGebra el 60 % de los estudiantes, es decir tres de los cinco estudiantes realizaron una ejecución satisfactoria, mientras que el 20% (un estudiante) realizó una muy buena ejecución y el otro 20 % realizó una buena ejecución. Es decir, la mayoría de los estudiantes tienen una satisfactoria o muy buena ejecución, sin embargo, una parte minoritaria tuvo una buena ejecución.

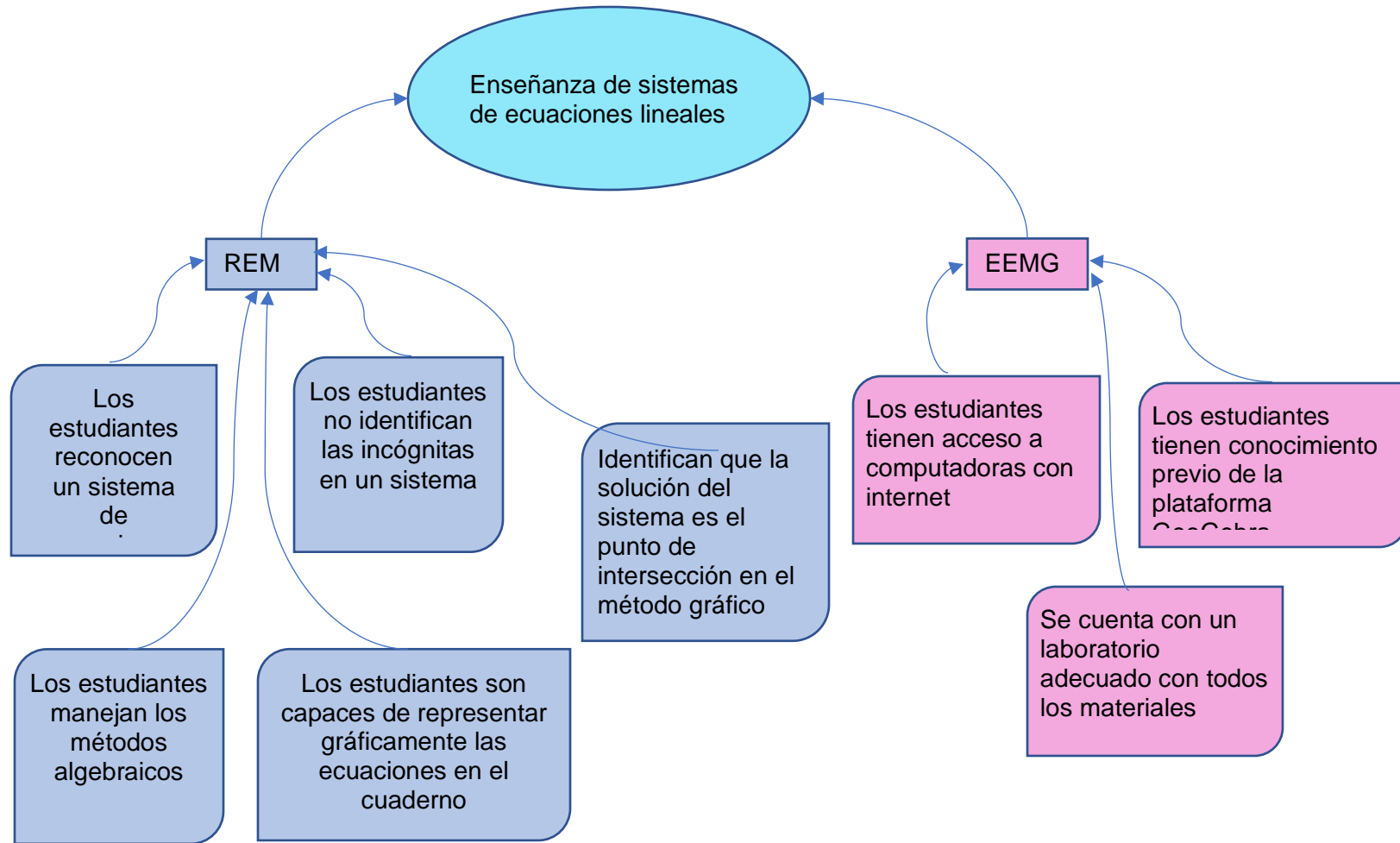
**4.1.5 Codificación axial o de segundo nivel**

**Tabla 6:** Codificación de segundo nivel

CODIFICACIÓN DE SEGUNDO NIVEL		
Categoría	Subcategorías	Recodificación
Enseñanza de ecuaciones matemáticas EEM	Resolución de sistema de ecuaciones por métodos analíticos REM	Se mantiene
	Enseñanza de ecuaciones matemáticas mediante método gráfico utilizando GeoGebra EEMG	Se mantiene

**4.1.6 Red semántica de la guía de observación**

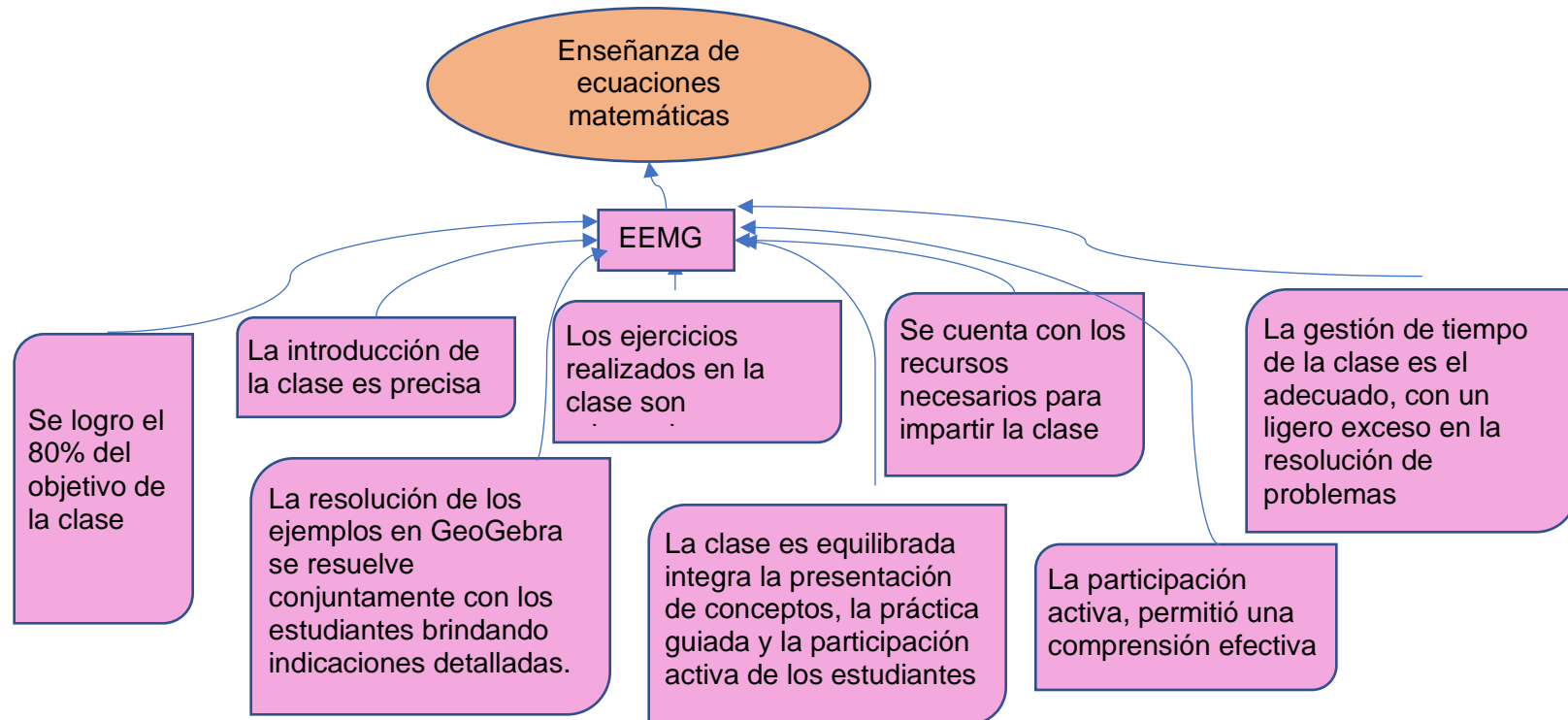
A continuación, se presenta la red semántica de EEM con las subcategorías EEMG y REM que se entrelazan entre sí. Se inicia con la REM resaltando que los estudiantes reconocen un sistema de ecuaciones, sin embargo, no identifican las incógnitas del sistema. También se establece que los estudiantes utilizan los métodos algebraicos como son sustitución, igualación y gráfico. También se puede observar que los estudiantes tienen acceso a computadoras con internet, que tienen conocimiento previo de la plataforma GeoGebra y que cuenta con laboratorio adecuado para realizar ejercicios de sistemas de ecuaciones en la plataforma digital.



**Gráfico 11:** Red semántica de los resultados de la guía de observación.

**4.1.7 Red semántica del registro anecdótico**

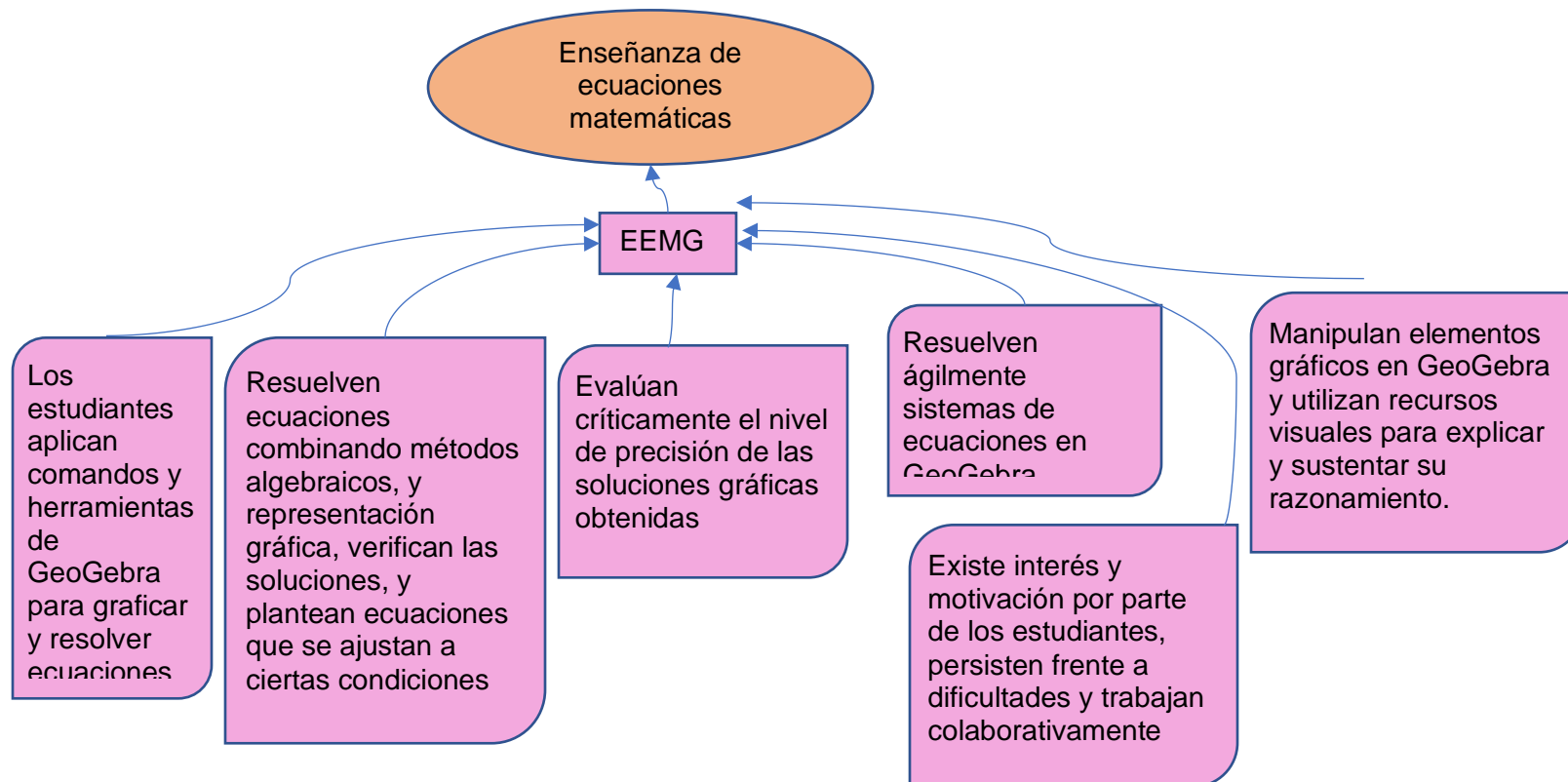
A continuación, se presenta la red semántica del registro anecdótico, se puede observar la relación de la EEM con la EEMG, se puede resaltar que gracias a la participación activa de los estudiantes se logró una comprensión efectiva, alcanzando de esta manera un logro del 80% del objetivo de la clase.



**Gráfico 12:** Red semántica del registro anecdótico

**4.1.8 Red semántica de la lista de cotejos**

A continuación, se puede apreciar la sinergia entre EEM y EEMG según el instrumento lista de cotejos, en donde se puede concluir que los estudiantes son capaces de manejar GeoGebra. Sin embargo, necesitan apoyo del docente, los estudiantes resuelven ecuaciones mediante métodos algebraicos y la representación gráfica, la actitud frente al aprendizaje es positiva ya que muestran interés y motivación, la resolución del sistema de ecuaciones por parte de los estudiantes es ágil.

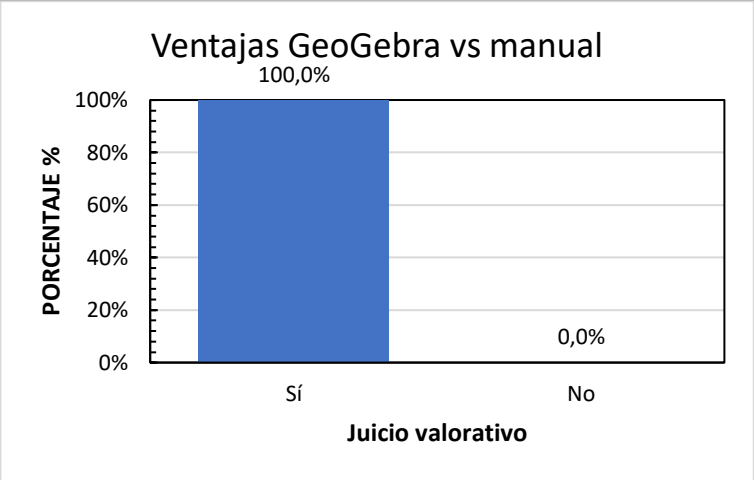
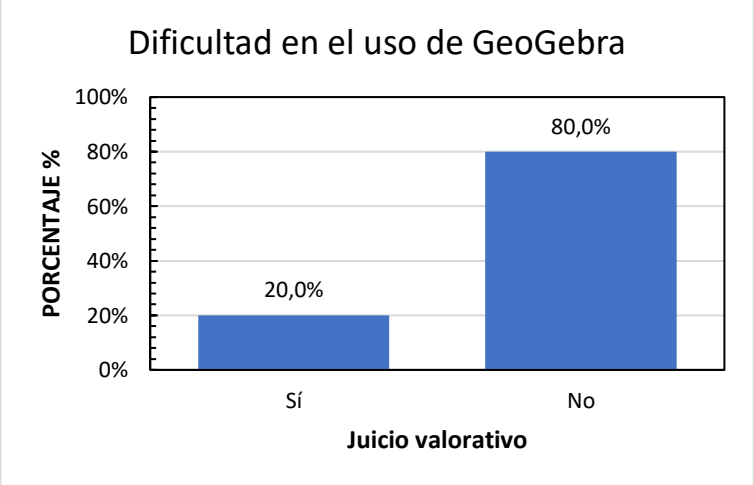


**Gráfico 13:** Red semántica de la lista de cotejos

#### **4.2 Cuantitativo**

Los instrumentos que se utilizaron en el presente estudio investigativo, en su mayoría se presta para realizar un análisis cualitativo, debido al pequeño grupo de estudiantes que participaron en la investigación; sin embargo, en el instrumento de la entrevista que se realizó a los alumnos luego de la intervención educativa, se efectuó un análisis cuantitativo, ya que este instrumento se presta para este tipo de análisis y ayuda a una mejor comprensión, el mismo se muestra a continuación.

