



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

MAESTRIA EN EDUCACIÓN

**DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA
“FUNCIÓN LINEAL”**

AUTORA:

Guachamín Sandoval Susana Beatriz - 1714080809

TUTOR/A:

Dra. Yuly Marsela Vanegas Muñoz

Título que otorga: Máster en Educación, con mención en:
Enseñanza de la Matemática.

Azogues, 24 de noviembre de 2018

RESUMEN

La enseñanza de la Matemática es por sí sola un reto para los educadores. El presente TFM busca motivar el estudio de la matemática en todos sus niveles, la unidad didáctica implementada correspondiente a la conceptualización y el manejo de la Función lineal, desarrollada mediante instrumentos con problemas de la vida diaria, prácticas en el laboratorio de informática usando las Tics como la herramienta ofimática Microsoft Excel y el software matemático Geogebra, que ayudan al alumno a generar un espíritu curioso y potenciar sus capacidades de abstracción.

Los alumnos a medida que se desarrollaban las sesiones, se fueron convirtiendo en entes más activos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, en la construcción del nuevo conocimiento. Esto pudo ser alcanzado gracias a una correcta introducción, conocimientos adquiridos en la maestría del profesorado.

PALABRAS CLAVES: FUNCIÓN / EXCEL / GEOGEBRA / MOTIVACIÓN

ABSTRACT

The teaching of Mathematics is, by itself, a challenge for educators. The present TFM seeks to motivate the study of mathematics in all its levels, the didactic unit implemented corresponding to the conceptualization and the handling of the linear Function, developed by means of instruments with problems of the daily life, practices in the computer laboratory using the Tics such as the Microsoft Excel office automation tool and the mathematical software Geogebra, which help the students generate a curious spirit and enhance their abstraction skills.

As the sessions were developed, the students became more active entities in the teaching-learning process, in the construction of new knowledge. This could be achieved thanks to a correct introduction, this knowledge consequently acquired in the teachers' mastery.

KEY WORDS: FUNCTION / EXCEL / GEOGEBRA / MOTIVATION

**** CERTIFIED TRANSLATION 20190429-02***

I certify that the above and foregoing is a true and correct translation of the original document in Spanish in my best capacity. Literal translation, any errors in grammar, punctuation or syntax were replicated; tildes removed to accommodate into English alphabet. Prof Alvaro Mariano Vanegas - Expert Translator. Judiciary System of Ecuador Certification number 1840221. c.c. 015146216-5. **Any physical alteration on stamped, signed document renders it invalid. 29 April 2019**


Prof. Alvaro Vanegas
Perito Traductor 1840221
Inglés - Español
Ecuador

Contenido

1. INTRODUCCIÓN	7
1.1. Intereses y contextualización de su labor docente	7
1.2. Estructura del dossier o memoria	8
2. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA IMPLEMENTADA.....	9
2.1. Presentación de objetivos	10
2.2. Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.	10
2.3. Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.....	11
2.4. Presentación de las actividades de evaluación formativa.	14
3. IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	15
3.1. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas... 35	
3.2. Resultados de aprendizaje de los alumnos.....	36
3.3. Descripción del tipo de interacción.....	36
3.4. Dificultades observadas.	37
4. VALORACIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN Y PAUTAS DE REDISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	38
4.1. Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora, siguiendo las pautas que cada especialidad ha proporcionado para guiar la práctica reflexiva.	41
5. REFLEXIONES FINALES	42
5.1. En relación con las asignaturas troncales de la maestría.....	42
5.2. En relación con las asignaturas de la especialidad.....	43
5.3. En relación con lo aprendido durante el TFM.....	43



5.4 AUTOEVALUACIÓN GENERAL DE LOS APRENDIZAJES ADQUIRIDOS	45
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	47
Bibliografía.....	47
7. ANEXOS.....	48



Javier Loyola, 24 de noviembre de 2018

Yo, Susana Beatriz Guachamín Sandoval, autor/a del Trabajo Final de Maestría, titulado: Diseño de la Unidad Didáctica "Función Lineal", estudiante de la Maestría en Educación, mención Enseñanza de la Matemática con número de identificación 1714080809, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Susana Beatriz Guachamín Sandoval

Firma: Susana Guachamín

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Intereses y contextualización de su labor docente

Inicié mi experiencia profesional como docente una vez que obtuve el título de Ingeniera Informática, dando clases de Matemática e Informática (los sábados) en el colegio “Segundo Torres”. Después tuve la oportunidad de trabajar de reemplazo por cinco meses en el colegio “Camilo Ponce Enríquez” dando clases de Informática y Redes de computadoras a los estudiantes del bachillerato Especialidad Informática. Posteriormente ingresé a trabajar dos años lectivos en el colegio “Hipatia Cárdenas de Bustamante” donde impartí la materia de Computación a los cursos de noveno y décimo; mientras que, a tercero de bachillerato, la asignatura de contabilidad computarizada para lo cual tuve que realizar una capacitación en el SECAP tomando el curso respectivo.

Luego trabajé dos años en la unidad educativa “Mushuc Pacari” (Nuevo Amanecer), dando clases de Computación, institución que está ubicada en San Miguel sector Calderón, en esta institución tuve la oportunidad de trabajar con niños pequeños lo cual fue una agradable experiencia, también aprendí lo básico del idioma Kichwa ya que el Ministerio de Educación otorgó un curso de Kichwa a los docentes que trabajan en las instituciones bilingües. Con el concurso “Quiero ser maestro” del Ministerio de Educación del Ecuador de la anterior administración, obtuve hace tres años mi nombramiento siendo ganadora en el concurso “Quiero ser Maestro I”, actualmente trabajo en la Escuela “Federico González Suárez”, ubicada en Quito, sector Carcelén, donde imparto la materia de Matemática a los cursos octavo a décimo año de Educación Básica.

1.2. Estructura del dossier o memoria

El presente Dossier hace referencia al Trabajo Final de Máster (TFM) que pretende evidenciar los conocimientos, aptitudes y actitudes que se ha desarrollado como resultado sobre lo aprendido a lo largo de una etapa de estudiante de maestría en la formación del profesorado de la Educación Secundaria en Ecuador juntamente con los procedimientos que se han desarrollado dentro y fuera de las aulas de clase con los alumnos en las respectivas instituciones educativas.

La estructura de la presente memoria se la ha realizado conforme al esquema propuesto por la comisión del TFM de la Universitat de Barcelona, Universidad Nacional de Educación y Ministerio de Educación. Es así que se cuenta con 6 secciones las cuales se describen brevemente a continuación:

- En la Sección 1, se realiza una presentación del docente y una descripción de la estructura del TFM.
- En la Sección 2, se efectúa una presentación de la Unidad Didáctica implementada.
- En la Sección 3, se dispone la implementación de la Unidad Didáctica aplicada a los estudiantes de 10mo año, paralelos A y B, de la Escuela Federico González Suarez.
- En la Sección 4, se detalla la valoración de la implementación y las pautas de rediseño de la Unidad Didáctica.
- En la Sección 5, se realiza una serie de reflexiones finales correspondientes tanto a las asignaturas troncales de la maestría y de la especialidad, así como también a lo aprendido durante el TFM.
- En la Sección 6, se enlista las diferentes Referencias Bibliográficas utilizadas para el desarrollo del TFM.
- Por último, en la Sección 6 constan los Anexos como evidencia del trabajo realizado.

2. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA IMPLEMENTADA

La unidad didáctica implementada correspondiente a la conceptualización y el manejo de la “Función lineal”, la cual será realizada con la ayuda de los estudiantes de décimo año de educación general básica, de la Escuela Federico González Suárez, quienes forman parte de mi alumnado actual y que figuran como una población idónea para tal implementación.

El proceso de implementación parte de una estructura conceptual acorde a la Unidad Didáctica propuesta y además contempla la realización de ejemplos y problemas prácticos donde se relacionan la capacidad matemática desarrollada por los estudiantes a lo largo de su carrera estudiantil junto con los nuevos conocimientos adquiridos por medio de la implementación de la unidad didáctica. Adicionalmente, se relaciona aspectos matemáticos con diversas áreas como parte de las aplicaciones que involucra el estudio de las funciones lineales enmarcadas en nociones y escenarios comprensibles para el estudiante, que ayuden a potenciar sus capacidades de abstracción.

Todas las actividades antes mencionadas se las realizan dentro de los esquemas propuestos por la Universitat de Barcelona, la Universidad Nacional de Educación y el Ministerio de Educación, como parte de la maestría de formación del profesorado de la Educación Media en Ecuador, pretendiendo captar y aplicar la mayor parte de conocimientos adquiridos por los docentes de la Universitat de Barcelona.

Finalmente, se utiliza el material didáctico disponible en la Escuela Federico González Suárez que se determinen pertinentes a la implementación de la Unidad Didáctica “Función Lineal”.

2.1. Presentación de objetivos

- Proponer un marco conceptual previo, acorde a las necesidades y características de los estudiantes de décimo año de la Escuela Federico González Suárez.
- Diseñar instrumentos que faciliten la comprensión de los conceptos y propiedades de la función lineal.
- Conducir al estudiante en la correcta utilización de los métodos para la generación de gráficas que representen a la función lineal.
- Plantear y resolver problemas de la vida diaria por medio de la utilización de funciones lineales.
- Fortalecer la comprensión de las propiedades de las funciones lineales y enlistar otras adicionales con el fin de describir la mayor parte de las características de estas funciones.
- Gestionar el uso de herramientas Informáticas aplicadas a la generación de gráficos de funciones lineales.
- Presentar videos de apoyo para mejorar la comprensión de los conceptos adquiridos por medio de esta Unidad Didáctica.

2.2. Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.

El Ministerio de Educación (2016, p. 4) sostiene que un currículo es la expresión de un plan educativo elaborado por los integrantes de un país con el fin de promover el desarrollo académico de sus miembros. Además, menciona que

Un currículo sólido, bien fundamentado, técnico, coherente y ajustado a las necesidades de aprendizaje de la sociedad de referencia, junto con recursos que aseguren las condiciones mínimas necesarias para el mantenimiento de la continuidad y la coherencia en la concreción de las intenciones educativas garantizan procesos de enseñanza y aprendizaje de calidad (p. 4).

Se presenta a continuación la Unidad Didáctica oficial del Ministerio de Educación del año 2016, el cual se ha venido utilizando hasta los años lectivos actuales.

UNIDAD DIDÁCTICA: BLOQUE DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES (Ministerio de Educación, 2016)

Funciones lineales

1. Concepto de función
 - 1.1. Dominio y recorrido de una función
 - 1.2. Representación gráfica de una función
2. Monotonía: funciones crecientes y funciones decrecientes
 - 2.1. Tasa de variación
 - 2.2. Crecimiento y decrecimiento
3. Funciones simétricas
 - 3.1. Simetría con respecto al eje de ordenadas. Funciones pares
 - 3.2. Simetría con respecto al origen. Funciones impares
4. Funciones lineal y afín
 - 4.1. Función lineal
 - 4.2. Función afín
 - 4.3. Gráfica de una función afín
5. Pendiente de una recta
6. Ecuación de la recta
 - 6.1. Ecuación de la recta conociendo la pendiente y un punto
 - 6.2. Ecuación de la recta conociendo dos puntos

2.3. Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.

Los currículos, sus objetivos y destrezas con criterios de desempeño deben estar encaminados hacia el aprendizaje y el desarrollo del individuo como ser humano y como ser social. La formación integral del estudiante no puede lograrse solo a través del impulso de sus destrezas de pensamiento; es necesario un balance entre la capacidad de razonar y la de valorar. El currículo de Matemática fomenta los valores éticos, de dignidad y solidaridad, y el fortalecimiento de una conciencia sociocultural que complemente las capacidades de un buen analista o un buen pensador.

Durante el desarrollo de las actividades de enseñanza aprendizaje es importante tener en cuenta que la institución a la cual pertenece debe aportar con material que guie la correcta realización de dichas actividades, por lo a continuación se tiene la Misión y Visión de la Escuela “Federico González Suarez”:

VISIÓN

La Escuela de Educación General Básica “Federico González Suárez”, en cinco años seremos una Institución con infraestructura funcional y adecuada donde las Autoridades, Docentes y Estudiantes, seamos artífices de cambio y de continuo mejoramiento profesional para el plantel y la comunidad educativa. Garantizando la calidad del aprendizaje de los estudiantes en los ejes: científico, técnico, humano y social; cultivando las relaciones humanas, basadas en el respeto. Y que se solidaricen en la defensa de la vida y la naturaleza.

MISIÓN

La Escuela de Educación General Básica “Federico González Suárez” somos una institución creada para el servicio de la Instrucción y Educación de los/as niños/as y adolescentes del sector, que forma de manera holística a los estudiantes en el campo ético, científico y creativo, basado en el modelo socio constructivista y la pedagogía crítica, la misma que está orientada para la formación de ciudadanos que practiquen valores que les permita interactuar con respeto, honestidad, responsabilidad y solidaridad aplicando los principios del Buen Vivir. El mismo que será evaluado de manera continua, permanente, científica y cualitativa.

IDEARIO

- Nuestra institución educativa tiene como objetivo elevar la calidad de la educación, promoviendo de manera eficaz la participación de todos los miembros de la Comunidad Educativa.

- El/la Docente de la Escuela Federico González Suárez se caracteriza por ser: reflexivo, crítico, creativo, investigador, teórico – práctico, innovador, mediador del aprendizaje, formador de personalidades, con disposición al trabajo en equipo, con predisposición al cambio.
- En nuestra Institución el/la estudiante será: elemento activo, reflexivo y participativo en la construcción del nuevo aprendizaje.
- La escuela formará estudiantes con excelencia académica, motivados a la investigación participativa, con una sólida formación humana; docentes actualizados científicamente con capacidad de liderazgo moral.
- La Institución brindará una educación de calidad, basada en la eficacia del interaprendizaje para alcanzar el desarrollo integral del estudiante comprometido con el cambio personal y social.
- Buscamos crear un ambiente de equidad de género, respetando la interculturalidad, proponiendo la solidaridad entre todos los miembros de la Comunidad Educativa, permitiendo de esta manera la práctica del “Buen Vivir”.
- Participaremos en una educación basada en el respeto a la naturaleza, integrando actividades como el reciclaje. Haciendo eco en la frase “La Tierra es nuestra casa grande”.
- Integramos en el quehacer educativo la inclusión, respetando los derechos de los y las estudiantes sin ningún tipo de discriminación.
- La Comunidad Educativa participa activamente empoderándose de la realidad institucional siendo entes responsables, comprometidos, organizados para consolidar vínculos del buen vivir al servicio de la sociedad.
- En la Institución Federico González Suárez se fomentará los valores de respeto, solidaridad, compañerismo, tolerancia y responsabilidad.

2.4. Presentación de las actividades de evaluación formativa.

Las actividades de la Unidad Didáctica “Función lineal”, han sido detalladas en las 9 sesiones, las cuales pretenden brindar al estudiante de décimo año de EGB los requisitos y prerrequisitos necesarios para comprender adecuadamente los temas abordados y los temas subsiguientes.