Pregunta	Enunciado	Resultados	Gráfico												
1	Nivel de comprensión previo al uso de GeoGebra	El 60% de los estudiantes mencionan que su nivel de comprensión previo al uso de GeoGebra era bajo y el 40% menciona que fue moderado. Es decir, la mayoría de los estudiantes tenían un bajo nivel de comprensión antes de utilizar GeoGebra.	<p><b>Conocimiento previo a GeoGebra</b></p> <table border="1"> <caption>Data for Conocimiento previo a GeoGebra</caption> <thead> <tr> <th>Juicio valorativo</th> <th>Porcentaje %</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Muy bajo</td> <td>0,0%</td> </tr> <tr> <td>Bajo</td> <td>60,0%</td> </tr> <tr> <td>Moderado</td> <td>40,0%</td> </tr> <tr> <td>Alto</td> <td>0,0%</td> </tr> <tr> <td>Muy alto</td> <td>0,0%</td> </tr> </tbody> </table>	Juicio valorativo	Porcentaje %	Muy bajo	0,0%	Bajo	60,0%	Moderado	40,0%	Alto	0,0%	Muy alto	0,0%
Juicio valorativo	Porcentaje %														
Muy bajo	0,0%														
Bajo	60,0%														
Moderado	40,0%														
Alto	0,0%														
Muy alto	0,0%														

Pregunta	Enunciado	Resultados	Gráfico						
2	Ventajas del uso de GeoGebra para la resolución gráfica del sistema de ecuaciones en comparación con hacerlo manualmente.	El 100% de los estudiantes manifiestan que el uso de GeoGebra sí proporciona ventajas en comparación con hacerlo manualmente. Es decir, todos los estudiantes han percibido las ventajas de GeoGebra. Además, mencionan que es de fácil manipulación, trabajo interactivo, respuestas acertadas y motivante.	 <p><b>Ventajas GeoGebra vs manual</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Juicio valorativo</th> <th>Porcentaje %</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Sí</td> <td>100,0%</td> </tr> <tr> <td>No</td> <td>0,0%</td> </tr> </tbody> </table>	Juicio valorativo	Porcentaje %	Sí	100,0%	No	0,0%
Juicio valorativo	Porcentaje %								
Sí	100,0%								
No	0,0%								
3	Presencia de dificultad en el uso de GeoGebra.	El 80% de los alumnos comenta que no tuvo dificultad en el uso de la herramienta GeoGebra, mientras que el 20% dice que sí la tuvo. Por lo tanto, la mayoría de los estudiantes mencionan que el uso de GeoGebra es fácil y no presenta dificultad y una mínima parte menciona si a ver tenido alguna dificultad en su uso.	 <p><b>Dificultad en el uso de GeoGebra</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Juicio valorativo</th> <th>Porcentaje %</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Sí</td> <td>20,0%</td> </tr> <tr> <td>No</td> <td>80,0%</td> </tr> </tbody> </table>	Juicio valorativo	Porcentaje %	Sí	20,0%	No	80,0%
Juicio valorativo	Porcentaje %								
Sí	20,0%								
No	80,0%								





Pregunta	Enunciado	Resultados	Gráfico												
4	Valoración de GeoGebra como herramienta para aprender a resolver sistemas de ecuaciones.	El 80% de los estudiantes valoran a GeoGebra como muy buena y el 20% como buena. Es decir, la mayoría de los estudiantes mencionan que GeoGebra es muy buena para aprender a resolver ecuaciones matemáticas, así mismo una minoría dice que es buena.	<p><b>Valoración de GeoGebra como herramienta</b></p> <table border="1"><caption>Valoración de GeoGebra como herramienta</caption><thead><tr><th>Juicio valorativo</th><th>Porcentaje %</th></tr></thead><tbody><tr><td>Muy limitada</td><td>0,0%</td></tr><tr><td>Limitada</td><td>0,0%</td></tr><tr><td>Regular</td><td>0,0%</td></tr><tr><td>Buena</td><td>20,0%</td></tr><tr><td>Muy buena</td><td>80,0%</td></tr></tbody></table>	Juicio valorativo	Porcentaje %	Muy limitada	0,0%	Limitada	0,0%	Regular	0,0%	Buena	20,0%	Muy buena	80,0%
Juicio valorativo	Porcentaje %														
Muy limitada	0,0%														
Limitada	0,0%														
Regular	0,0%														
Buena	20,0%														
Muy buena	80,0%														
5	Utilidad de la plataforma GeoGebra para comprender ecuaciones lineales con dos incógnitas.	El 100% de los estudiantes considera que la plataforma GeoGebra si es útil para la comprensión de ecuaciones matemáticas. Es decir, la totalidad afirma que el uso de GeoGebra es útil tan bien mencionan que la plataforma proporciona soluciones acertadas y que facilita colorear las soluciones.	<p><b>Utilidad de GeoGebra</b></p> <table border="1"><caption>Utilidad de GeoGebra</caption><thead><tr><th>Juicio valorativo</th><th>Porcentaje %</th></tr></thead><tbody><tr><td>Sí</td><td>100,0%</td></tr><tr><td>No</td><td>0,0%</td></tr></tbody></table>	Juicio valorativo	Porcentaje %	Sí	100,0%	No	0,0%						
Juicio valorativo	Porcentaje %														
Sí	100,0%														
No	0,0%														



Pregunta	Enunciado	Resultados	Gráfico												
6	Forma de integración de la plataforma GeoGebra por parte del profesor.	El 100 % de los estudiantes mencionan que la forma que el profesor íntegro GeoGebra en la enseñanza de ecuaciones 2 x 2 si fue adecuada. Además, afirman que se pudo aprender de una manera más fácil y rápida, permite comprobar los resultados y también se puede cambiar cantidades y ver otras soluciones.	<p>Forma de integración por parte del profesor</p> <table border="1"><caption>Forma de integración por parte del profesor</caption><thead><tr><th>Juicio valorativo</th><th>Porcentaje %</th></tr></thead><tbody><tr><td>Sí</td><td>100,0%</td></tr><tr><td>No</td><td>0,0%</td></tr></tbody></table>	Juicio valorativo	Porcentaje %	Sí	100,0%	No	0,0%						
Juicio valorativo	Porcentaje %														
Sí	100,0%														
No	0,0%														
7	Nivel de comprensión de la resolución gráfica de sistema de ecuaciones con GeoGebra.	El 80% de los estudiantes considera que el nivel de comprensión de la resolución gráfica de sistemas de ecuaciones con GeoGebra es alto, a su vez el 20% considera que es muy alto. Es decir, 4 de 5 estudiantes considera que su nivel de comprensión de la resolución gráfica de sistemas de ecuaciones con GeoGebra es alto, a sí mismo, 1 estudiante menciona que es muy alto.	<p>Nivel de comprensión de la resolución Grafica con GeoGebra</p> <table border="1"><caption>Nivel de comprensión de la resolución Grafica con GeoGebra</caption><thead><tr><th>Juicio valorativo</th><th>Porcentaje %</th></tr></thead><tbody><tr><td>Muy bajo</td><td>0,0%</td></tr><tr><td>Bajo</td><td>0,0%</td></tr><tr><td>Moderado</td><td>0,0%</td></tr><tr><td>Alto</td><td>80,0%</td></tr><tr><td>Muy alto</td><td>20,0%</td></tr></tbody></table>	Juicio valorativo	Porcentaje %	Muy bajo	0,0%	Bajo	0,0%	Moderado	0,0%	Alto	80,0%	Muy alto	20,0%
Juicio valorativo	Porcentaje %														
Muy bajo	0,0%														
Bajo	0,0%														
Moderado	0,0%														
Alto	80,0%														
Muy alto	20,0%														



Pregunta	Enunciado	Resultados	Gráfico						
8	Utilidad para comprender futuros temas de matemáticas.	El 100% de los estudiantes mencionan que la plataforma GeoGebra sí sería útil en el aprendizaje de futuros temas de matemáticas. También mencionan que están muy de acuerdo utilizar esta herramienta en el futuro ya que nos permite aprender de una manera muy divertida.	<p>Utilidad en futuros temas de Matemáticas de GeoGebra</p> <p>A bar chart titled 'Utilidad en futuros temas de Matemáticas de GeoGebra'. The vertical axis is labeled 'PORCENTAJE %' and ranges from 0% to 100% in 20% increments. The horizontal axis is labeled 'Juicio valorativo' and has two categories: 'Sí' and 'No'. The bar for 'Sí' reaches the 100% mark, and the bar for 'No' is at 0,0%.</p> <table border="1"><thead><tr><th>Juicio valorativo</th><th>Porcentaje</th></tr></thead><tbody><tr><td>Sí</td><td>100,0%</td></tr><tr><td>No</td><td>0,0%</td></tr></tbody></table>	Juicio valorativo	Porcentaje	Sí	100,0%	No	0,0%
Juicio valorativo	Porcentaje								
Sí	100,0%								
No	0,0%								

**4.3 Triangulación**

A partir de la aplicación de los instrumentos se pudo establecer la triangulación de la información, en la matriz que se muestra a continuación, se puede observar el resultado de la triangulación.

**Tabla 7:** Triangulación

Subcategorías	Guía de observación	Registro anecdótico	Lista de cotejos	Entrevista	Interpretaciones
REM	Los estudiantes sí son capaces de reconocer un sistema de ecuaciones, sin embargo, no identifican las incógnitas, sí manejan los métodos algebraicos para resolver sistemas de ecuaciones, pero no dominan el tema, conocen que al utilizar el método gráfico de resolución la solución del sistema es el punto de intersección de las rectas y son capaces de plantear sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas a partir de problemas reales con ayuda del maestro.				En el currículo de décimo año de EGB del Ecuador se encuentra la enseñanza de sistema de ecuaciones, en este sentido los estudiantes que formaron parte de este estudio, si cuentan con estos conocimientos, sin embargo no dominan el tema, por lo que es necesario una nueva estrategia para profundizar estos conocimientos, en este caso recurrir a los beneficios que brinda una plataforma educativa como es GeoGebra permite llenar los vacíos que quedan en el proceso enseñanza aprendizaje de los alumnos.



Subcategorías	Guía de observación	Registro anecdótico	Lista de cotejos	Entrevista	Interpretaciones
EEMG	En cuanto a los recursos disponibles, la instrucción cuenta con un laboratorio con 6 máquinas operativas con servicio de internet, pizarrón, marcadores y otros materiales, sin embargo, carece de un proyector. Los estudiantes sí tienen conocimiento previo de la interfaz y funcionalidades básicas de la plataforma GeoGebra.	La introducción de la clase es precisa, Los ejercicios realizados en la clase son adecuados, se cuenta con los recursos necesarios para impartir la clase, la clase es equilibrada integra la presentación de conceptos, la práctica guiada y la participación activa de los estudiantes. La resolución de los ejemplos en GeoGebra se resuelve conjuntamente con los estudiantes brindando indicaciones detalladas. La gestión de tiempo de la clase es el adecuado, con un ligero exceso en la resolución de problemas. La participación activa, permitió una comprensión efectiva, logrando	Los estudiantes aplican comandos y herramientas de GeoGebra para graficar y resolver ecuaciones. Resuelven ecuaciones combinando métodos algebraicos, y representación gráfica, verifican las soluciones, y plantean ecuaciones que se ajustan a ciertas condiciones. Evalúan críticamente el nivel de precisión de las soluciones gráficas obtenidas. Existe interés y motivación por parte de los estudiantes, persisten frente a dificultades y trabajan colaborativamente. Resuelven ágilmente sistemas de ecuaciones en GeoGebra. Manipulan elementos gráficos en GeoGebra y utilizan recursos visuales para explicar y sustentar su razonamiento.	En relación al nivel de comprensión previo al uso de GeoGebra, la mayoría de los estudiantes tenían un bajo nivel de comprensión. Todos los estudiantes mencionan haber percibido las ventajas de GeoGebra para la resolución gráfica en comparación con hacerlo manualmente. La mayoría de los estudiantes menciona que el uso de GeoGebra es fácil y no presenta dificultad y una mínima parte menciona si a ver tenido alguna dificultad en su uso. La mayor parte de los estudiantes mencionan que GeoGebra es muy buena para aprender a resolver ecuaciones matemáticas, así mismo una minoría dice que es buena. Todos los estudiantes consideran que la plataforma GeoGebra si	Para lograr una educación de calidad es imperativo contar con los recursos necesarios, en este sentido la institución cuenta con computadoras, internet, pizarrón, marcadores, sin embargo, se debería realizar los trámites necesarios para adquirir un proyector ya que no se cuenta con uno. Es importante destacar que los estudiantes tenían conocimientos previos de la interfaz y funcionalidades básicas de la plataforma GeoGebra lo que contribuyó a la rápida comprensión del tema. La clase se desarrolló bajo los parámetros de calidad en lo relacionado con la introducción, la práctica guiada, la resolución de ejercicios, la gestión del tiempo, entre otros aspectos. Se logró que los estudiantes adquieran un mayor conocimiento de la



Subcategorías	Guía de observación	Registro anecdótico	Lista de cotejos	Entrevista	Interpretaciones
		el 80% del objetivo de la clase.		es útil para la comprensión de ecuaciones matemáticas. Todos los estudiantes están de acuerdo que el maestro integró adecuadamente GeoGebra en la clase. Todos los estudiantes mencionan que el nivel de comprensión de la resolución gráfica es alto y muy alto con GeoGebra.	resolución de un sistema de ecuaciones en GeoGebra y que lo resuelvan ágilmente.

## **CAPÍTULO V: PROPUESTA**

### **5 Propuesta**

#### **TEMA: PROPUESTA EDUCATIVA PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES MATEMÁTICAS MEDIANTE EL USO DE GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PEDAGÓGICA.**

##### **5.1 Diseño de la propuesta de intervención educativa**

###### **5.1.1 Problemática**

La memorización de conceptos a los procedimientos genera dificultades para interpretar y relacionar la problemática de un sistema de ecuaciones dos por dos, al momento de dar solución a un problema propuesto; y aplicando el método adecuado. Figueroa (2013) menciona que la baja comprensión conceptual al trabajar en sistemas de ecuaciones lineales puede generar confusión en la interpretación a la hora de resolver ejercicios propuestos. En este sentido, al plantear problemas más complejos los estudiantes tendrán grandes vacíos.

De igual forma los estudiantes tienen dificultades para identificar el método más adecuado para resolver los problemas planteados. Atehortúa (2017) sostiene que, para elegir el método adecuado para resolver un sistema de ecuaciones, es necesario analizar el sistema en sí, considerar la cantidad de incógnitas y ecuaciones, evaluar los diferentes métodos disponibles y tener en cuenta la experiencia y el conocimiento de los estudiantes. Es bueno aclarar que cada método tiene sus propias ventajas y desventajas, por lo que es importante evaluar cuál sería el más eficiente para resolver el sistema en cuestión.

La enseñanza de ecuaciones matemáticas, específicamente sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, es un componente fundamental en el currículo educativo de nivel secundario en Ecuador. En el Cecibeb "Lizardo García" durante el período académico 2022-2023, por medio del levantamiento y el análisis de datos se determinó una situación



preocupante en relación con la comprensión y dominio de este tema por parte de los estudiantes.

A pesar de contar con conocimientos previos sobre sistemas de ecuaciones, los estudiantes enfrentan dificultades para abordarlos de manera efectiva y para aplicar métodos algebraicos y gráficos de resolución de manera integrada. Por otro lado, los estudiantes resuelven los problemas de forma rutinaria y algorítmica, sin dar sentido lógico a lo que están resolviendo.

Aunque los estudiantes tienen un conocimiento básico de sistemas de ecuaciones, no logran dominar completamente el tema. Su capacidad para identificar incógnitas y aplicar métodos algebraicos es insuficiente, lo que limita su capacidad para resolver sistemas de manera efectiva. Los estudiantes requieren una estrategia de enseñanza que les permita profundizar en este tema de manera más efectiva. La falta de dominio del tema deja vacíos en su proceso de aprendizaje.

En relación a los recursos tecnológicos disponibles, la institución cuenta con computadoras y acceso a internet, pero carece de un proyector, lo que limita la capacidad de utilizar herramientas educativas digitales de manera efectiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Si bien los estudiantes tienen cierto conocimiento previo de la plataforma GeoGebra, es necesario que esta herramienta sea aprovechada de manera óptima en el contexto educativo para mejorar la comprensión y resolución de sistemas de ecuaciones.

### **5.1.2 Justificación**

La presente investigación se fundamenta en la necesidad imperante de mejorar la enseñanza de ecuaciones matemáticas, específicamente sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.



### **Aporte en el orden teórico**

La falta de dominio de los sistemas de ecuaciones por parte de los estudiantes, a pesar de tener conocimientos previos, refleja una brecha en el proceso de aprendizaje. La presente propuesta se propone llenar estos vacíos teóricos al proporcionar una estrategia innovadora basada en GeoGebra para profundizar en el tema y facilitar una comprensión más sólida.

Según Martin y Lezcano (2021), el avance actual de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) posibilita que el profesor de Matemáticas pueda transmitir el conocimiento de manera simultánea al estudiante a través de múltiples modalidades, incluyendo elementos visuales y auditivos, en un formato que considera aspectos como el uso del color, el movimiento, la duración del estímulo, los efectos de sonido y la apariencia en general.

La introducción de GeoGebra como herramienta pedagógica representa una oportunidad para enriquecer el enfoque teórico de la enseñanza de ecuaciones matemáticas.

### **Aporte en el orden metodológico**

Según Auccahuallpa et al. (2022), “las competencias digitales inciden de manera positiva y moderada con la gestión pedagógica” en este sentido, la intervención educativa propuesta constituye un enfoque metodológico novedoso al incorporar GeoGebra como una herramienta integral para la resolución de sistemas de ecuaciones. Promueve el uso de métodos gráficos y visuales para un mejor entendimiento del tema, complementando los enfoques tradicionales algebraicos. Favorece el aprendizaje colaborativo a través del trabajo en equipo en las actividades con GeoGebra.

### **Aporte en el orden práctico**

La presente propuesta contribuye a mejorar el limitado nivel de comprensión y dominio procedural identificado en los estudiantes respecto a sistemas de ecuaciones. Permite trabajar las dificultades para aplicar los conocimientos teóricos a la práctica y a problemas reales. La adquisición de un proyector, sugerida como parte de esta investigación, mejorará la infraestructura tecnológica de la institución y permitirá un uso más efectivo de herramientas educativas digitales, lo que se traduce en un aporte práctico para la transformación del proceso educativo.

La Propuesta tiene como objetivo mejorar la comprensión y rendimiento de los estudiantes en la resolución de sistemas de ecuaciones. Al lograrlo, se contribuirá directamente al logro de una educación de calidad y al cierre de brechas en el aprendizaje de Matemáticas.

#### **5.1.3 Objetivo general de la propuesta**

Realizar una propuesta educativa para la enseñanza de ecuaciones matemáticas mediante el uso GeoGebra como herramienta pedagógica.

##### **5.1.3. 1. Objetivos específicos de la propuesta**

- Enseñar la resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica y gráfica.
- Desarrollar lecciones didácticas para la resolución gráfica de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante GeoGebra, a través de la aplicación del método de visualización.
- Demostrar que la intersección de dos rectas es la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con el uso de la tecnología.



#### **5.1.4 Fundamentos teóricos**

Para el aprendizaje de las ecuaciones matemáticas dos por dos, se sustenta en el aprendizaje constructivista, este es un enfoque educativo que se centra en que los estudiantes construyan su propio conocimiento a través de la interacción con el entorno, la reflexión, enlazada con la teoría de la visualización experimentará diferentes soluciones gráficas. Romero (2009) sostiene que el constructivismo promueve la participación activa del estudiante, su interacción con otras personas y la construcción de significados apropiados en torno al contenido del currículo escolar.

Según Piaget citado por Romero (2009), el conocimiento es interiorizado a través de procesos de acomodación y asimilación. La asimilación ocurre cuando las experiencias de los individuos se alinean con su representación interna del mundo, mientras que la acomodación implica la construcción de nuevos conocimientos a partir de las experiencias.

Por consiguiente, la teoría de la visualización se refiere a la capacidad de interpretar y manipular representaciones visuales de objetos mediante el cambio de una variable. De Sousa, et al (2022) sostiene que la visualización es un proceso fundamental en el aprendizaje, ya que permite construir imágenes mentales y comprender las gráficas que proyecta al cambiar una variable. Por lo tanto, la visualización se considera un paso previo a la abstracción y al razonamiento formal.

#### **5.1.5 Fundamentos pedagógicos**

El aprendizaje significativo es un proceso donde los estudiantes construyen activamente su conocimiento al relacionar la nueva información con sus conocimientos previos. Sandoval, et al. (2022) Afirma que es un enfoque pedagógico que busca que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos de manera profunda, en lugar de simplemente memorizar información de manera superficial. Por lo tanto, este tipo de aprendizaje se basa en la conexión entre los



nuevos conocimientos y la experiencia previa del estudiante, lo que le permite construir un entendimiento sólido y duradero.

Por consiguiente, la resolución de problemas es una metodología educativa que se centra en la solución de problemas reales o simulados como punto de partida para el aprendizaje. Guamán y Espinoza (2022) afirman que, en este enfoque, los estudiantes se enfrentan a situaciones problemáticas que requieren de su participación activa, investigación y reflexión para encontrar soluciones.

En este proceso, los estudiantes adquieren conocimientos, desarrollan habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas, fomentando su autonomía y colaboración en el trabajo en equipo. En este sentido, la integración de GeoGebra promoverá un aprendizaje significativo de los sistemas de ecuaciones, al permitir que los estudiantes vinculen los nuevos conocimientos con los previos y los apliquen de forma práctica en la resolución de problemas.

Una vez que se termina el proceso de enseñanza aprendizaje la evaluación es de suma importancia, en este sentido Pérez et al. (Pérez et al., 2017) menciona que la evaluación “expresa la magnitud y calidad con que se han logrado los objetivos y brinda retroalimentación”. La evaluación posee dos funciones, la evaluativa y la formativa.

La evaluación evaluativa tiene por objetivo brindar información del progreso del estudiante al finalizar una unidad de enseñanza, es decir se enfoca en el resultado final del aprendizaje y en resumir el nivel de competencia de los estudiantes y la evaluación formativa se centra en el proceso de aprendizaje y en proporcionar retroalimentación para mejorar. Es en este sentido que la propuesta consta de una lección evaluativa que servirá para recopilar información del proceso enseñanza aprendizaje que servirá para brindar retroalimentación a los estudiantes.

Con respecto a lo planteado anteriormente la evaluación formativa y el aprendizaje basado en la resolución de problemas están estrechamente entrelazados en el proceso educativo. La evaluación formativa se convierte en una herramienta fundamental en la medida en que los estudiantes se enfrentan a desafíos y problemas auténticos. Al proporcionar retroalimentación constante y específica a medida que los estudiantes trabajan en la resolución de problemas, la evaluación formativa les guía en su proceso de aprendizaje, identificando áreas de mejora y reforzando los conceptos clave necesarios para abordar los problemas.

A su vez, el aprendizaje basado en la resolución de problemas permite que los estudiantes apliquen activamente el conocimiento y las habilidades adquiridas, lo que facilita la observación y la evaluación formativa por parte de los docentes. Esta combinación de estrategias fomenta un ciclo continuo de aprendizaje, donde la evaluación formativa y la resolución de problemas se complementan mutuamente para mejorar la comprensión y la capacidad de los estudiantes para abordar desafíos de manera efectiva.

En relación al método gráfico Briones & Velásquez (2021) mencionan que “resultó un método que facilitó la comprensión de los alumnos” en este sentido el método gráfico es una técnica utilizada en Matemáticas para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Consiste en representar gráficamente las ecuaciones en un plano cartesiano y encontrar el punto de intersección de las dos rectas correspondientes a las ecuaciones. Este punto de intersección es la solución del sistema de ecuaciones.

Este método es de gran relevancia en la presente propuesta ya que permite a los estudiantes ver de manera visual cómo se relacionan dos ecuaciones en el plano cartesiano. Esto facilita la comprensión del concepto de solución como el punto en el cual ambas ecuaciones se cruzan, además el método gráfico crea un vínculo entre el álgebra (las



ecuaciones) y la geometría (las representaciones gráficas), lo que ayuda a los estudiantes a apreciar cómo estas dos ramas de las Matemáticas están relacionadas.

**5.1.6 Estructura de la propuesta**

En la tabla que se presenta a continuación se describe la estructura de la propuesta, la cual se desarrolló en 4 fases, en la tabla se puede apreciar la descripción, los recursos necesarios y el tiempo en el que se ejecutó.

**Tabla 8:** Estructura de la propuesta.

<b>Fase de Desarrollo</b>	<b>Descripción</b>	<b>Recursos Necesarios</b>	<b>Temporización</b>
<b>Fase 1: Capacitación del Docente</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Auto capacitación en los temas a impartir.</li> <li>- Desarrollar las habilidades necesarias para utilizar GeoGebra de manera efectiva.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sesiones de capacitación para el docente en el uso de GeoGebra.</li> <li>- Material didáctico y recursos digitales para la capacitación.</li> </ul>	3 semanas (antes de la aplicación de la propuesta)
<b>Fase 2: Diseño de Lecciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollar lecciones que integren GeoGebra</li> <li>- Identificar los objetivos pedagógicos y los contenidos matemáticos relevantes.</li> <li>- Crear actividades interactivas en GeoGebra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Software GeoGebra.</li> <li>- Material didáctico y recursos digitales.</li> <li>- Planes de lecciones y actividades diseñadas.</li> </ul>	2 semanas (antes de la aplicación de la propuesta)
<b>Fase 3: Implementación en el Aula</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ejecutar las lecciones en el aula.</li> <li>- Ajustar la enseñanza según las necesidades de los estudiantes.</li> <li>- Fomentar la participación activa y el trabajo colaborativo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aulas equipadas con computadoras o dispositivos con GeoGebra instalado</li> <li>- Lecciones diseñadas</li> </ul>	2 semanas (4 clases)
<b>Fase 4: Evaluación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluar el impacto de la intervención en el aprendizaje de los estudiantes.</li> <li>- Recopilar datos sobre el progreso y la percepción de los estudiantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Actividad evaluativa</li> <li>- Lista de cotejos. (Anexo 4)</li> <li>- Entrevista a los estudiantes (Anexo 2).</li> </ul>	1 clase (al final de la intervención)



La tabla que se presenta a continuación detalla la planificación de la propuesta, en ella se describe las lecciones que se van a impartir, las actividades a realizar, los recursos necesarios y el tiempo que llevara cada lección.

**Tabla 9:** Planificación de la propuesta.

<b>Lección</b>	<b>Actividades</b>	<b>Recursos Necesarios</b>	<b>Temporización</b>
<b>Lección 1: Resolución analítica y gráfica de sistema de ecuaciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Resolución del sistema de ecuaciones por el método de sustitución.</li> <li>-Resolución del Sistema de ecuaciones por el método de reducción.</li> <li>- Resolución de sistema de ecuaciones por el método gráfico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Material de apoyo impreso sobre sistemas de ecuaciones.</li> <li>- Cuaderno de apuntes</li> <li>- Hoja milimetrada</li> <li>- Texto guía para la asignatura de Matemáticas</li> <li>- Pizarrón y marcadores.</li> </ul>	1clases (45 minutos)
<b>Lección 2: Introducción a GeoGebra</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presentación de GeoGebra como herramienta para resolver sistemas de ecuaciones.</li> <li>- Demostración de las herramientas básicas de GeoGebra para crear gráficos y resolver ecuaciones.</li> <li>- Enseñanza y análisis de la barra de herramientas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.</li> <li>- Presentación interactiva sobre GeoGebra utilizando CANVA.</li> <li>- Pizarrón y marcadores.</li> </ul>	1clase (45 minutos)
<b>Lección 3: Resolución por el método gráfico mediante el uso de GeoGebra</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Introducción al uso de GeoGebra para resolver sistema de ecuaciones con el método gráfico</li> <li>- Creación de gráficos de sistemas de ecuaciones con GeoGebra</li> <li>- Interpretación de las soluciones gráficas: Sistema Compatible Determinante, Sistema Compatible Indeterminado, el sistema</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.</li> <li>- Presentación interactiva sobre GeoGebra utilizando CANVA.</li> <li>- Pizarrón y marcadores.</li> <li>-Cuaderno de apuntes</li> </ul>	1 clase (45 minutos)



<b>Lección</b>	<b>Actividades</b>	<b>Recursos Necesarios</b>	<b>Temporización</b>
	incompatible y su graficación con GeoGebra		
<b>Lección 4: Evaluación</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Resolución de la actividad evaluativa formativa utilizando GeoGebra.</li><li>- Aplicación de la entrevista.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes</li><li>- Evaluación impresa.</li><li>- Entrevistas.</li></ul>	1 clase (45 minutos)

### 5.3 Aplicación de la propuesta de intervención educativa

A continuación, se puede observar la intervención educativa la cual cuenta con 4 lecciones, en cada lección se puede observar destrezas, objetivo, tiempo de duración, recursos, instrucciones generales, actividades, resultados esperados y actividades complementarias.