- **SISTEMA DE EVALUACIÓN**

- ✓ **Cognitivo:** El indicador de logro cognitivo es la valoración del saber, según (Díaz, 2008) menciona que los indicadores de logro cognitivo “son los aprendizajes esperados en los estudiantes desde el punto de vista cognitivo, representa el saber a alcanzar por parte de los estudiantes, los conocimientos que deben asimilar, su pensar, todo lo que deben conocer” (p. 33).
- ✓ **Procedimental:** Representa todo lo que debe saber hacer del estudiante. Esto implica a las habilidades y destrezas de los estudiantes, según (Muñoz, 2008) expresa que “representa las habilidades que deben alcanzar los estudiantes, lo manipulativo, lo práctico, la actividad ejecutora del estudiante, lo conductual o comportamental, su actuar, todo lo que deben saber hacer” (p. 18).
- ✓ **Actitudinal:** Los logros actitudinales son los valores morales y ciudadanos del estudiante. Corresponde a la capacidad de sentir y convivir, según (Morris, 2008) los logros actitudinales “están representados por los valores morales y ciudadanos, el ser del estudiante, su capacidad de sentir, de convivir, es el componente afectivo - motivacional de su personalidad” (p. 54).

- **CRITERIOS DE EVALUACIÓN**

- ✓ Criterio de desempeño individual y grupal, dentro y fuera del aula.
- ✓ Criterio de desempeño de trabajos de consulta y de investigación.
- ✓ Criterio de desempeño en exposiciones orales.
- ✓ Criterio de desempeño en material de apoyo.
- ✓ Criterio de desempeño de destrezas en el laboratorio.

- **CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

EVALUACION FORMATIVA

- ✓ Trabajos académicos independientes (Tareas)
- ✓ Actividades individuales en clase (Actuación, participación en clase)
- ✓ Actividades grupales en clase (Trabajo de grupo)
- ✓ Lecciones.

EVALUACIÓN SUMATIVA (Prueba escrita)

3. IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

SESIÓN 1

TEMA: Definición de función y sus elementos

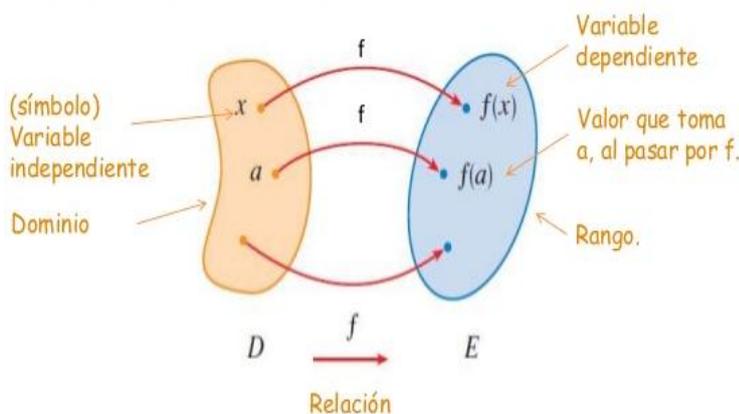
TIEMPO: 80 minutos

En esta sesión se procederá a impartir a los alumnos el concepto de función, así como también las notaciones más utilizadas. Se debe tomar en cuenta que el estudiante debe estar familiarizado con nociones de conjuntos y operaciones entre conjuntos (unión, intersección, producto cruz, etc.). Partimos entonces con una pequeña contextualización de la idea de función partiendo de una pregunta elemental: ¿Si en la clase de matemática te hablan de función con qué palabras asociarías este concepto?

(Pollio, 2016). Esta actividad pretende hacer ver con qué imagen conceptual identifican los estudiantes el concepto cuyo nombre es “función”.

Luego de realizar esta pequeña actividad, hay que tomar en cuenta que la construcción de un concepto matemático generalmente exige la introducción previa de otros conceptos que sólo entran en juego para preparar el camino de ese concepto final; es así que no se puede considerar en forma aislada ningún concepto atado a la definición de función (Porras, 2011) y se explica los elementos que formarán parte de la definición de este nuevo concepto denominado como función; el cual se presenta a continuación:

Sean D y E dos conjuntos. Se llama **función** entre D y E a cualquier relación que en esta ocasión notamos por f establecida entre los elementos de los conjuntos D y E de tal modo que a cada elemento de D le corresponde un único elemento de E .



Mediante la Figura, se procederá a explicar los elementos que conforman la definición de función los cuales son: Dominio, Rango, Variables independientes y variables dependientes, etc., con el objetivo de crear la noción mental completa de función en

los estudiantes de 10mo año. Luego, se propone ejemplos que cimenten los nuevos conceptos adquiridos por los estudiantes:

Ejemplo de aplicación de las funciones:

Se sabe que en una cuenta de electricidad figura el siguiente detalle:

Arriendo de equipos:	\$	2,15
Cargo fijo:	\$	5,00
Energía base 150 KWH:	\$	37,50
Total:	\$	44,65

El “arriendo de equipos” y el “cargo fijo” suman \$7,15 y la “Energía base” se cobra de acuerdo con el consumo de los KWH (kilowatts-hora). Como cada KWH tiene un costo de 25 ctvs., para calcular el valor de la cuenta total, se debe sumar un cargo fijo de \$2,15 más \$0.25 por cada KWH de consumo. En términos generales, la cuenta $C(k)$, donde k es el número de KWH de consumo, está dada por la expresión:

$$C(k) = 0.25 \cdot k + 7,15$$

Esta expresión depende del resultado de la cantidad “ k ” (de KWH de consumo), por lo que k es una variable independiente porque k puede tomar cualquier valor (positivo) y $C(k)$ es la variable dependiente, pues está ligada al valor de k .

Luego se propone a los estudiantes que se identifiquen los elementos descritos en la Figura 1, a partir del siguiente ejemplo:

Calcular el área de una circunferencia de radio R .

- ✓ Conjuntos D y E .
- ✓ La función.
- ✓ Las variables dependientes e independientes.

Finalmente, se formaliza las definiciones como:

El **Dominio** es aquel conjunto del cual se toman valores arbitrariamente para aplicar una función f , es decir, es el conjunto de las *variables independientes*. Se representa por $dom(f)$.

El **Rango** o **Recorrido** es aquel conjunto que reúne a las *variables dependientes*. Se lo representa por $ran(f)$ o $rec(f)$.

Como una actividad adicional, a todos los estudiantes se les realiza las siguientes preguntas:

- a) Explique la siguiente frase: “...*que a cada elemento de D le corresponde un único elemento de E* ” haciendo uso de los nuevos conceptos y ejemplos utilizados en clase.
- b) Calcule $C(k)$, para $k = 10, k = 20, k = 40, k = 55$.

SESIÓN 2

TEMA: Representación gráfica de las funciones

TIEMPO: 80 minutos

La segunda sesión pretende brindar una idea concisa del concepto de función a los estudiantes, por medio de la utilización de entornos gráficos, tanto manuales como electrónicos, los cuales aportaran enormemente al cumplimiento de los objetivos de la presente unidad didáctica, así como también al desarrollo cognitivos de los estudiantes, apoyando a la experiencia docente y a los conocimientos adquiridos en la maestría. Es por ello que resulta interesante mencionar lo expuesto en el Libro de Matemática del Ministerio de Educación (2016) referente a este apartado: “Las funciones y sus gráficas permiten comunicar información de modo preciso y sencillo; constituyen importantes herramientas mediante las cuales es posible modelar e interpretar diversas situaciones de la ciencia, la medicina y la ingeniería, entre otras áreas del conocimiento” (p. 44).

A partir de esta pequeña orientación esquemática de la importancia de las gráficas de las funciones se presenta inmediatamente, en formato definición, la siguiente noción conceptual:

La **representación gráfica** de una función $y = f(x)$ en el plano cartesiano consta de todos los puntos cuyas coordenadas se expresan mediante parejas ordenadas de la forma (x, y) , que pertenecen a dicha función.