**Tabla 10:** Planificación microcurricular de la propuesta.

<b>PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR</b>			
<b>Datos informativos.</b>			
<b>Nombre de la institución:</b> Cecibeb “Lizardo García”			
<b>Grado/Curso:</b> Décimo Año de Educación General Básica Superior.			
<b>Asignatura:</b> Matemáticas.			
<b>Bloque curricular:</b> Álgebra y funciones.			
<b>Objetivo integrador: O.M.4.3.</b> Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.			
<b>Destreza con criterios de desempeño</b>	<b>Indicadores de evaluación</b>	<b>Estrategias metodológicas activas para el método de la visualización mediante el uso de GeoGebra</b>	<b>Actividades evaluativas</b>
<p><b>M.4.1.46. Elaborar modelos matemáticos sencillos como funciones en la solución de problema</b></p> <p><b>M.4.1.54. Reconocer la intersección de dos</b></p>	<p><b>IM.4.1.55. Resolución Algebraica:</b> Resolución correcta de sistemas de dos ecuaciones lineales mediante los métodos algebraicos de sustitución y reducción. Entendimiento profundo de los conceptos algebraicos subyacentes al resolver sistemas, como el uso adecuado de las propiedades de igualdad y la manipulación algebraica precisa.</p>	<p><b>Introducción visual</b> Mostrar a los estudiantes un sistema de ecuaciones con dos incógnitas representado gráficamente en GeoGebra.</p> <p><b>Visualización de soluciones</b> Mostrar a los estudiantes como encontrar la solución de un sistema gráficamente al identificar el punto de intersección de las dos gráficas.</p> <p><b>Representación de sistemas variados</b> Presentar diferentes tipos de sistemas de ecuaciones (compatible determinado, compatible indeterminado, o incompatible) y mostrar cómo se ven estas situaciones en las gráficas.</p> <p><b>Exploración interactiva</b> Creación por parte de los estudiantes de los propios sistemas de ecuaciones y graficación.</p>	<p><b>Evaluación visual y retroalimentación:</b> Ejercicios de práctica y evaluaciones destinadas a que los estudiantes resuelvan sistemas de ecuaciones mediante métodos algebraicos y gráficamente con el uso de GeoGebra. Además, que ellos proporcionen explicaciones visuales de sus soluciones.</p>

**PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR**

**Datos informativos.**

**Nombre de la institución:** Cecibeb “Lizardo García”

**Grado/Curso:** Décimo Año de Educación General Básica Superior.

**Asignatura:** Matemáticas.

**Bloque curricular:** Álgebra y funciones.

**Objetivo integrador: O.M.4.3.** Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.

<b>Destreza con criterios de desempeño</b>	<b>Indicadores de evaluación</b>	<b>Estrategias metodológicas activas para el método de la visualización mediante el uso de GeoGebra</b>	<b>Actividades evaluativas</b>
rectas como la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con el uso de la tecnología.	<p><b>IM.4.1.54.</b></p> <p><b>Reconocimiento de Intersección:</b></p> <p>Uso de GeoGebra para representar gráficamente un sistema de ecuaciones e identificación correcta del punto de intersección como la solución del sistema. Ajuste y exploración de las gráficas en GeoGebra para verificar visualmente la intersección de las rectas.</p>	<p>Movimiento de las gráficas y observación del modo en que cambian las soluciones a medida que ajustan las ecuaciones.</p> <p><b>Comparación de sistemas gráficamente</b></p> <p>Presentación de varios sistemas de ecuaciones y resolución gráficamente en GeoGebra. Comparación de las gráficas e identificación de patrones en la ubicación de las soluciones.</p> <p><b>Problemas del mundo real</b></p> <p>Observación de problemas del mundo real que se pueden modelar con sistemas de ecuaciones y resolución gráfica en GeoGebra.</p> <p><b>Efectos de cambios en las ecuaciones</b></p> <p>Ajuste manual de las ecuaciones y observación de cómo cambian las gráficas y las soluciones.</p> <p>Identificación de pendientes, intersecciones y cambios en las constantes.</p> <p><b>Análisis visual de sistemas especiales</b></p>	<p>Creación y ajuste de gráficas de un sistema de ecuaciones y verificación visual de la solución al encontrar el punto de intersección.</p>



---

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR

---

**Datos informativos.**

**Nombre de la institución:** Cecibeb “Lizardo García”

**Grado/Curso:** Décimo Año de Educación General Básica Superior.

**Asignatura:** Matemáticas.

**Bloque curricular:** Álgebra y funciones.

---

**Objetivo integrador: O.M.4.3.** Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.

---

Destreza con criterios de desempeño	Indicadores de evaluación	Estrategias metodológicas activas para el método de la visualización mediante el uso de GeoGebra	Actividades evaluativas
		Exploración de sistemas de ecuaciones especiales, como sistema compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible. <b>Demostración de la variancia visual</b> Al ajustar o trasladar las ecuaciones en GeoGebra, el punto de intersección (solución) cambia.	

---

## LECCIÓN 1: Resolución analítica y gráfica de sistemas de ecuaciones



<b>DESTREZAS</b>	<b>M.4.1.55.</b> Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica.	
<b>OBJETIVO</b>	Desarrollar la capacidad de los estudiantes para encontrar soluciones válidas para sistemas de ecuaciones de dos por dos, utilizando métodos analíticos de resolución de sistemas de ecuaciones.	
<b>ESTRATEGIAS</b>	Visualización de soluciones.	
<b>TIEMPO DE DURACIÓN DE LA LECCIÓN</b>		<b>45 min</b>
<b>RECURSOS</b>		

- Material de apoyo impreso sobre sistemas de ecuaciones.
- Cuaderno de apuntes.
- Hoja de papel milimetrado
- Texto guía de la signatura de Matemáticas.

### INSTRUCCIONES GENERALES

- Seguir las indicaciones del docente.
- Participar activamente realizando preguntas y aportando ideas.

**ACTIVIDAD UNO:** Resolución del sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

### Introducción de la clase

Saluda y saludo a los estudiantes por parte del docente.

Revisan y analizan los acuerdos de convivencia.

El docente plantea preguntas introductorias como:

¿Cuáles son los métodos analíticos para resolver sistemas de ecuaciones?

<https://youtu.be/L0QuX9RpEoM?si=y-6rcvkeStBaz6v3>



### **Desarrollo de la clase**

#### **Resolución de sistema de sistemas de ecuaciones por el método de sustitución.**

Ecuación 1:  $2x + 3y = 14$

Ecuación 2:  $4x - y = 7$

**Primer paso:** Despejamos la variable  $x$  en la ecuación 1, es decir dejamos a la “ $x$ ” solita.

$$2x + 3y = 14$$

$$2x = 14 - 3y$$

$$x = 7 - 3/2 y$$

**Segundo paso:** Sustituimos  $x$  en la ecuación 2:

$$4(7 - 3/2 y) - y = 7$$

$$28 - 6y - y = 7$$

$$-7y = -21$$

$$y = 3$$

**Tercer paso:** Reemplazamos  $y$  encontrada en la ecuación 1.

$$2x + 3(3) = 14$$

$$2x + 9 = 14$$

$$2x = 5$$

$$x = 5/2$$

Solución:

$$x = 2.5$$

$$y = 3$$

#### **Comprobación.**

Se comprueba sustituyendo los valores en las ecuaciones iniciales.

Ecuación 1:  $2x + 3y = 14$

Reemplazando  $x = 2.5$  e  $y = 3$ :

$$2(2.5) + 3(3) = 14$$

$$5 + 9 = 14$$

$$14 = 14$$

La igualdad se cumple, por lo tanto, el valor de  $x$  es correcto.

Ecuación 2:  $4x - y = 7$

---



Sustituyendo  $x = 2.5$  e  $y = 3$ :

$$4(2.5) - 3 = 7$$

$$10 - 3 = 7$$

$$7 = 7$$

Nuevamente la igualdad se verifica, confirma que el valor de “y” es correcto.

Al sustituir los valores  $x = 2.5$  e  $y = 3$  en ambas ecuaciones iniciales, se comprueba que satisfacen el sistema. Por lo tanto, la solución obtenida mediante el método de sustitución es correcta y satisface las dos ecuaciones simultáneas planteadas inicialmente.

**ACTIVIDAD DOS:** Resolución del Sistema de ecuaciones por el método de reducción.

### Resolución del sistema de ecuaciones por el método de reducción

<https://youtu.be/8bx-iRLeyhs?si=SPvzng2uMMHPMFIS>

Para resolver por el método de Reducción o eliminación se sigue los siguientes pasos:

**A.  $2x + 4y = 18$**

**B.  $3x - y = 13$**

**Primer paso:** Eliminar una de las variables, consiste en que sus términos sean iguales, pero de signos diferentes, para igualar se hace lo siguiente

$$2x + 4y = 18$$

$$2x+4y=18$$

$$3x - y = 13 \text{ (4)}$$

$$\underline{12x-4y=52} \rightarrow 14x=70 \rightarrow x=70/14=5$$

$$// \quad \mathbf{x = 5} \text{ Tenemos el valor de } x$$

**Segundo paso:** Como ya se conoce el valor de “x” reemplazamos en una de las ecuaciones, en este caso en la ecuación B

$$\mathbf{3x - y = 13}$$

Sabemos que  $x = 5$ , entonces queda de la siguiente manera.

$$3(5) - y = 13$$

$$15 - y = 13$$

$$-y = 13-15$$



$-y = -2$  (-1) (Para transformar la  $y$  en positivo multiplicamos por  $-1$  a los dos miembros)

$$y = 2 \text{ Por lo tanto } \quad x = 5 ; y = 2$$

**ACTIVIDAD 3:** Resolución de sistema de ecuaciones por el método gráfico

<https://youtu.be/xla02Y99Ngw?si=Sp7XA419gx9yGX2Z>

Para resolver por el método gráfico se sigue los siguientes pasos:

**Primer paso:** Se procede a enumerar las ecuaciones

1.-  $x + 2y = 5$

2.-  $3x - y = 4$

**Segundo paso:** Dar una tabla de valores para cada ecuación.

**Ecuación 1.-** Dar valores a  $(x)$  en este caso 0 para saber  $(y)$  y lo contrario para saber  $(x)$

Reemplazando tendríamos

$(0) + 2y = 5$	$x + 2(0) = 5$
$2y = 5$	$x = 5$
$y = \frac{5}{2}$	$x = 5$
$y = 2.5$	

**Ecuación 2.-** Dar valores a  $(x)$  en este caso 0 para saber  $(y)$  y lo contrario para saber  $(x)$

Tendríamos

$3(0) - y = 4$	$3x - (0) = 4$
$-y = 4 (-1)$	$3x = 4$
$y = -4$	$x = \frac{4}{3} = 1.33$

Elaboramos una tabla con los resultados tanto para la ecuación 1 como para la ecuación 2.

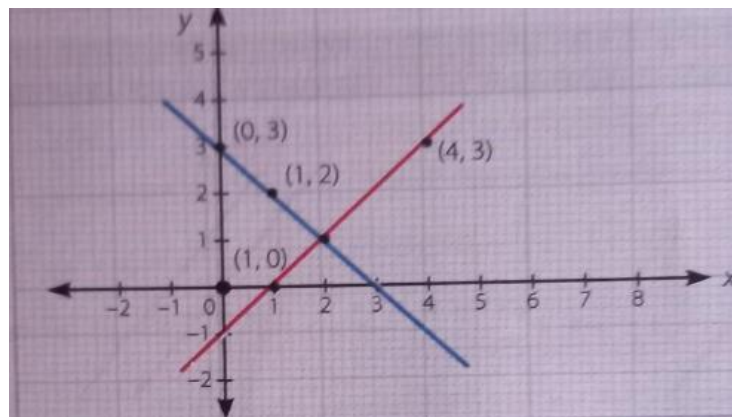
EC. 1

x	y
0	2.5
5	0

EC. 2

x	y
0	-4
1.33	0

**Tercer paso:** Graficamos en el Plano cartesiano.



**Cierre**

- El profesor fomenta la reflexión entre los alumnos mediante las siguientes cuestiones: ¿Qué conocimientos adquirieron hoy? ¿De qué manera adquirieron esos conocimientos? ¿Qué método de resolución les resultó más fácil y más complicado? ¿Por qué?

**RESULTADOS ESPERADOS**

**Resolución de sistemas de ecuaciones por los métodos analíticos:** Comprensión del procedimiento para resolver sistemas de ecuaciones mediante los métodos de sustitución, reducción y gráfico.

**ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS**

**Tarea individual para la casa:**

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones mediante los métodos de sustitución, reducción y gráfico.

1.-  $2x+y=8$

2.-  $3x-2y=4$



## LECCIÓN 2: Introducción a GeoGebra



<b>DESTREZA</b>	<b>M.4.1.54.</b> Reconocer a la intersección de dos rectas cómo la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con el uso de la tecnología.	
<b>OBJETIVO</b>	Introducir GeoGebra como herramienta para el aprendizaje y la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales.	
<b>ESTRATEGIAS</b>	Exploración interactiva	
<b>TIEMPO DE DURACIÓN DE LA LECCIÓN</b>	<b>45 min</b>	
<b>RECURSOS</b>		

- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.
- Material de apoyo impreso sobre GeoGebra y sistemas de ecuaciones.
- Pizarrón.

### INSTRUCCIONES GENERALES

- Seguir las indicaciones del docente para las actividades en GeoGebra.
- Participar activamente realizando preguntas y aportando ideas.
- Aprovechar GeoGebra para explorar ejemplos y verificar conceptos.
- Presentación interactiva sobre GeoGebra ingresando a la pagina

**ACTIVIDAD UNO:** Presentación de GeoGebra como herramienta para resolver sistemas de ecuaciones.

#### Introducción de la clase

Saludo y bienvenida a los estudiantes por parte del docente.

Revisión y análisis de los acuerdos de convivencia.

El docente plantea preguntas introductorias como: ¿Qué es GeoGebra? ¿Para qué sirve? ¿Qué partes tiene la vista de GeoGebra?



ones y demostración del ingreso a la herramienta GeoGebra por parte del docente.

nte realiza la exposición de las principales funcionalidades de GeoGebra utilizando la siguiente dirección.

[/wiki.geogebra.org/es/Tutorial:Presentaciones con GeoGebra](https://wiki.geogebra.org/es/Tutorial:Presentaciones_con_GeoGebra)

### GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by...

<https://www.geogebra.org>

Web: Free digital tools for class activities, graphing, geometry, collaborative whiteboard and more. Start Calculator. Classroom Resources.

#### GeoGebra Classic

Free online apps bundle from GeoGebra: get graphing, geometry, algebra, 3D, ...

#### Calculadora Gráfica

Calculadora gráfica en línea, gratis e interactiva, de GeoGebra: grafica ...

#### 3D Calculator

Free online 3D grapher from GeoGebra: graph 3D functions, plot surfaces, ...

#### Geometry

Interactive, free online geometry tool from GeoGebra: create triangles, circles, ...

#### Calculator Suite

Interactive, free online calculator from GeoGebra: graph functions, plot data, ...

#### APP Downloads

Free offline GeoGebra apps for iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook and Linux. ...

#### News Feed

Use GeoGebra Classroom to actively engage students in fully remote or hybrid ...

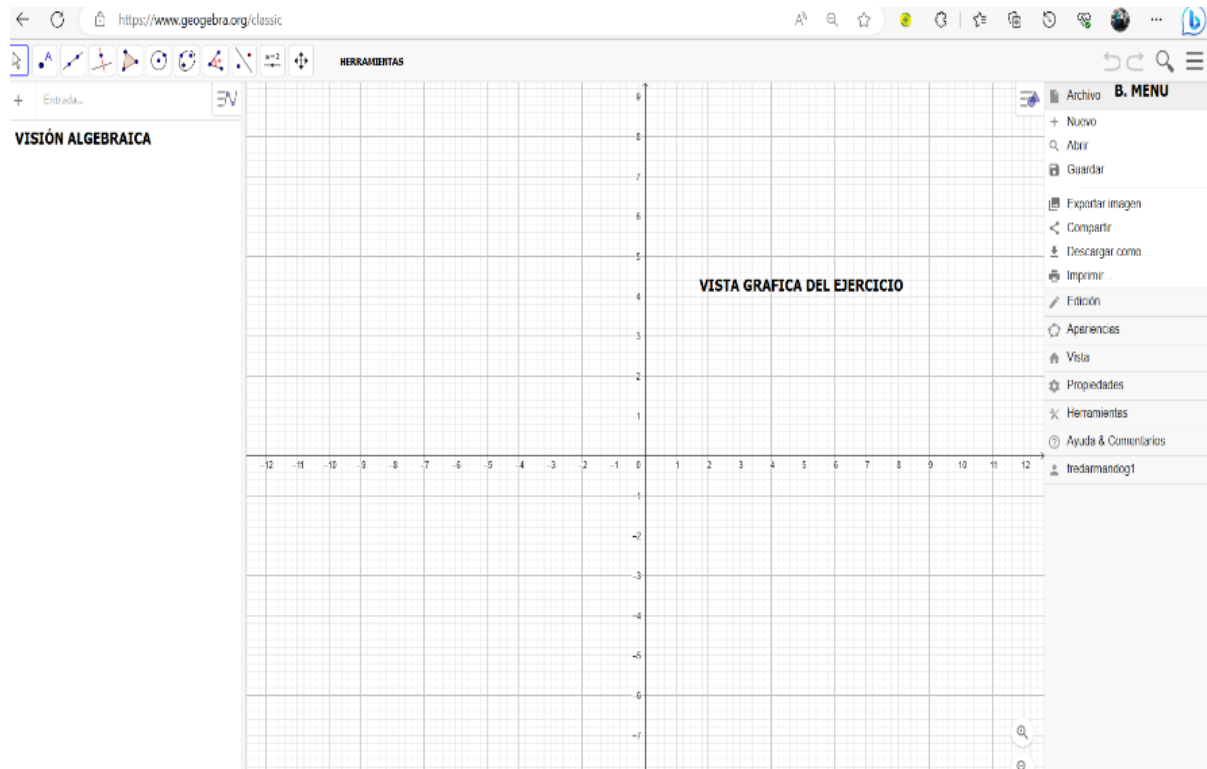
#### Resources

Find over 1 million free activities, simulations, exercises, lessons, and ...

**ACTIVIDAD DOS:** Demostración de las herramientas básicas de GeoGebra para crear gráficos y resolver ecuaciones.

### Desarrollo de la clase

cción de la interfaz de usuario de GeoGebra.





ción de las partes de la interfaz:

**Vista gráfica:** Esta área ocupa la mayor parte de la ventana de GeoGebra y es donde se puede realizar tus construcciones matemáticas, como dibujar figuras geométricas, graficar funciones y resolver ecuaciones.

**Barra de herramientas:** En la parte superior de la ventana, se encuentra una barra de herramientas que contiene iconos y opciones que te permiten seleccionar diferentes funciones y herramientas de GeoGebra, como crear puntos, líneas, curvas, y realizar cálculos matemáticos.

**Visión algebraica:** A menudo, a la derecha de la ventana, se encuentra un área de álgebra donde se muestran las expresiones matemáticas relacionadas con los objetos que has creado en el área de trabajo. Esto puede incluir ecuaciones, coordenadas, y otras representaciones algebraicas.

**Menú desplegable:** En la parte superior izquierda, suele haber un menú desplegable que proporciona acceso a funciones y configuraciones adicionales de GeoGebra.

### ACTIVIDAD 3: Enseñanza y análisis de la barra de herramientas

La barra de herramientas de GeoGebra es la puerta de enlace que facilita el acceso a las múltiples funciones y comandos que ofrece el programa. Dentro de esta interfaz, encontramos una agrupación de botones, cada uno destinado a un conjunto específico de tareas. Estos botones no solo sirven como accesos directos, sino que además actúan como puertas de entrada a submenús que despliegan opciones adicionales. Así, cada vez que se selecciona una opción en un botón, esta permanece visiblemente activa en el mismo, lo que permite un acceso rápido y eficiente a las herramientas más utilizadas en GeoGebra. Ahora, a continuación, detallaremos cada uno de los botones que conforman esta versátil barra de herramientas.



**Mover:** Este botón es esencial para seleccionar y mover objetos en el lienzo de GeoGebra. Facilita la manipulación de elementos en tu construcción matemática.



**Punto:** Al seleccionar este botón, se despliega un submenú que permite crear puntos en el lienzo de GeoGebra. Los puntos son fundamentales para construir geometría y representar datos.



**Recta:** Este botón es el acceso principal para crear diversas construcciones geométricas, como rectas, segmentos, vectores, arcos y poligonales, entre otros. Proporciona un conjunto versátil de herramientas.



**Recta perpendicular:** Al seleccionar este botón, se accede a comandos para crear rectas perpendiculares, paralelas, mediatrices, bisectrices, tangentes y más. Ideal para construir relaciones geométricas complejas.



**Polígono:** En este botón, se encuentra las herramientas necesarias para dibujar varios tipos de polígonos, como triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Perfecto para explorar la geometría.



**Circunferencia:** Este botón permite trazar círculos y arcos en tu construcción. Es útil para estudiar propiedades circulares y realizar mediciones relacionadas con ellas.



**Conicidad:** Permite dibujar secciones cónicas, como elipse, parábola e hipérbola.



**Medición:** Este botón proporciona herramientas para calcular distancias, ángulos, áreas, pendientes y otros parámetros en la construcción. Facilita la cuantificación de propiedades geométricas.



**Transformación:** Permiten aplicar traslaciones, rotaciones, homotecias y otras transformaciones a los objetos.



**Interacción:** Este botón es un punto de acceso a herramientas como deslizadores, texto, imágenes, botones, casillas de control y casillas de entrada. Estos elementos enriquecen la interactividad de tus construcciones.



**Generales (Propiedades):** Proporciona opciones para editar y ajustar las propiedades de los objetos seleccionados.

---

### Cierre

- El profesor recopila la información con la participación de todos los alumnos y la exhibe en un lugar visible.
-



- El profesor fomenta la reflexión entre los alumnos mediante las siguientes cuestiones: ¿Qué conocimientos adquirieron hoy? ¿De qué manera adquirieron esos conocimientos? ¿Cuál es la utilidad de lo que aprendieron? ¿Les resultó sencillo utilizar las herramientas de GeoGebra? ¿Por qué? Si enfrentaron dificultades, ¿cómo las superaron?

**RESULTADOS ESPERADOS**

**Comprensión de GeoGebra:** Comprensión del propósito y la utilidad de GeoGebra por parte de los estudiantes.

**Familiarización con la Interfaz:** Los estudiantes deben estar familiarizados con la interfaz de GeoGebra, incluyendo la barra de herramientas, el área de entrada y las opciones de visualización.

**Comprensión de las funcionalidades de los botones de la barra de herramientas:** Los estudiantes deben ser capaces de identificar que función cumple cada botón y conocer los sub menús que se despliegan en cada uno de ellos.

**ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS**

Observar el siguiente video:

Introducción a GeoGebra

<https://www.youtube.com/watch?v=r47ZU1w0ovE>

**LECCIÓN 3: Resolución por el método gráfico mediante el uso de GeoGebra**



<b>DESTREZA</b>	<b>M.4.1.54.</b> Reconocer a la intersección de dos rectas cómo la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con el uso de la tecnología.
-----------------	--



<b>OBJETIVO</b>	Comprender la diferencia del sistema compatible determinante, sistema compatible indeterminado y el sistema incompatible e identificar sus gráficos y las soluciones a través de la intersección de las dos rectas.	
<b>ESTRATEGIAS</b>	Introducción visual, Visualización de soluciones, Representación de sistemas variados, comparación de sistemas gráficamente, demostración de invarianza visual.	
<b>TIEMPO DE DURACIÓN DE LA LECCIÓN</b>	<b>45 min</b>	
<b>RECURSOS</b>		

- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.
- Material de apoyo impreso sobre GeoGebra y sistemas de ecuaciones.
- Texto guía de la asignatura de Matemáticas
- Presentación interactiva sobre GeoGebra utilizando CANVA.

**INSTRUCCIONES GENERALES**

- Seguir las indicaciones del docente para las actividades en GeoGebra.
- Participar activamente realizando preguntas y aportando ideas.
- Aprovechar GeoGebra para explorar ejemplos y verificar conceptos.

**ACTIVIDAD UNO:** Introducción al uso de GeoGebra para resolver sistema de ecuaciones con el método gráfico

**Introducción de la clase**

Bienvenida y saludo a los estudiantes por parte del docente.

Revisión y recordatorio de la lección anterior.

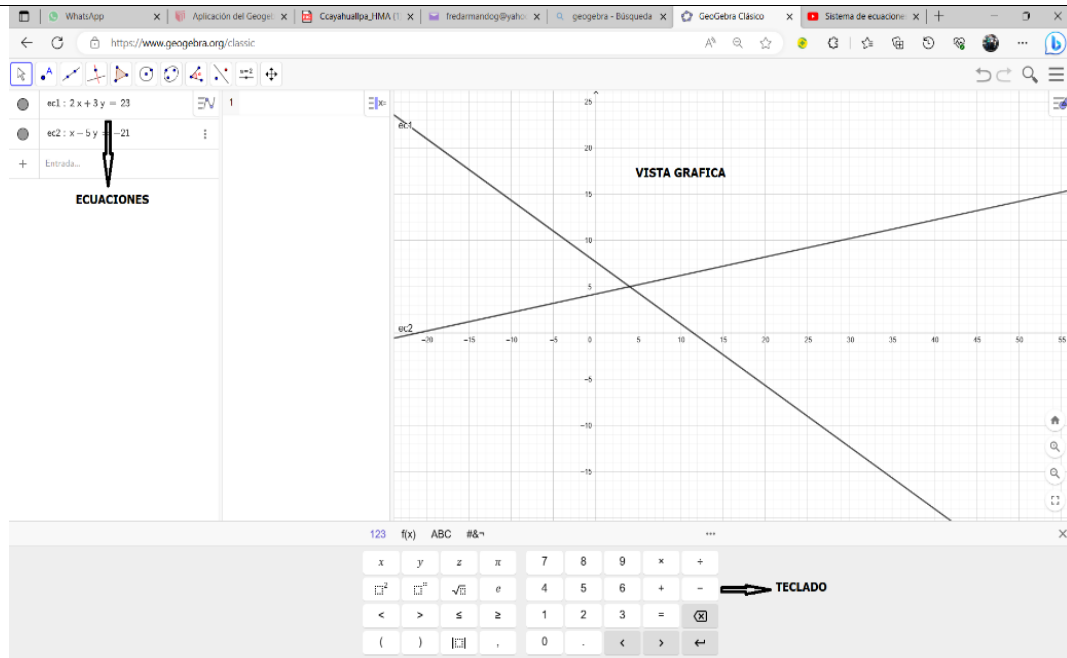
El docente plantea preguntas introductorias como: ¿Qué se aprendió la clase anterior? ¿Qué dificultades se presentaron? ¿Qué preguntas tienen?

Ver el siguiente video: <https://youtu.be/2P16CLxu-oo?si=OQbwkyboWpPH93HT>

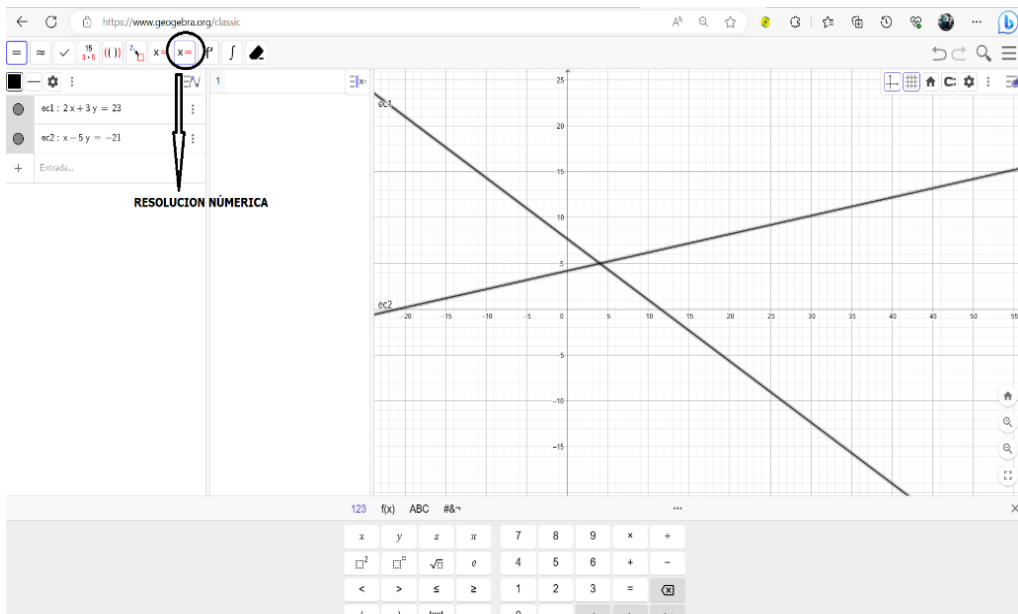
Compartir sus ideas en la siguiente dirección: <https://padlet.com/fredarmandog11/d-cimo-a-o-i2t4kt7cp7d>

Explicación del ingreso de las ecuaciones en la interfaz de GeoGebra.

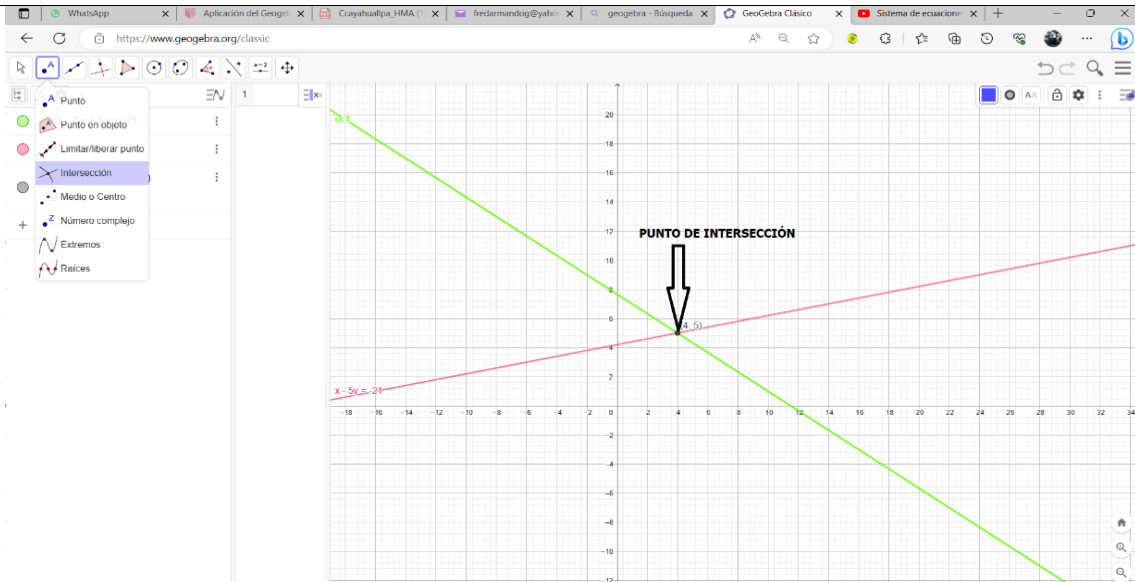
- Para ingresar el problema o la ecuación se utiliza el teclado que dispone en la ventana de GeoGebra o a su vez se hace uso del teclado físico de su computadora, al ingresar datos de la ecuación, seguido damos Enter e inmediatamente se despliega la solución gráfica en el plano cartesiano.



- Posterior al ingreso de datos se selecciona la ecuación 1, teniendo pulsado el Ctrl, seleccione la ecuación 2, para posteriormente dar clic en resolución numérica.



-Ahora se va a conocer el punto de intersección, la cual será la respuesta de la ecuación. Para esto se selecciona la opción de punto, elegimos intersección, luego damos clic en cada una de las rectas. Aparece el punto de intersección. Por cuestiones de forma podemos cambiar de color, grosor el punto y las rectas.



En la aplicación GeoGebra se puede mover las ecuaciones, en este sentido la solución de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas varía cuando se aplica una transformación que modifica la posición relativa de las rectas o las ecuaciones en el plano. Es decir, al trasladar una de las rectas de manera que cambie su punto de intersección con la otra recta, entonces la solución del sistema también cambiará.

En los ejercicios que se presenta a continuación se demostrara los efectos de cambios en las ecuaciones, es decir que al mover las ecuaciones se observara como cambia la gráfica y las soluciones.

**ACTIVIDAD DOS:** Creación de gráficos de sistemas de ecuaciones con GeoGebra

Estudiantes deben ingresar al programa y realizar los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1.- 2x+3y=4 \\ 2.- x+5y=1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1.- x + 3y = 4 \\ 2.- 2x + 6y = 8 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1.- x+3y=4 \\ 2.- 2x+6y=7 \end{array} \right.$$

**ACTIVIDAD TRES:** Interpretación de las soluciones gráficas

**Desarrollo de la clase**

Ejercicios planteados anteriormente fueron seleccionados específicamente con el propósito de originar la clasificación del sistema compatible determinante, sistema compatible indeterminado y el sistema incompatible a resolución de ecuaciones se pueden presentar.