Los estudiantes están en capacidad de comprender la noción de gráfica de una función, pues su definición dispone de conceptos como: función, plano cartesiano,

coordenadas, parejas ordenadas que han sido tratados previamente con los estudiantes (en el presente año lectivo o en anteriores). Por lo que resulta importante aportar con herramientas útiles que faciliten completamente la gráfica de funciones es así como se propone la siguiente estructura conceptual:

Una **tabla de valores** es una estructura ordenada de los valores de la función $y=f(x)$ que facilita la comprensión y ordenamiento de los puntos y/o parejas ordenadas a graficar en un plano cartesiano. Puede tener la forma:

x	$y = f(x)$	(x, y)
a	$f(a)$	$(a, f(a))$
b	$f(b)$	$(b, f(b))$
\vdots	\vdots	\vdots

A partir de los recursos previamente definidos se le propone al estudiante las siguientes actividades:

a) Generar una tabla de valores para las siguientes funciones:

- $y = x$
- $f(x) = |x|$
- $y = x^2$
- $y = 1$

b) Graficar las funciones anteriores.

Las herramientas orientadas a los estudiantes de matemática dentro del aula permiten diferenciar criterios de clasificación de los materiales utilizados para gestionar correctamente los recursos disponibles, Flores, et al. (2011) mencionan que:

Entre los criterios para clasificar los materiales y recursos que pueden interesar al profesor conviene destacar las intenciones educativas, el contenido matemático que

permiten trabajar, las cualidades educativas que tengan, o su interés para que estén en el departamento de Matemáticas del centro de enseñanza (p. 46).

Es por ello por lo que, de acuerdo con una clasificación encontrada en Flores, et al. (2011), se observa que se utilizan materiales de soporte informáticos, material plástico y papel para el desarrollo de las actividades de gráficas de funciones.

Como parte final de esta sesión se pide a los alumnos realizar las respectivas gráficas de las funciones antes mencionadas a mano en papelotes blancos o cuadriculados con el fin de potenciar los conocimientos adquiridos en esta sesión y fortalecer los prerrequisitos necesarios para la siguiente sesión.

SESIÓN 3

TEMA: Monotonía: funciones crecientes y decrecientes

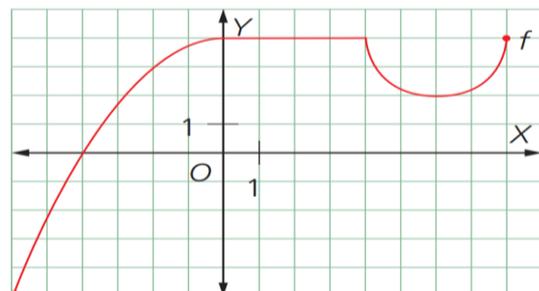
TIEMPO: 80 minutos

La tercera sesión tiene por objetivo diferenciar cierto tipo de funciones que cumplen con características muy particulares. A partir de estas observaciones definimos una gama de conceptos que caracterizan a estas funciones y ayudan a identificarlas en un futuro.

Partiendo de la siguiente Figura, se le pregunta al alumno cuales son las características de la siguiente función, más precisamente, se realiza la siguiente pregunta: ¿La siguiente función tiene conducta de crecimiento (\nearrow), decrecimiento (\searrow) o un comportamiento constante (\rightarrow)? y si es así identificar los intervalos en los que esto sucede.

En la gráfica de la función, se observa que:

- f es creciente en los intervalos $[-6, 0]$ y $[6, 8]$, pues los valores de y crecen



en estos intervalos.

- f es decreciente en $[4, 6]$, ya que los valores de y decrecen en este intervalo.
- f es constante en el intervalo $[0, 4]$, pues los valores de y son todos iguales en ese intervalo.

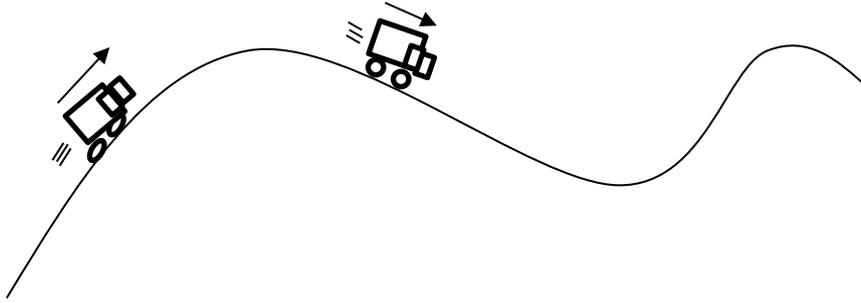
A partir de una pequeña orientación gráfica se procede a realizar una definición más formal correspondiente a la idea de funciones crecientes y decrecientes, aclarando en primer lugar que “una función monótona es una función entre conjuntos ordenados que conserva o invierte el orden dado. Este concepto surgió por primera vez en el cálculo y luego se generalizó al contexto más abstracto de la teoría del orden” (Wikipedia, 2018). Como se puede ver, la noción de función monótona es más complicado y abstracto razón por la cual, se definen funciones (monótonas) crecientes y decrecientes:

Una función f es **creciente** en un intervalo I cuando, para todo $a \in I$ y $b \in I$ con $a < b$, se cumple que $f(a) < f(b)$.

Una función f es **decreciente** en un intervalo I cuando, para todo $a \in I$ y $b \in I$ con $a < b$, se cumple que $f(a) > f(b)$.

La definición anterior obedece al hecho de crecimiento y decrecimiento de una función y como se vio en la gráfica de la función anterior, una función puede ser creciente y decreciente a la vez. Apoyados por la siguiente gráfica y en un pequeño ejercicio mental, procedemos a explicar nuevamente la idea de creciente y decreciente:

Imaginarse una carretera con subidas y bajadas, si esta carretera pudiese ser representada por medio de una función, la parte decreciente de esta función sería cuando se un conductor encuentre una subida en la carretera y la parte decreciente de esta función sería cuando el conductor se encuentre una bajada en la carretera.



En base a esta pequeña actividad, se le indica al estudiante a caracterizar a aquellas funciones que son sólo crecientes como estrictamente crecientes y a aquellas que son solamente decrecientes como estrictamente decrecientes.

A partir de los recursos previamente definidos se le propone al estudiante las siguientes actividades:

- a) Realizar un organizador gráfico que resuma los aspectos más importantes de las funciones crecientes y decrecientes.
- b) Clasificar las siguientes funciones en estrictamente crecientes, estrictamente decrecientes, ambas o constantes.

- $y = x^2$
- $f(x) = x + 2$
- $y = x^3$
- $y = 1$
- $f(x) = -x + 1$
- $y = 5x - 1$

- c) Graficar las funciones estrictamente crecientes.

Como parte final de esta sesión se solicita a los alumnos realizar las respectivas gráficas de las funciones antes mencionadas a mano haciendo uso de una tabla de valores y de manera digital haciendo uso del software GeoGebra 5.0.

SESIÓN 4

TEMAS: Tasa de variación. Crecimiento y decrecimiento.

TIEMPO: 40 minutos

La sesión número cuatro tiene por objetivo brindar una forma alterna de diferenciar a las funciones crecientes y decrecientes en un intervalo por medio de las siguientes definiciones:

La tasa de variación de una función f , al pasar de un punto a a un punto b , está dada por la expresión:

$$TV[a, b] = f(b) - f(a)$$

Partiendo de la definición anterior se reformula la definición de función creciente y decreciente de la siguiente manera:

Una función es **creciente** en un intervalo si para todo par de valores a y b en el intervalo con $a < b$ su **tasa de variación es positiva**, $TV > 0$.

Una función es **decreciente** en un intervalo si para todo par de valores a y b en el intervalo con $a < b$ su **tasa de variación es negativa**, $TV < 0$.

Se propone entonces un ejemplo que ejemplifique la utilización de la Tasa de variación en la determinación de funciones crecientes y decrecientes.