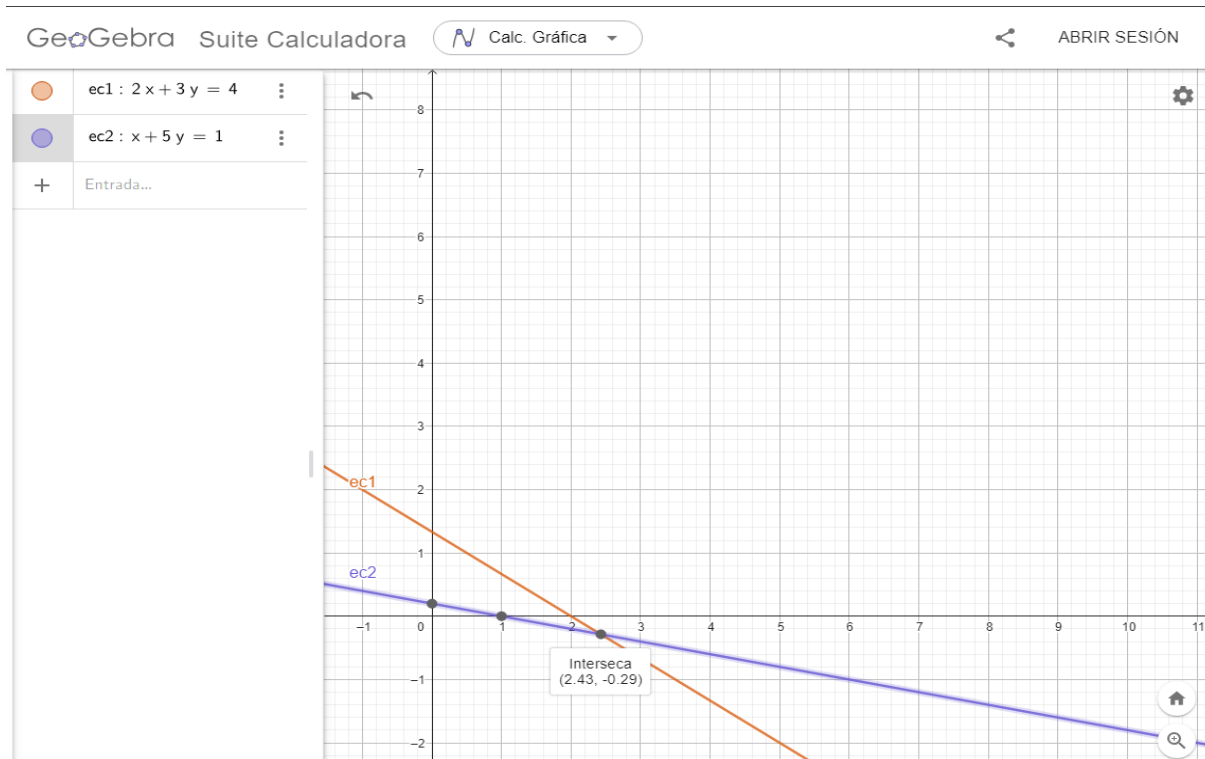




**Compatible Determinante**

$$\begin{cases} 1.- 2x + 3y = 4 \\ 2.- x - 5y = 1 \end{cases}$$

Al resolver el sistema en GeoGebra se observa el siguiente gráfico.

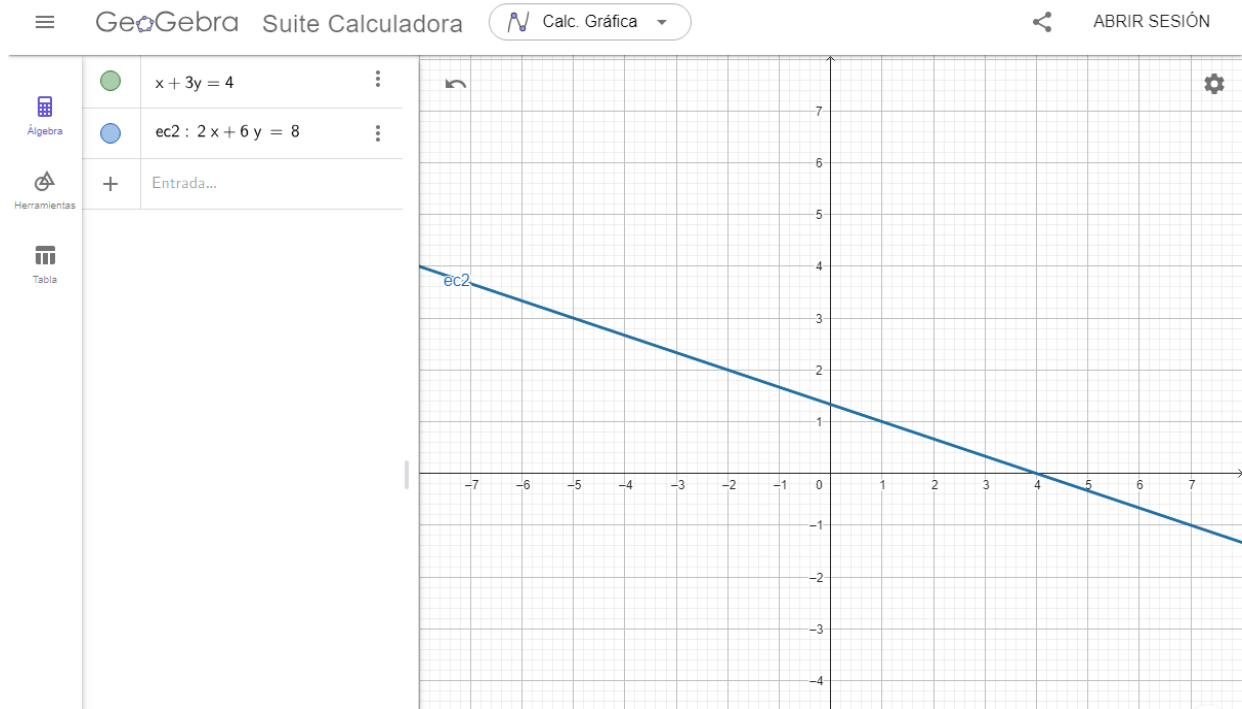


En situaciones en las que observamos una gráfica donde las líneas se cruzan, estamos tratando con un sistema compatible determinante, es decir, que tiene una única solución. Esto significa que hay un único conjunto de valores, uno para "x" y otro para "y", que resuelve el sistema. Estos valores se obtienen al resolver las ecuaciones utilizando cualquiera de los métodos (igualación, sustitución, reducción o gráfico). Y las coordenadas encontradas representan el punto donde las dos líneas se encuentran, en este caso (x=2.43), (y=-0.29) la solución del sistema.

**Compatible indeterminado**

$$\begin{cases} 1.- x + 3y = 4 \\ 2.- 2x + 6y = 8 \end{cases}$$

Al resolver el sistema en GeoGebra se observa el siguiente gráfico:



Observando el gráfico de este sistema de ecuaciones podemos ver que es un sistema compatible indeterminado, pues las dos rectas son coincidentes, una está sobrepuesta sobre la otra. Esto significa que todos los puntos de una recta también pertenecen a la otra. No hay un único punto de intersección como en los sistemas determinados, sino que hay infinitos puntos en común.

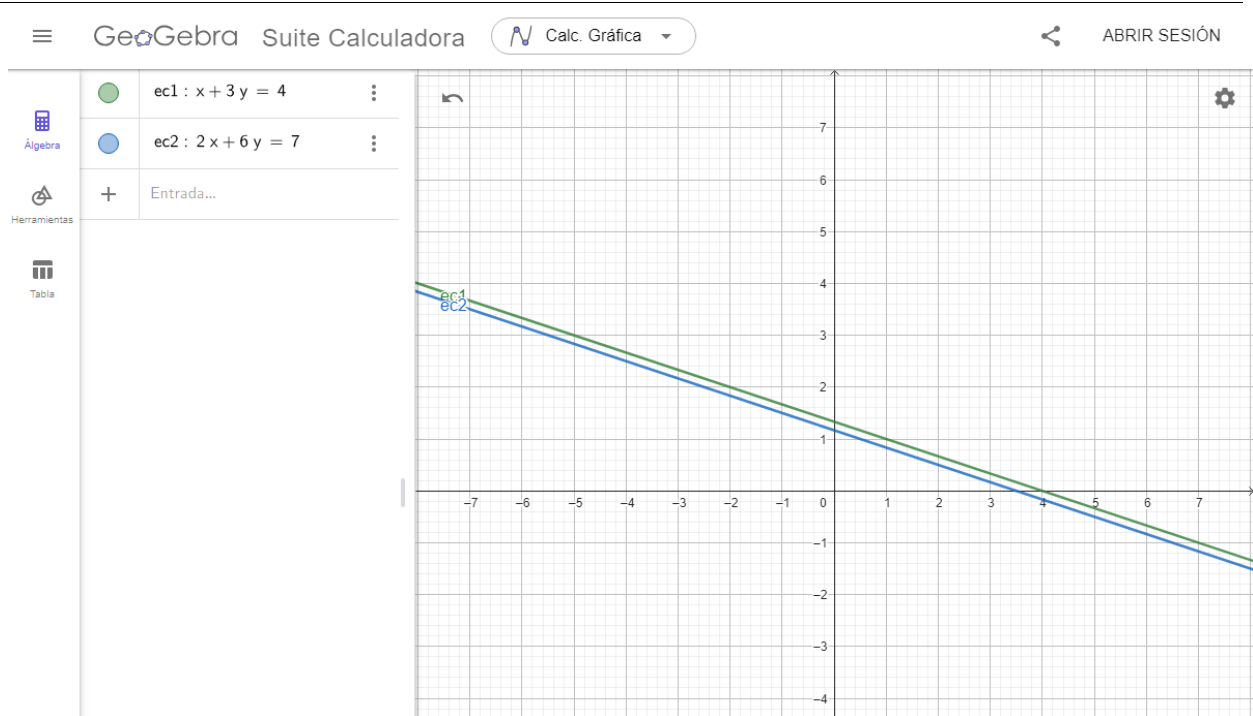
Por eso decimos que el sistema es indeterminado: tiene infinitas soluciones. Cualquier punto sobre la recta cumple con ambas ecuaciones a la vez.

En conclusión, cuando vemos dos rectas exactamente una sobre la otra en el gráfico, sabemos que es un sistema compatible indeterminado. Significa que las dos ecuaciones representan la misma recta, con infinitas soluciones posibles.

### ¡ incompatible

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 4x + 6y = 24 \end{cases}$$

Al resolver el sistema en GeoGebra se observa el siguiente gráfico.



En los sistemas incompatibles no existe solución, no hay valores de  $x$  ni de  $y$  que satisfagan las dos ecuaciones a la vez.

Gráficamente, vemos que las rectas son paralelas, nunca se intersecan. Por más que extendamos las rectas, nunca se cruzan en algún punto.

Como no coinciden las relaciones, no existe valores de  $x$  e  $y$  que cumplan las dos ecuaciones a la vez. Son incompatibles.

En conclusión, cuando las rectas en la representación gráfica son paralelas, no tienen punto de intersección, nos indica que es un sistema incompatible sin solución. No hay valores que satisfagan ambas ecuaciones.

---

### Cierre

- El docente recopila las impresiones de los alumnos.
- Los estudiantes archivan en una carpeta los trabajos que realizaron utilizando las herramientas de GeoGebra.
- El profesor fomenta la reflexión entre los alumnos mediante las siguientes cuestiones: ¿Qué se aprendió el día de hoy? ¿Está claro las diferencias entre Sistema Compatible determinante, Sistema compatible determinado y Sistema indeterminado?



**RESULTADOS ESPERADOS**

**Identificación de soluciones:** Los estudiantes deberían poder identificar las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales al encontrar los puntos de intersección en el gráfico, si existen.

**Reconocimiento de diferentes casos:** Los estudiantes deben ser capaces de reconocer los diferentes casos de sistemas de ecuaciones lineales en la representación gráfica de sistemas, incluyendo sistemas compatibles determinados (una solución), sistemas incompatibles (sin solución), y sistemas compatibles indeterminados (infinitas soluciones).

**ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS**

**Tarea en casa:**

Encuentra la solución de los siguientes sistemas y clasifícalos como compatibles determinados, compatibles indeterminados o incompatibles:

$$\left[ \begin{array}{l} 1.- 3x-2y=7 \\ 2.- 6x-4y=14 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{l} 1.- 4x+2y = 10 \\ 2.- 2x +y = 5 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{l} 1.- 3x-y=9 \\ 2.-6x-2y=18 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{l} 1.- 2x+3y=12 \\ 2.-4x+6y=24 \end{array} \right.$$

**LECCIÓN 4: Definición de un sistema de ecuaciones a partir de problemas reales y evaluación**



<b>DESTREZAS</b>	<b>M.4.1.54.</b> Reconocer a la intersección de dos rectas cómo la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con el uso de la tecnología.	
<b>OBJETIVO</b>	Aplicar los conceptos y destrezas desarrolladas en la resolución gráfica de sistemas de ecuaciones lineales con GeoGebra para modelar y resolver los ejercicios de la evaluación.	
<b>ESTRATEGIAS</b>	Problemas en el mundo real, exploración interactiva,	
<b>TIEMPO DE DURACIÓN DE LA LECCIÓN</b>	<b>45 min</b>	



---

**RECURSOS**

- Computadoras con GeoGebra instalado para los estudiantes.
- Material de apoyo impreso sobre GeoGebra y sistemas de ecuaciones.
- Presentación interactiva sobre GeoGebra

---

**INSTRUCCIONES GENERALES**

- Realizar silencio durante la evaluación.
- Una vez realizado los ejercicios alzar la mano y llamar al docente para que observe la solución encontrada.
- Brinden información honesta, completa y precisa según su conocimiento y experiencia en las clases con GeoGebra.

<https://www.geogebra.org/classiclásico>

---

**ACTIVIDAD UNO**

**Enseñanza de problemas en el mundo real**

**Ejercicio:** Supongamos que eres un estudiante que quiere comprar entradas para un concierto. Sabes que hay dos tipos de entradas disponibles: entradas para adultos y entradas para niños. Las entradas para adultos cuestan \$30 cada una, y las entradas para niños cuestan \$15 cada una. Decides comprar un total de 8 entradas y gastar \$200 en total. ¿Cuántas entradas para adultos y cuántas entradas para niños debes comprar?

**Paso 1:** Definir las incógnitas

Llamemos "x" al número de entradas para adultos que comprarás.

Llamemos "y" al número de entradas para niños que comprarás.

**Paso 2: Plantear las ecuaciones**

Sabemos que el costo de una entrada para adultos es de \$30, por lo que el costo total de las entradas para adultos será  $30x$ .

Del mismo modo, el costo de una entrada para niños es de \$15, por lo que el costo total de las entradas para niños será  $15y$ .

Según el problema, planeas comprar un total de 8 entradas y gastar \$200 en total. Esto se puede expresar con la siguiente ecuación:



$$30x + 15y = 200$$

También sabemos que el número total de entradas compradas será igual a 8:

$$30x + 15y = 200$$

**Paso 3:** Resolver el sistema de ecuaciones

Una vez formulado el sistema de ecuaciones se puede resolver por cualquiera de los métodos aprendidos con anterioridad para posteriormente graficarlo en la herramienta GeoGebra.

$$\begin{cases} 30x + 15y = 200 \\ 30x + 15y = 200 \end{cases}$$

Una vez que contamos con la gráfica en GeoGebra, aplicamos la interacción interactiva, demostrando a los estudiantes el movimiento de las gráficas y observación de los cambios que se generan en las soluciones.

**ACTIVIDAD DOS:** Resolución de la actividad evaluativa formativa utilizando GeoGebra.

**Introducción y desarrollo de la clase**

Saludo y bienvenida a los estudiantes por parte del docente.

Revisión y recordatorio de la lección anterior.

El docente plantea preguntas introductorias como: ¿Qué se aprendió la clase anterior? ¿Qué dificultades se presentaron? ¿Qué preguntas tienen? ¿Están preparados para la evaluación?

Los estudiantes deben ingresar al programa y realizar los ejercicios de la evaluación:

1.- Encuentra la solución gráfica para el siguiente sistema y verifica si es compatible determinado, indeterminado o incompatible:

$$\begin{cases} 1.- 2x+y=6 \\ 2.- 4x+2y=12 \end{cases}$$

2.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando GeoGebra y explica los pasos que sigues para obtener la solución:

$$\begin{cases} 1.- 2x - 3y = 8 \\ 2.- 5x + 2y = 9 \end{cases}$$



3.- Plantear el sistema de ecuaciones que resulta del siguiente ejercicio de la vida real y resuelve el sistema resultante GeoGebra

Supongamos que estás planeando mezclar dos tipos de frutas, manzanas y naranjas, para hacer una bebida. Sabes que cada manzana pesa 150 gramos y cuesta \$0.50, mientras que cada naranja pesa 200 gramos y cuesta \$0.60. Quieres hacer una mezcla de 5 kilogramos de frutas y gastar no más de \$15 en total. ¿Cuántas manzanas y cuántas naranjas debes comprar?