Ejemplo:

En la función $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$, cuando el valor de x pasa de 1 a 2, la tasa de variación está dada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} TV[1,2] &= f(2) - f(1) \\ &= 2(2)^3 - 9(2)^2 + 12(2) - 3 - (2(1)^3 - 9(1)^2 + 12(1) - 3) \\ &= 16 - 36 + 24 - 3 - (2 - 9 + 12 - 3) \\ &= 1 - 2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la tasa de variación de la función f en el intervalo $[1,2]$ es -1 . Haciendo uso de la definición dada se puede concluir que $TV[1,2] = -1 < 0$, y que la función es decreciente en el intervalo $[1,2]$.

Ahora, se propone a los estudiantes un ejercicio de clasificación funciones, por medio de su Tasa de variación en crecientes y decrecientes en los intervalos dados:

- a) $f(x) = 2x^2$ en los intervalos $[-3,0]$; $[2,3]$
- b) $g(x) = -9x^2 + 7x - 5$ en los intervalos $[2,4]$; $[-3,0]$
- c) $h(x) = 7$ en el intervalo $[8,15]$.

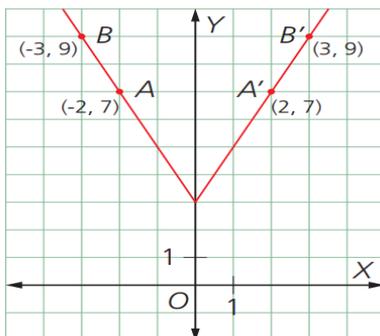
Para finalizar esta sesión se formula la siguiente pregunta a los estudiantes: ¿qué sucede cuando la tasa de variación es igual a cero?

SESIÓN 5

TEMA: Funciones simétricas: Funciones pares y funciones impares

TIEMPO: 80 minutos

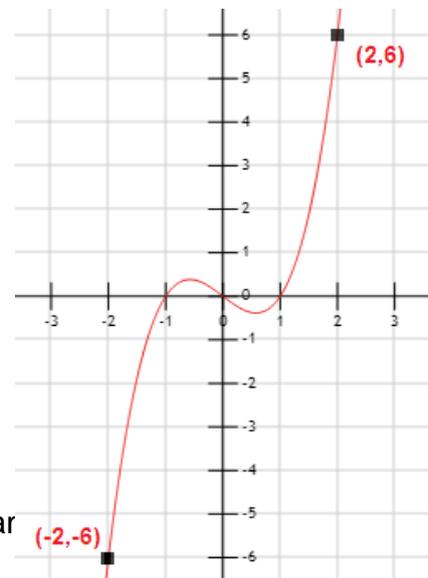
$$g(x) = |2x| + 3$$



ordenadas.

De igual manera tomando la función $g(x) = x^3 - x$, se ve que $g(2) = -g(-2)$, por lo que los puntos $B(2,6)$ y $B'(-2,-6)$ son simétricos con respecto al origen.

La sesión 5 tiene por objetivo dar a conocer al estudiante dos tipos de funciones con características interesantes, atadas a un concepto matemático conocido como simetría, el cual indica igualdad, equilibrio, correspondencia, etc. Por ejemplo, tomando en cuenta la función $f(x) = |2x| + 3$, se tiene que $f(-2) = f(2)$, luego, los puntos $A(-2, 7)$ y $A'(2, 7)$ son simétricos con respecto al eje de



A partir de estos pequeños ejemplos se pone a disposición del alumnado las siguientes definiciones que caracteriza a las funciones que cumplen con las cualidades de ser simétricas con respecto al eje de las ordenadas o con respecto al origen, llegando a determinar las funciones pares e impares:

Una función f es **simétrica con respecto al eje de ordenadas** si para cualquier punto x de su dominio se cumple que $f(x) = f(-x)$, es decir, si los puntos $P(x, y)$ y $P'(-x, y)$ son simétricos con respecto al eje de ordenadas. A las funciones con este tipo de simetría se les llama **funciones pares**.

Una función f es **simétrica con respecto al origen** si para cualquier punto x de su dominio se cumple que $f(x) = -f(-x)$, es decir, si los puntos $P(x, y)$ y $P'(-x, -y)$ son simétricos con respecto al origen. A las funciones con este tipo de simetría se les llama **funciones pares**.

Hay que tomar en consideración que, si una función es simétrica con respecto al eje de las ordenadas o con respecto al origen, es suficiente construir su gráfica en los puntos en donde $x > 0$. Por simetría, puede dibujarse el resto de la gráfica (Matemática 10° Año - Texto del Estudiante, 2016). Ahora, se propone a los estudiantes un ejercicio de clasificación funciones, en función de sus características de “paridad” (función par o impar), en forma gráfica:



 <input checked="" type="checkbox"/> Función par <input type="checkbox"/> Función impar <input type="checkbox"/> Ninguna de las anteriores	 <input type="checkbox"/> Función par <input checked="" type="checkbox"/> Función impar <input type="checkbox"/> Ninguna de las anteriores
 <input type="checkbox"/> Función par <input type="checkbox"/> Función impar <input checked="" type="checkbox"/> Ninguna de las anteriores	 <input type="checkbox"/> Función par <input checked="" type="checkbox"/> Función impar <input type="checkbox"/> Ninguna de las anteriores
 <input checked="" type="checkbox"/> Función par <input type="checkbox"/> Función impar <input type="checkbox"/> Ninguna de las anteriores	

Posteriormente se indica a los estudiantes que deben determinar cuáles de las siguientes funciones son pares y cuáles son impares:

- $f(x) = \frac{x^3}{x^3+3}$
- $g(x) = x^3 - 4x$
- $h(x) = x^2 + 4$
- $i(x) = |x - 1|$
- $p(x) = \frac{x^4-2}{3-x^2}$

Para finalizar esta sesión se formula la siguiente pregunta a los estudiantes:
¿existen funciones que son pares e impares a la vez?

SESIÓN 6

TEMA: Función lineal y afín

TIEMPO: 80 minutos

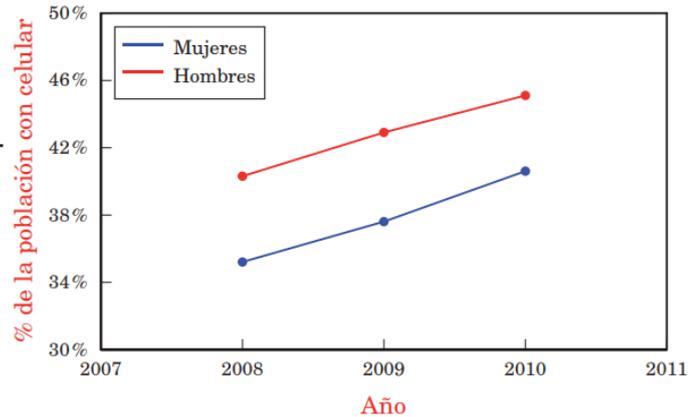
El propósito de la sesión número 6 es definir a la función lineal como tal y describir algunas de sus características. De igual manera, se pretende identificar una función afín. Luego, se procede a representar gráficamente estas funciones.

Partiendo de un ejemplo de la vida cotidiana, se planteará la idea de función lineal en el bagaje conceptual del estudiante, quien está preparado para abordar este tema con toda la seguridad y podrá diferenciar adecuadamente las características existentes en este tipo de funciones.