4.- Descubrir el sistema de ecuaciones que resulta del siguiente ejercicio de la vida real, gráficalo en GeoGebra y comprueba que pasa si se muevan las gráficas.

Supongamos que estás planeando un viaje en el que necesitas comprar boletos para el tren y el autobús. Los boletos de tren cuestan \$40 cada uno, y los boletos de autobús cuestan \$15 cada uno. Quieres gastar no más de \$250 en total y comprar un total de 10 boletos. ¿Cuántos boletos de tren y cuántos boletos de autobús debes comprar?

Rúbrica: 10 puntos.

### **ACTIVIDAD TRES:** Aplicación de la entrevista

Una vez terminada la evaluación se pide de una manera especial la colaboración de los estudiantes para contestar las entrevistas (Anexo 2).

#### **Cierre**

- El docente recoge las entrevistas.
- El profesor agradece la colaboración de los estudiantes.

### **RESULTADOS ESPERADOS**

**sin problemas los ejercicios de la evaluación:** Los estudiantes deberían ser capaces de resolver los sistemas de ecuaciones con dos incógnitas de la evaluación aplicando un pensamiento crítico y creativo.

**calificación de las respuestas:** Explicar de forma clara el proceso realizado para resolver los problemas en el contexto de la vida real.

**calificación en la entrevista:** Las respuestas de los estudiantes deben ser claras y concretas.

### **ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS**



**Tarea en casa:**

Seguir poniendo en práctica los conocimientos alcanzados en las últimas clases.

---

**5.4 Evaluación del proceso de implementación**

En el Anexo 5 se presentan imágenes de la aplicación de la propuesta. Mientras tanto que, la evaluación de la efectividad de la propuesta se llevó a cabo mediante la entrevista aplicada a los estudiantes de décimo año de EGB en la Unidad Educativa Cecibeb Lizardo García (Anexo 2) y la lista de cotejos (Anexo 4), cuyos resultados se analizaron en los apartados 4.2 y 4.1.4 del presente documento, respectivamente.



## CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 6 Conclusiones y recomendaciones

#### 6.1 Conclusiones

A continuación, se exponen las conclusiones del presente trabajo investigativo desarrollado, las cuales se presentan en respuesta a los objetivos específicos inicialmente formulados:

- Se implementó GeoGebra como herramienta pedagógica destinada a brindar apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de ecuaciones matemáticas hacia los estudiantes de décimo año de Educación General Básica de la institución Cecibeb “Lizardo García” durante el periodo académico 2022-2023. Para el efecto, se diseñaron y aplicaron cuatro lecciones, destinadas principalmente al uso de GeoGebra para la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método gráfico. La aplicación de dicha intervención educativa permitió que los estudiantes sean capaces de hacer una ejecución satisfactoria de la resolución de los mencionados sistemas de ecuaciones.
- La literatura que respalda el uso de GeoGebra como recurso didáctico efectivo para la enseñanza de ecuaciones matemáticas revela que dicha herramienta pedagógica tiene el potencial para contribuir en el mejoramiento de la comprensión conceptual, el razonamiento lógico-matemático y el desempeño procedimental de los estudiantes.
- De acuerdo a la evaluación inicial realizada, los estudiantes de décimo año de la Cecibeb “Lizardo García” poseían conocimientos previos sobre sistemas de ecuaciones lineales, sin embargo, presentaban dificultades para aplicar los métodos algebraicos de sustitución y reducción, así como el método gráfico. Es decir, carecían de dominio de los aprendizajes requeridos.

- Se desarrolló y aplicó una propuesta metodológica de intervención educativa basada en el método de la visualización con el uso de GeoGebra, destinada a reforzar el nivel de comprensión de la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales, particularmente del método gráfico, la cual estuvo constituida por cuatro lecciones didácticas que fueron satisfactoriamente aplicadas en cuatro lecciones, durante dos semanas de clase.
- El uso de GeoGebra contribuyó a mejorar el nivel de conocimiento y desempeño procedimental de los estudiantes en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Esto se evidenció en los resultados que ellos reflejaron en la actividad evaluativa aplicada posterior a la finalización de la aplicación de la propuesta, particularmente en la lista de cotejos, ya que el 60% de estudiantes evidenciaron una ejecución satisfactoria y restante 40% hicieron una buena o muy buena ejecución de los ejercicios propuestos.
- Mediante la aplicación de la entrevista, se identificó el nivel inicial de conocimiento el cual oscilaba entre bajo y moderado. Sin embargo, después de la intervención educativa se aplicó la lista de cotejos que arrojó logros significativos, dado que la mayoría de los estudiantes alcanzaron una ejecución satisfactoria de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales a través del uso de GeoGebra. Por lo tanto, la aplicación de la propuesta aportó en el mejoramiento del nivel de conocimiento de los estudiantes.
- Los resultados de este estudio exploratorio evidencian el potencial de GeoGebra para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de ecuaciones matemáticas. No obstante, se requieren más investigaciones que profundicen en este enfoque innovador, examinando su efectividad con muestras más grandes, en diferentes regiones geográficas y niveles educativos. Investigaciones de alcance correlacional o explicativo aportarían mayor evidencia sobre la relación causal entre GeoGebra y el rendimiento académico en

matemáticas. Asimismo, se necesitan más estudios comparativos entre estrategias didácticas mediadas por las TIC y enfoques tradicionales.

- Una de las líneas de investigación de la UNAE es la integración de tecnologías en la educación. El presente estudio ha confirmado el valor y la efectividad de incorporar herramientas tecnológicas educativas, como un recurso didáctico poderoso para la enseñanza de funciones matemáticas. Al explorar esta línea de investigación, hemos progresado en el propósito de mejorar la calidad de la educación y preparar a los estudiantes para un mundo digital en constante cambio.

## 6.2 Recomendaciones

- Se recomienda extender el uso de GeoGebra a otras temáticas, dada su versatilidad como herramienta didáctica para distintos contenidos curriculares.
- Es importante que los docentes reciban capacitación sobre el manejo de GeoGebra y estrategias para integrarlo efectivamente en sus clases.
- Se sugiere dotar de un proyector ya que permitirá un mayor aprovechamiento de recursos digitales como GeoGebra.
- Para futuras investigaciones se recomienda involucrar a grupos de estudiantes más numerosos, pero sin que eso implique que la evaluación de los niveles de dominio de los métodos de resolución de problemas debe de ser menos profunda.
- Los resultados positivos de este estudio deben motivar más investigación sobre enfoques innovadores en la enseñanza de matemáticas mediados por las TIC.



- Aldazabal, O. F., Vértiz, R. I., Zorrilla, E., Aldazábal, L. H., Guevara, M. F., Aldazabal Melgar, O. F., Vértiz Osoreo, R. I., Zorrilla Tarazona, E., Aldazábal Melgar, L. H., & Guevara Duarez, M. F. (2021). Software GeoGebra en la mejora de capacidades resolutivas de problemas de figuras geométricas bidimensionales en universitarios. *Propósitos y Representaciones*, 9(1). <https://doi.org/10.20511/pyr2021.v9n1.1040>
- Auccahuallpa, R., Troya, R. I., & Rodríguez, D. I. (2022). *Beneficios del uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática*. <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/2587>
- Baque, G., & Portilla, G. (2021). El aprendizaje significativo como estrategia didáctica para la enseñanza – aprendizaje. *Polo del Conocimiento: Revista científico - profesional*, 6(5), 75-86.
- Briones, A., & Velásquez, J. (2021). Estrategia didáctica para la enseñanza matemática en turismo. *Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 9(Especial), Article Especial. <https://doi.org/10.29057/icbi.v9iEspecial.7212>
- Camacho, R., Rivas, C., Gaspar, M., & Quiñonez, C. (2020). Innovación y tecnología educativa en el contexto actual latinoamericano. *Revista de Ciencias Sociales (Ve)*, 26, 460-472.
- Chacón, F. Y. C., Fernández, F. E. B., Ferrer, L. R. G., & Mendocilla, W. E. C. (2021). Chacón, F. Y. C., Fernández, F. E. B., Ferrer, L. R. G., & Mendocilla, W. E. C. (2021). Geogebra: Herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las Matemáticas en universitarios. *Revista de Investigación en Ciencias de la Educación HORIZONTES*, 5(18), 382-390.



- Delgado, M. G., Barco, B. L. del, & Moncayo, M. R. (2022). Buenas prácticas del estudiante universitario que predicen su rendimiento académico. *Educación XX1*, 25(1), Article 1. <https://doi.org/10.5944/educxx1.30565>
- De Sousa, R. T., Vieira, F. R., & Araújo Souza, M. J. (2022). La Teoría de los Conceptos Figurativos y GeoGebra: el concepto y la visualización en geometría dinámica. *Matemáticas, educación y sociedad*, 5(1), 1-17.
- Ertmer, P., & Newby, T. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance improvement quarterly*, 6(4), 50-72.
- Fernández, M. D., & Álvarez, I. D. (2022). Las TIC para enseñar ¿también en Matemáticas? *Cuaderno de Pedagogía Universitaria*, 19(38), Article 38. <https://doi.org/10.29197/cpu.v19i38.466>
- Gamboa, M. (2022). La enseñanza de las Matemáticas y el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica. *Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 2(1). <https://doi.org/10.46377/dilemas.v9i2.3038>
- Gisbert, M., & Johnson, L. (2015). Educación y tecnología: Nuevos escenarios de aprendizaje desde una visión transformadora. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 12(2), Article 2.
- González, N., Garcés, W., & Grimaldy, L. (2021). La visualización en la enseñanza de la matemática: Su empleo mediante el uso del geogebra. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 12(4), 130-140.
- Guamán Gómez, V. J., & Espinoza Freire, E. E. (2022). Aprendizaje basado en problemas para el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Universidad y Sociedad*, 14(2), 124-131.



- Guillén, Y. M., & Rodríguez, L. E. L. (2021). El GeoGebra en la clase de matemática de la enseñanza media desde los móviles. *VARONA*, 73.  
<https://www.redalyc.org/journal/3606/360670689008/>
- Gutiérrez Zuluaga, Aristizabal Zapata, J. H., Rincón Penagos, J. A., Gutiérrez Zuluaga, Aristizabal Zapata, J. H., & Rincón Penagos, J. A. (2020). Procesos de visualización en la resolución de problemas de Matemáticas en básica primaria apoyados en ambientes de aprendizaje mediados por las TIC. *Sophia*, 16(1), 120-132.  
<https://doi.org/10.18634/sophiaj.16v.1i.975>
- Jaraba, A. (2020). GeoGebra: Herramienta didáctica para fortalecer competencias geométricas en Educación Media. *Números: Revista de didáctica de las Matemáticas*.  
<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/222720>
- Jiménez, J. G. J., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en Matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), Article 7.  
<https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>
- Martin, Y., & Lezcano, L. (2021). *El GeoGebra en la clase de matemática de la enseñanza media desde los móviles*. 73. <https://orcid.org/0000-0001-5456-2568>
- Mera, D. (2015). *Las TIC y su incidencia en la enseñanza de la matemática en los estudiantes de octavo año de Educación General Básica* [Universidad Tecnológica Equinoccial].  
[https://repositorio.ute.edu.ec/bitstream/123456789/17699/1/62287\\_1.pdf](https://repositorio.ute.edu.ec/bitstream/123456789/17699/1/62287_1.pdf)
- Ministerio de Educación. (2017). *Currículo Intercultural Bilingüe*. [https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/03/KICHWA\\_CNIB\\_2017.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/03/KICHWA_CNIB_2017.pdf)
- Ministerio de Educación. (2019). *Currículo de los niveles de educación obligatoria*.  
<https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/09/EGB-Superior.pdf>
- Navarrete-Villavicencio, M. V., Merino-Córdova, P. A., Estupiñán-Cox, B. F., & Caicedo-Márquez, J. A. (2022). Geogebra como herramienta tecnológica-didáctica en el



- aprendizaje del cálculo integral. *Sapienza: International Journal of Interdisciplinary Studies*, 3(1), Article 1. <https://doi.org/10.51798/sijis.v3i1.271>
- Pabón, J. A., Nieto, Z. C., & Gómez, C. A. (2015). Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 7(1). <https://doi.org/10.22335/rict.v7i1.257>
- Pensis. (2015). *¿Latinoamérica, negada a las Matemáticas?* [Text]. Pensis; Tecnológico de Costa Rica. <https://www.tec.ac.cr/pensis/articulos/latinoamerica-negada-matematicas>
- Rámirez, M. J., Di Gropello, E., Yanez, M., & Vargas, M. J. (2021). *La crisis de aprendizaje en las aulas de Latinoamérica*. <https://blogs.worldbank.org/es/latinamerica/la-crisis-de-aprendizaje-en-las-aulas-de-latinoamerica>
- Rojas, M. M., Caro, E. O., & Morales, F. H. F. (2022). Las mediaciones TIC en la resolución de problemas matemáticos, un abordaje documental. *Gestión y Desarrollo Libre*, 7(14), Article 14. <https://doi.org/10.18041/2539-3669/gestionlibre.14.2022.9384>
- Romero, F. (2009). Aprendizaje significativo y constructivismo. *Temas para la educación*, 3. <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd4981.pdf>
- Rubio, N. (2020, junio 10). *Las 9 teorías del aprendizaje más importantes*. <https://psicologiaymente.com/desarrollo/teorias-aprendizaje>
- Rueda, J. J. (2007). La Tecnología En La Sociedad Del Siglo Xxi: Albores De Una Nueva Revolución Industrial. *Aposta. Revista de Ciencias Sociales*, 32, 1-28.
- Ruiz, D., Rivadeneira, J., Gonzalez, M., & Ortega, W. (2022). *Implementación De Una Estrategia Didáctica Para La Resolución De Problemas En La Enseñanza De Las Matemáticas, Una Visión Desde Las Ecuaciones Lineales A través Del Software De GeoGebra* [Universidad De Cartagena]. [https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/15093/TGF\\_Decadi%20Ruiz\\_Juan%20Rivadeneira\\_Maira%20Gonzalez\\_Wadith%20ortega.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/15093/TGF_Decadi%20Ruiz_Juan%20Rivadeneira_Maira%20Gonzalez_Wadith%20ortega.pdf?sequence=1&isAllowed=y)



Ruiz, H., Mejía, P., & Villa, J. (2013). *Uso de Geogebra como herramienta didáctica dentro del aula de Matemáticas*. 446-454.

Sarmiento, P. J., & Toledo, C. (2022). GeoGebra aplicado como estrategia metodológica en el área de Matemática. *Polo del Conocimiento: Revista científico - profesional*, 7(8 (AGOSTO 2022)), 2608-2631.

Sandoval, O. G. V., Alendes, A. M. H., Mendoza, J. C., Cabanillas, P. E. S., Bonifacio, H. C. M., & Sixto, V. V. C. (2022). Aprendizaje significativo en el contexto de la pandemia. Una revisión sistemática. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 6(23), 458-465.

Sierra, J., Bueno, I., & Monroy, S. (2016). Análisis del uso de las tecnologías TIC por parte de los docentes de las Instituciones educativas de la ciudad de Riohacha. *Omnia*, 22(2), 50-64

Suárez, X., & Castro, N. (2022). Competencias socioemocionales y resiliencia de estudiantes de escuelas vulnerables y su relación con el rendimiento académico. *Revista de Psicología (PUCP)*, 40(2), 879-904. <https://doi.org/10.18800/psico.202202.009>

Trenas, F. R. (2009). Aprendizaje significativo y constructivismo. *Temas para la educación*, 8.