Ejemplo (Ministerio de Educación, 2013):

Todos los días leemos, en los medios de comunicación, información basada en datos recopilados de fuentes estadísticas. En el Ecuador, el organismo encargado de recopilar datos es el Instituto Ecuatoriano de Estadística y Censos, INEC. En el año 2011, el INEC publicó información sobre el uso de la tecnología para la comunicación (celulares, Internet, etc.) por parte de los diversos sectores de la sociedad ecuatoriana. En este informe, aparece el porcentaje (clasificado por sexo) de personas que han usado celular en Ecuador, durante los años 2008, 2009 y 2010. En el cuadro siguiente, se presentan las cifras para los tres años mencionados:

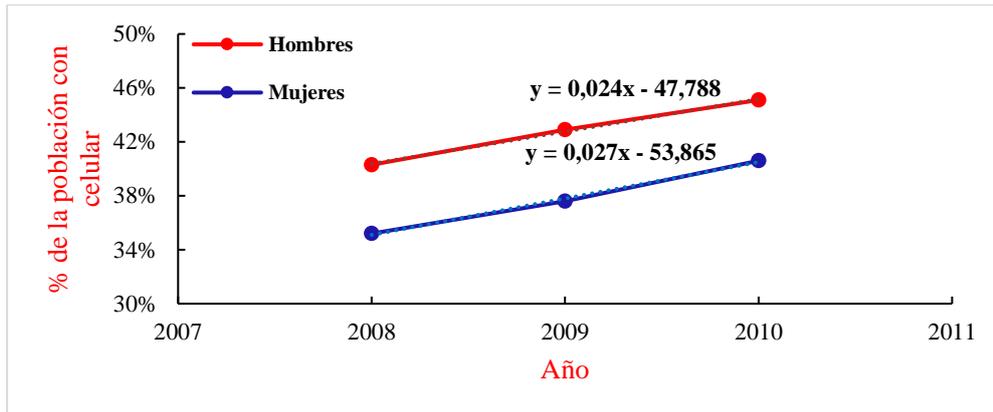
Año	Hombres	Mujeres
2008	40,3 %	35,2 %
2009	42,9 %	37,6 %
2010	45,1 %	40,6 %



Los datos de la anterior tabla se presentan en la gráfica y representan el comportamiento de la población de hombres y mujeres respecto a la utilización de celular. Como se puede ver este comportamiento es creciente y se presenta una tendencia lineal.

Muchos de los fenómenos de la vida cotidiana, fenómenos físicos, científicos pueden modelarse mediante funciones lineales cuya expresión algebraica es de primer grado con una incógnita.

Se presenta a continuación un gráfico que representa la tendencia lineal que se había mencionado previamente y se observa que los datos pueden “ajustarse” a una función que tiene la forma $y = k \cdot x + d$, donde para mujeres y hombres los valores de k y d son diferentes y eso es por que los datos de los cuales proviene las graficas son diferentes. La ayuda de herramientas ofimáticas puede ayudar a comprender mejor estos conceptos, en nuestro caso se hizo uso de Excel.



Luego de comprender adecuadamente el ejemplo anterior se procede a la definición formal de una función lineal y una función afín y sus características. Luego, se propondrá a los estudiantes a discutir sobre las definiciones dadas y determinar las diferencias y semejanzas entre estos dos tipos de funciones y posteriormente se generan las gráficas por medio de herramientas manuales (papel y lápiz) y tecnológicos (Microsoft Excel).

Una **función lineal** es aquella cuya expresión algebraica posee la siguiente forma $f(x) = mx$, siendo m un número real diferente de 0.

Características de la función lineal:

- Su gráfica es una **línea recta** que pasa por el origen, es decir, por el punto $(0, 0)$.
- El valor de m se llama **constante de proporcionalidad**. Si $m > 0$, la función es creciente y si $m < 0$, la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto \mathbb{R} .
- Es una función “continua”, es decir, no presenta saltos ni interrupciones en todo su dominio.

Una **función afín** es aquella cuya expresión algebraica posee la siguiente forma $f(x) = mx + b$, siendo m y b números reales distintos de 0.

Características de la función afín:

- Su gráfica es una **línea recta** que pasa por el origen, es decir, por el punto $(0, b)$. Este se denomina **punto de corte** con el eje de las ordenadas.
- El número m se llama **constante de proporcionalidad**. Si $m > 0$, la función es creciente y si $m < 0$, la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto \mathbb{R} .
- Es una función “continua”, es decir, no presenta saltos ni interrupciones en todo su dominio.

Para finalizar esta sesión se formula las siguientes preguntas a los alumnos: ¿la función lineal es par o impar?, ¿la función afín es par o impar?

SESIÓN 7

TEMA: Pendiente de una recta

TIEMPO: 80 minutos

La sesión número ocho tiene como objetivo comprender el concepto de pendiente de una recta y relacionarlo con los recursos adquiridos a lo largo de la Unidad Didáctica relacionada a la Función lineal. Para ello es importante contar con un ejemplo inicial el cual permita deslumbrar la idea de pendiente.

La siguiente tabla muestra el número de latidos del corazón de una persona sana mientras hace actividad física en un intervalo de 30 segundos. Se procura calcular la variación de la cantidad máxima de latidos cada 10 años.

Edad en años x	Número máximo de latidos y
20	100
30	95
40	90

Se observa que el número de latidos del corazón disminuye a medida que aumenta la edad, pero también se infiere que el cambio sobre el número de latidos del corazón es constante. Este valor indica el cambio de una variable por unidad de cambio de la otra y es llamado tasa de cambio. Gráficamente, en el plano cartesiano, correspondería a la pendiente de la recta que modela la situación.

En general, en una función lineal $y = f(x)$, la razón de cambio de la variable dependiente y con respecto a la variable independiente x se calcula mediante la expresión:

$$\textit{pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

(x_1, y_1) y (x_2, y_2) son dos pares de valores de la función.

Utilizando los datos de la tabla anterior, se tiene que la tasa de cambio de los datos sobre los latidos del corazón es constante. Es decir, su pendiente es igual a $-0,5$.

Ahora, en base a la idea principal de esta Unidad Didáctica se procede a determinar de manera clara y rápida el comportamiento de la pendiente en la función lineal y afín, teniendo como resultado:

En una función lineal $y = mx$ o en una función afín $y = mx + b$, la **constante de proporcionalidad** m corresponde a la **pendiente** de la recta mediante la cual se representa la función.

Como una observación y comentario final, se tiene que tanto las funciones lineales como las funciones afines son crecientes en su dominio, si su pendiente es positiva y son decrecientes en su dominio, si su pendiente es negativa. Además, una función afín es constante si su pendiente es cero y corresponde a una recta paralela al eje X. Asimismo, una función lineal es impar.

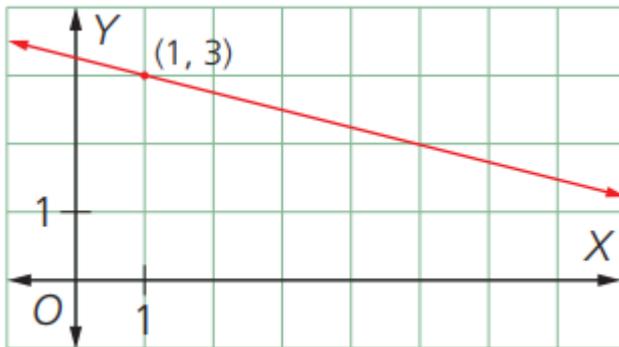
Para fortalecer los conocimientos se propone más ejercicios. Ver Anexo 4.
Ejercicios propuestos sobre pendiente de una recta

SESIÓN 8

TEMA: Ecuación de la recta

TIEMPO: 80 minutos

El objetivo de la sesión número 9 es determinar la ecuación de la recta utilizando dos de los métodos estándar conocidos; el primero, conociendo la pendiente y un punto de la misma. Esto es posible pues se ha estudiado ya conceptos previos como pendiente y se ha analizado las funciones afines de la forma $f(x) = mx + b$.



Luego, se plantea a los estudiantes el siguiente problema: ¿cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1,3)$ y tiene como pendiente el valor $-\frac{1}{4}$? Y partiendo de la definición de pendiente de una recta, se deduce la ecuación de la

misma.

Cuando se conocen la pendiente (m) y un punto (x_1, y_1) , puede utilizarse la expresión algebraica de la pendiente para determinar la ecuación de una recta.

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Rightarrow (x - x_1)m = (y - y_1) \Rightarrow (y - y_1) = m(x - x_1).$$

A la expresión $(y - y_1) = m(x - x_1)$ se le conoce como ecuación **punto-pendiente** de la recta.

Ejemplo:

Para el caso de la recta que pasa por el punto $(1,3)$ y tiene pendiente $m = \frac{1}{4}$, se reemplazan estos valores en la expresión general de ecuación punto-pendiente y se obtiene:

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \Rightarrow (y - 3) = -\frac{1}{4}(x - 1)$$

$$y - 3 = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + 3$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$$

Por tanto, se tiene que:

La ecuación de una recta dados la pendiente m y un punto (x_1, y_1) es:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

A esta ecuación se le denomina ecuación **punto-pendiente**.

De igual manera, el estudiante será capaz de determinar la ecuación de una recta conociendo dos puntos de la misma, esto basado en uno de los axiomas de la geometría que caracterizan la relación entre puntos, rectas y planos: "... dados dos puntos distintos, existe una única recta a la cual perteneces" (Vittone, Gianatti, & Alegre, 2016, p. 4), lo cual significa que si disponemos de dos puntos dados, sabemos con exactitud cuál es la única recta a la cual pertenecen y podremos determinar su ecuación.

Como se verá a continuación, nuevamente se hace uso del concepto de pendiente para poder encontrar la ecuación de la recta, así como también la ecuación punto-pendiente, que acabamos de determinar.

Para determinar la ecuación de la recta dados dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , se debe:

1. Calcular la pendiente por medio de la expresión $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
2. Usar la pendiente m calculada y uno de los puntos (x_1, y_1) o (x_2, y_2) para remplazar en la ecuación punto pendiente $(y - y_1) = m(x - x_1)$.

Finalmente, se propone a los estudiantes una serie de ejercicios para reforzar los conocimientos adquiridos y desarrollar sus habilidades con el manejo de los nuevos conceptos.

- a) Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto P y tiene pendiente m en cada caso.
 - $P(27,4)$ y $m = 5$
 - $P(21,7)$ y $m = -2$
- b) Halla la pendiente y la ecuación de la recta que pasa por cada par de puntos.
 - $(1,25)$ y $(22,1)$
 - $(22,22)$ y $(0,10)$
 - $(21,0)$ y $(0,21)$

Además se propone un problema para afianzar el aprendizaje. **Ver Anexo 5.**
Ejercicio propuesto sobre funciones lineales

SESIÓN 9

TEMA: Gráfica de una función afín

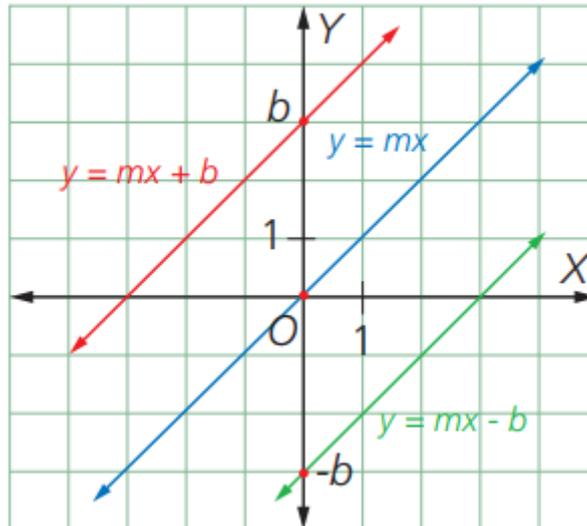
TIEMPO: 80 minutos

El objetivo de la novena sesión es graficar las funciones afines. Se procede entonces a describir un proceso relativamente sencillo que parte desde la gráfica de una función lineal (pues la función afín es una variación de la función lineal) mediante la siguiente explicación:

La gráfica de la función afín $f(x) = mx + b$ se obtiene al desplazar verticalmente (b unidades) la gráfica de la función $f(x) = mx$.

En la siguiente figura, se observa que:

- Si $b > 0$, el desplazamiento es hacia arriba.
- Si $b < 0$, el desplazamiento es hacia abajo.



La ayuda de herramientas digitales beneficia al estudiante a comprender mejor estos conceptos, en nuestro caso se hizo uso el programa matemático interactivo libre Geogebra 5.0. Ver Anexo 6. Ejercicios propuestos sobre funciones lineales usando Geogebra.

3.1. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas.

La enseñanza de la Matemática tiene como propósito fundamental desarrollar la capacidad para pensar, razonar, comunicar, aplicar y valorar las relaciones entre las ideas y los fenómenos reales. Este conocimiento y dominio de los procesos le dará la capacidad al estudiante para describir, estudiar, modificar y asumir el control de su ambiente físico e ideológico, mientras desarrolla su capacidad de pensamiento y de acción de una manera efectiva.

En el nivel de Educación General Básica, en especial en los subniveles de preparatoria y elemental la enseñanza del área está ligada a las actividades lúdicas que fomentan la creatividad, la socialización, la comunicación, la observación, el descubrimiento de regularidades, la investigación y la solución de problemas cotidianos; el aprendizaje es intuitivo, visual y, en especial, se concreta a través de la manipulación de objetos para obtener las propiedades matemáticas deseadas e introducir a su vez nuevos conceptos.

3.2. Resultados de aprendizaje de los alumnos.

Resultados de los logros de los estudiantes, se enmarcan en los resultados efectivos hacen que los estudiantes aprendan como su máxima prioridad y logren resultados en las metas de aprendizaje de los estudiantes de la educación de la básica superior. Demuestran competencia entre otras actitudes, las siguientes:

- Priorizar el tiempo, la energía y los recursos en el aprendizaje de los estudiantes.
- Desarrollo e implementación de ejercicios basados en la implementación de la Unidad didáctica.
- Análisis de conceptos abstractos relacionados con funciones lineales.
- Planificación y establecimiento de metas enfocadas en el logro estudiantil, y en cada una de las sesiones realizadas.
- Compartir evidencia de mejoramiento estudiantil, con el profesor y con los grupos de trabajo.

3.3. Descripción del tipo de interacción.

Consideramos dos actividades que se influyen recíprocamente: la del maestro, cuyo resultado es una situación para los estudiantes, que les afecta; la del alumno, que está determinado por el alumno y la situación producida por el profesor. La actividad de los profesores, por lo tanto, involucra dos niveles: la doble regulación, que resulta de la

actividad que se dirigen a sí mismos (para enseñar) y la resultante de la actividad que dirigen a los estudiantes (para hacer aprender).

Los alumnos a medida que se desarrollaban las sesiones, se fueron convirtiendo en entes más activos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, todo esto enmarcado en el Ideario de la institución el cual propone a un estudiante activo, reflexivo y participativo en la construcción del nuevo aprendizaje. Esto pudo ser alcanzado gracias a una correcta introducción por parte de la profesora, conocimientos adquiridos en la maestría del profesorado, y elementos que se han ido puliendo a lo largo del mismo, logrando comprender la importancia de relacionar conceptos matemáticos con elementos de la vida cotidiana y más aún hacerlo con otras ciencias y/o asignaturas como Medicina, Educación Física, Ciencias Sociales, Tics, etc.

3.4. Dificultades observadas.

Las sesiones de clase, en general resultaron ser muy productivas tanto para alumnos como para el docente que o asumo escrupulosamente, pero en algunas de estas se observó grupos de estudiantes distraídos, pues les resultaba complicado asimilar los ejemplos y los ejercicios realizados en clase, por ejemplo en la ejemplificación y conceptualización de función no adoptaban la idea de relación entre los conjuntos, por lo que se tuvo que recurrir a ejemplos mucho más específicos orientados a las necesidades de estos estudiantes.