Vargas, V. M., López Chica, J. A., Villacís Montoya, D. I., & Zambrano Moreno, D. J. (2022). GeoGebra como estrategia didáctica para el desarrollo del rendimiento académico en el aprendizaje de funciones reales de los estudiantes de tercero de bachillerato de la unidad educativa Camilo Gallegos. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1), 9490-9409. [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v7i1.5142](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.5142)

Villagrán, W. J., Cruz, E. L., Barahona-Avecilla, F. R., Barrera-Cárdenas, O. B., & Insuasti-Castelo, R. M. (2018). Utilización de GEOGEBRA como herramienta metodológica en la enseñanza de la geometría Analítica y su incidencia en el control del rendimiento





**UNAE**

## Universidad Nacional de Educación

académico de estudiantes del primer semestre de ingeniería. *Dominio de las Ciencias*, 4(4), 128. <https://doi.org/10.23857/dc.v4i4.827>

Zamora, J. L. (2023). *Propuesta didáctica basada en las metodologías activas a través del uso del software GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas*. [Thesis, Ecuador - Pucese - Maestría en Pedagogía con Mención en Educación Técnica y Tecnológica]. <http://localhost/xmlui/handle/123456789/3343>

Zarramera, P. L. A. (2022). GeoGebra y su incidencia en la enseñanza de la función cuadrática. *Delectus*, 5(1), Article 1. <https://doi.org/10.36996/delectus.v5i1.161>

## Anexos

### Anexo 1. Guía de observación para diagnosticar la situación inicial

Guía de observación de conocimientos previos y recursos disponibles			
Fecha: _____			
Grado: _____			
Responsable: _____			
Indicadores	Sí	No	Observaciones
Los estudiantes son capaces de reconocer un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas			
Los estudiantes identifican las incógnitas en un sistema de ecuaciones lineales			
Los estudiantes conocen que la solución de un sistema es el par de valores que satisfacen las igualdades de ambas ecuaciones			
Los estudiantes manejan los métodos algebraicos para resolver sistemas de ecuaciones: sustitución, igualación y gráfico.			
Los estudiantes son capaces de representar gráficamente cada ecuación de un sistema en un plano cartesiano utilizando un cuaderno de apuntes.			
Los estudiantes identifican que al utilizar el método gráfico de resolución la solución del sistema es el punto de intersección de las rectas.			
Los estudiantes son capaces de plantear sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas a partir de problemas reales.			
Existe servicio de Internet permanente en el establecimiento educativo.			
Los alumnos tienen conocimiento previo de la interfaz y funcionalidades básicas de la plataforma GeoGebra.			

<b>Guía de observación de conocimientos previos y recursos disponibles</b>			
<b>Fecha:</b> _____			
<b>Grado:</b> _____			
<b>Responsable:</b> _____			
<b>Indicadores</b>	<b>Sí</b>	<b>No</b>	<b>Observaciones</b>
Los alumnos tienen acceso a computadoras y/o laptops en el salón de clase.			
La sala de clases cuenta con un proyector.			
En la sala de clases existe pizarrón, marcadores y otros materiales.			
<b>Total:</b>			
<b>Responsable:</b>			

**Anexo 2. Guía de entrevista dirigida a los estudiantes de décimo año de EGB en la Unidad Educativa Cecibeb Lizardo García**

**Datos informativos:**

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

Responsable: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

En cada una de las siguientes interrogantes responda libremente según sea su percepción acerca de la efectividad del uso de GeoGebra como herramienta pedagógica en la resolución de sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas por el método gráfico con el uso de dicha plataforma.

1. Previo al uso de GeoGebra, ¿cómo describiría su nivel de comprensión sobre la resolución de sistemas de ecuaciones?

Muy bajo

Bajo

Moderado

Alto

Muy alto

2. ¿Considera usted que el uso de GeoGebra proporciona ventajas para la resolución gráfica de

sistemas de ecuaciones en comparación con hacerlo manualmente? Si su respuesta es afirmativa escriba las ventajas encontradas.

Sí

No

---

---

3. ¿Tuvo usted alguna dificultad al usar las herramientas de GeoGebra para graficar las ecuaciones? En caso de ser afirmativa su respuesta ¿Cuáles fueron esas dificultades?

Sí

No

---

---

—

4. En una escala del 1 al 5, ¿qué puntaje le daría usted a GeoGebra como herramienta para aprender a resolver sistemas de ecuaciones?

1 Muy limitada

2 Limitada

3 Regular

4 Buena

5 Muy buena

5. ¿En su opinión, considera usted que la plataforma GeoGebra fue útil para comprender las

ecuaciones lineales con dos incógnitas? En caso de que su respuesta sea afirmativa mencione ¿cuáles fueron los aspectos más útiles o interesantes de utilizar GeoGebra para comprender las funciones?

Sí

No

---

---

..

6. ¿Le pareció adecuada la forma en que su profesor de Matemáticas integró GeoGebra en la enseñanza de este tema? Explique su respuesta. ¿Por qué?

Sí

No

---

---

..

7. En una escala del 1 al 5 en qué nivel considera que comprendió la resolución gráfica de sistemas de ecuaciones con GeoGebra. Enliste los aspectos que comprendido mejor

1 Muy bajo

2 Bajo

3 Moderado

4 Alto

5 Muy Alto

---

---

—

8. ¿Considera que GeoGebra será útil para comprender futuros temas de Matemáticas? Se ser afirmativa su respuesta ¿Tiene alguna sugerencia para mejorar el uso de GeoGebra en futuros temas de Matemáticas?

Sí

No

---

---

—

### Anexo 3. Registro anecdótico

Registro Anecdótico	
<b>Datos informativos</b>	
Fecha:	
Materia:	
Tema:	
Docente responsable:	
<b>Descripción de la clase:</b> Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método gráfico con el uso de GeoGebra.	
Aspecto	Valoración del desempeño
Momentos principales de la clase:	
Actividades y ejercicios realizados:	
Uso de recursos didácticos y tecnológicos:	
Gestión del tiempo:	
Ejemplos resueltos por el docente en GeoGebra:	



<b>Registro Anecdótico</b>	
Dinámicas de la clase para uso de herramientas de GeoGebra:	
Desempeño de los estudiantes en las actividades:	
Participación y motivación de los estudiantes:	
Desempeño de los estudiantes con las herramientas de GeoGebra:	
Actividades y ejercicios propuestos a los alumnos:	
Consultas y preguntas de los alumnos:	
Dudas y dificultades presentadas por los estudiantes:	

**Registro Anecdótico**

Cierre de la clase y comentarios finales del docente:	
Logro del objetivo de la clase:	
Aspectos positivos a destacar:	
Aspectos a mejorar:	
Recomendaciones para próximas sesiones:	
<b>Aprobado por:</b>	_____ Lic. Olga Inguillay

#### Anexo 4. Lista de cotejos

Lista de cotejos								
Matriz de evaluación								
Fecha:								
Materia:								
Tema:								
Nombre del docente:								
<b>Objetivo:</b> Evaluar el desempeño de los estudiantes en la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico mediante el uso de GeoGebra.								
Aspectos de evaluación de la competencia de los estudiantes								
1. Uso de GeoGebra			2. Desempeño en actividades			3. Actitud frente al aprendizaje		
4. Pensamiento crítico			5. Resolución ágil			6. Visualización interactiva		
Escala de valoración individual del nivel de ejecución de los aspectos de la competencia								
Criterio de valoración de cada aspecto						Puntuación		
Cumple con todos los criterios						4		
Cumple la mayor parte de los criterios						3		
Cumple con algunos criterios						2		
Cumple con un solo criterio						1		
No cumple con ningún criterio						0		
Evaluación global								
Alumnos	Aspectos de la competencia						Global (sobre 24)	Juicio valorativo
	1	2	3	4	5	6		
1.	2	2	1	3	4	3	15	Muy buena ejecución
2.	4	4	4	3	4	3	22	Ejecución satisfactoria
3.	3	3	3	2	2	1	14	Buena ejecución
4.	4	4	3	2	3	4	20	Ejecución satisfactoria
5.	4	4	3	4	3	4	22	Ejecución satisfactoria
Escala de valoración global del nivel de ejecución de la competencia								

<b>Juicio valorativo</b>		<b>Nivel de logro</b>
Ejecución satisfactoria		20-24
Muy buena ejecución		15-19
Buena ejecución		10-14
Ejecución que requiere ayuda		5-9
Ejecución sin realizar		0-4
Responsable de la evaluación		
Firma		

### **Criterios a tener en cuenta en la valoración de los aspectos de la competencia**

#### **1. Uso de GeoGebra**

- Moviliza adecuadamente los controles deslizantes para modificar parámetros en la gráfica.
- Aplica comandos y herramientas de GeoGebra para graficar y resolver ecuaciones.
- Requiere apoyo constante, moderado o nulo del docente para usar GeoGebra.

#### **2. Desempeño en actividades**

- Resuelve ecuaciones combinando comandos algebraicos (igualación y sustitución) y representación gráfica.
- Verifica las soluciones de una ecuación en la gráfica correspondiente.
- Explica la relación entre la representación algebraica (igualación y sustitución) y gráfica de la ecuación.
- Plantea ecuaciones que se ajusten a ciertas condiciones gráficas dadas.

#### **3. Actitud frente al aprendizaje**

- Muestra interés y motivación durante la clase.
- Persiste frente a dificultades que se le presentan.
- Trabaja colaborativamente con sus compañeros.

#### **4. Pensamiento crítico**

- Evalúa críticamente el nivel de precisión de las soluciones gráficas obtenidas.
- Interpreta el significado de las soluciones infinitas, únicas y cuando no existen soluciones en los sistemas de ecuaciones lineales.
- Propone mejoras al procedimiento realizado para aumentar la exactitud del resultado.
- Analiza cómo modificar los parámetros afecta la solución del sistema.
- Discute las ventajas y limitaciones de la resolución gráfica en comparación con otros métodos.

### **5. Resolución ágil**

- Resuelve sistemas de ecuaciones de manera rápida manipulando los controles deslizantes en GeoGebra.
- Utiliza atajos y comandos en GeoGebra para graficar y resolver de forma eficiente.
- Requiere pocos intentos y pasos para llegar a la solución utilizando la representación gráfica interactiva.

### **6. Visualización interactiva**

- Manipula elementos gráficos en GeoGebra para comprender la relación entre forma, parámetros y solución.
- Aprovecha la retroalimentación visual inmediata de GeoGebra para ajustar su estrategia.
- Interactúa con las representaciones gráficas dinámicas para predecir el efecto de cambios en los parámetros.
- Utiliza recursos visuales de GeoGebra para explicar y sustentar su razonamiento.

### **EJERCICIOS PROPUESTOS**

Los ejercicios propuestos para la valoración mediante la presente listan de cotejos son:

$$\text{A. } \begin{cases} 3x + 2y = 16 & \text{Ecuación 1} \\ 2x + 5y = 18 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} 3x + 2y = 18 & \text{Ecuación 1} \\ 2x + 5y = 16 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} 3x + 2y = 16 & \text{Ecuación 1} \\ 5x + 2y = 18 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

**D.** Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 12 y

que la primera de ellas es el triple de la segunda.

E. En la nevera existen botellas de agua de 2L y de 3L. Si las 8 botellas que hay suponen un total de 19 L, ¿cuántas botellas se tienen de cada tamaño?

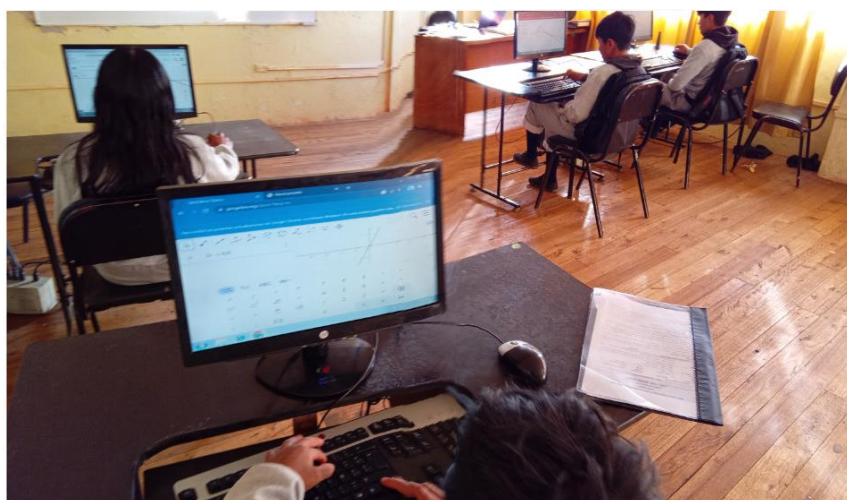
## Anexo 5. Evidencias de la aplicación de la propuesta

### Intervención educativa

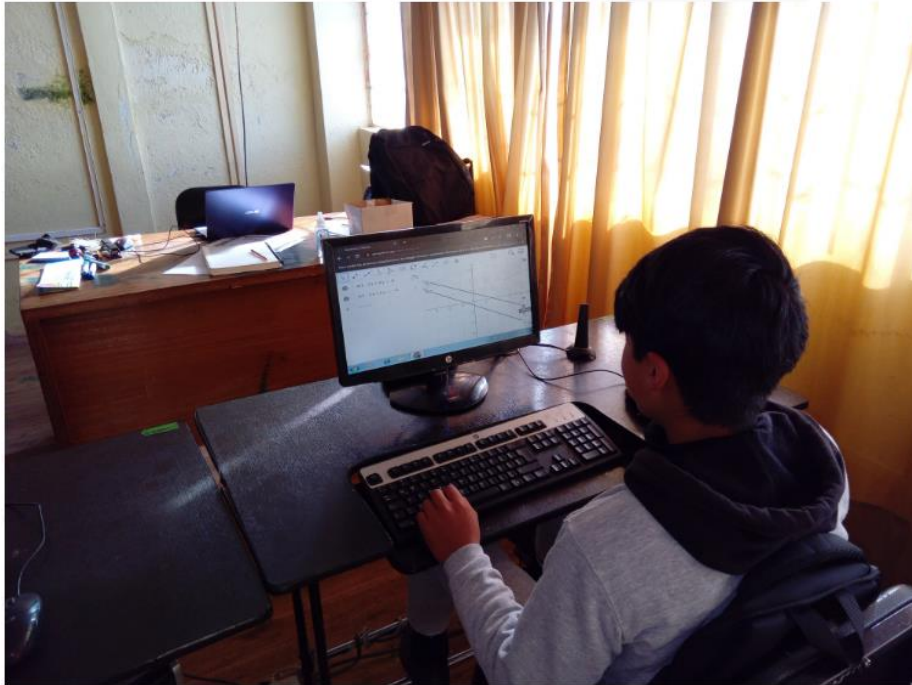
Panorámica del aula de clases durante el desarrollo de intervención educativa.



Visualización de la utilización de GeoGebra para la resolución del sistema de ecuaciones lineales por el método gráfico.



Estudiante utilizando GeoGebra



Visualización del punto de intersección que es la solución del sistema de ecuaciones.







## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Fredy Armando Orna Guaman con Ci 0604043406, autor/a del trabajo de titulación GeoGebra como herramienta pedagógica en la enseñanza de ecuaciones matemáticas en la Cecibeb “Lizardo García” 2022-2023, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Riobamba, 11 de noviembre de 2023



Fredy Armando Orna Guamán  
C.I: 0604043406



## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Fredy Armando Orna Guaman con CI 0604043406, en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación GeoGebra como herramienta pedagógica en la enseñanza de ecuaciones matemáticas en la Cecibeb “Lizardo García” 2022-2023, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNAE para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Riobamba, 11 de noviembre de 2023



---

Fredy Armando Orna Guamán  
C.I: 0604043406



## Certificación del Tutor

---

Yo, Lic. Juan Pablo Contreras Parra, Mg. con C.I: 0104068275, tutor/a del trabajo de titulación denominado "GeoGebra como herramienta pedagógica en la enseñanza de ecuaciones matemáticas en la Cecibeb Lizardo García 2022-2023" perteneciente al estudiante: Fredy Armando Orna Guamán, con C.I: 0604043406. Doy fe de haber guiado y aprobado el trabajo de titulación. También informo que el trabajo fue revisado con la herramienta de prevención de plagio donde reportó el 9% de coincidencia en fuentes de internet, apegándose a la normativa académica vigente de la Universidad.

Azogues, 19 de Octubre del 2023



---

Lic. Juan Pablo Contreras Parra, Mg.  
C.I: 0104068275