La falta de seriedad de los estudiantes en algunas de las sesiones también fue otra de las dificultades observadas, no tomaban en cuenta el tiempo que tenían para realizar una actividad encomendada razón por la cual se tuvo trabajos incompletos y otros realizados al apuro, lo cual causo problemas leves en el rendimiento de los alumnos y esto fue reflejado en las calificaciones.

Una dificultad al trabajo de Docencia matemática que generalmente se presenta y el cual no pudo ser evitado en la implementación de la Unidad Didáctica, fue la utilización del material impreso (hojas de ejercicios), los cuales, si bien permiten comprender el mundo de la realidad y el mundo de la matemática, no favorecen a la hora de brindar a los estudiantes una motivación adecuada como lo haría la utilización de material lúdico.

La presentación de los trabajos fue un tema que había que corregir, como algo extra al contenido de la Unidad Académica, temas como: ortografía, nitidez, orden; fueron tratados en la mayor parte de los trabajos con el fin de orientar a los alumnos a la realización de trabajos de excelencia.

Referente al laboratorio de informática, el cual fue utilizado en algunas de las sesiones de trabajo, una dificultad patente es que no se disponía del programa necesario para realizar las clases planificadas (se tuvo que realizar la instalación del programa Geogebra 5.0), la ausencia de internet y de horarios, fueron algunos de los problemas que se puede mencionar.

4. VALORACIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN Y PAUTAS DE REDISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

El diseño e implementación de la Unidad Didáctica “Función Lineal”, se aplicó en la Escuela “Federico González Suarez”, de la ciudad de Quito. La valoración de esta implementación tuvo lugar con 41 estudiantes de décimo año de EGB, 21 mujeres y 20 hombres, edades entre los 14 y 16 años. Los años de experiencia por parte de la profesora en áreas como informática, contabilidad y matemática, figuran a la docente como totalmente calificada para el cargo que se ejerce en la implementación. Las clases se las desarrollaron durante el 30 de mayo al 28 de junio del presente año, tiempo en el cual se realizaron sesiones de 40 y 80 minutos, bajo el enfoque de Aprendizaje integrado y significativo, involucrando los requisitos y prerrequisitos de cada una de las

sesiones y todos los conocimientos previos de años anteriores con la finalidad de afianzar los conocimientos adquiridos por medio de esta Unidad Didáctica, así como también para implementar estos conocimientos en unidades posteriores.

La valoración de la Unidad Didáctica está fundamentada en los siguientes ejes:

- 1. Reflexión de resultados:** En este eje el profesor valora los resultados de los trabajos en clase y tareas enviadas a la casa, realizadas por los estudiantes, donde se toman en cuenta criterios presentación, resultados, procedimiento; que el alumno utiliza en su presentación. Por su parte la profesora es la encargada de asignar una calificación en base a los criterios mencionados, enfocándose en los objetivos planteados por la Unidad Didáctica y en los nuevos conocimientos adquiridos en la maestría.
- 2. Reflexión analítica** (Naranjo, 2016): En este eje, se realizó un análisis de las sesiones de clase planificada, aplicando los criterios de idoneidad propuesto por (Godino, Bencomo, Font, & Wilhelmi, 2007). De donde se ha recopilado lo más importante:

Idoneidad epistémica: Las mayorías de las sesiones tuvieron la presencia de ejercicios mentales y ejemplos de la vida diaria que motivaba al estudiante a utilizar conceptos nuevos con el objetivo de crear curiosidad en el estudiante, quien siempre se mantuvo como un participante activo con comentarios e ideas que ayudaban a la definición formal de los entes matemáticos utilizados en cada una de las sesiones. El papel de la docente fue convertirse en el personaje generador de curiosidad y conocimiento partiendo de ideas forjadas por los mismos alumnos.

Idoneidad cognitiva: Las últimas 4 sesiones resultaron ser agotadoras tanto para el alumno como para la profesora, pues cada una de estas venía cargada de un sinnúmero de objetos matemáticos que resultaban ser indispensables para las sesiones posteriores. Por tanto, para que el aprendizaje cognitivo resulte significativo, fue necesario tomarnos horas extras en la resolución de ejercicios que ayuden al desarrollo de las destrezas cognitivas en los alumnos. El papel desempeñado por la profesora fue convertirse en un personaje que brindaba seguridad a los estudiantes y en el cual podían recaer todo tipo de preguntas relacionadas a los temas tratados sesión a sesión.

Idoneidad mediacional: En las sesiones 2, 3, 6, 8, se utilizó recursos materiales como el ordenador con el programa GeoGebra y el laboratorio de informática. Por medio del uso correcto de herramientas TICs, se preparó a los estudiantes para manipular recursos tecnológicos a fin de engrandecer las destrezas que habían desarrollado hasta ese entonces por medio de la unidad didáctica, fue relativamente sencillo por mis estudios universitarios el saber gestionar y manejar estas herramientas.

Idoneidad emocional: Desde el primer día de clases en el cual se iniciaron las se indicó la importancia que tienen los alumnos en la realización de las tareas y la participación en las horas de clase, con el objeto de provocar interés y participación activa por parte de los estudiantes. Se elogió las actitudes, logros y comportamientos del estudiante frente a sí mismo y en el grupo. Lo cual evidentemente tuvo resultados positivos.

Idoneidad interaccional: En las diferentes sesiones de clase la metodología fue la realización de grupos de trabajo, los cuales en ciertas ocasiones fueron realizadas por afinidad y en otras ocasiones por disposición del maestro, en

ninguna de estas ocasiones se tuvo una reacción adversa, por el contrario, los trabajos fueron realizados con un alto nivel de responsabilidad por parte de los grupos. La profesora necesariamente asume un rol de integrante complementario en todos los grupos, atendiendo a las preguntas y requerimientos de los mismos desde un enfoque netamente grupal.

Idoneidad ecológica: Las sesiones de la Unidad didáctica implementada, se enmarcaron en competencias ecológicas destinadas a disminuir la utilización de papel, razón por la cual en muchas ocasiones se pedía al estudiante que realice una mínima parte de los ejercicios gráficos a mano, únicamente con el fin de asegurar el manejo de los conceptos, los demás ejercicios e inclusive ejercicios extras fueron realizados por medio de herramientas tecnológicas como GeoGebra. El papel desarrollado por el docente fue el de gestor de herramientas que faciliten la comprensión de los conceptos tratados en la Unidad Didáctica y que minimicen el impacto ambiental.

CRITERIOS DE IDONEIDAD	SESIONES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Epistémica</i>	Media	Media	Alta	Alta	Alta	Alta	Baja	Baja	Baja	Media
<i>Cognitiva</i>	Media	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Media	baja	Media	Media
<i>Mediacional</i>	Media	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Media	Alta	Alta
<i>Emocional</i>	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta
<i>Interaccional</i>	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta
<i>Ecológica</i>	alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta

4.1. Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora, siguiendo las pautas que cada especialidad ha proporcionado para guiar la práctica reflexiva.

En base al análisis y valoración de la implementación de la Unidad Didáctica, y considerando las observaciones realizadas en los apartados anteriores, se propone las siguientes recomendaciones que pueden ser aplicadas para lograr mejores resultados:

- 1) La distracción en los estudiantes siempre será una preocupante en todos los niveles de estudio, poder gestionar adecuadamente este tipo de reacción por parte de los estudiantes, resulta ser primordial para obtener mejores resultados, es por eso que se propone introducir una didáctica de juegos para que el estudiante despierte el interés por la clase que está a punto de ser impartida.
- 2) Al realizar la planificación tomar en cuenta los tiempos requeridos para la realización de las actividades mencionadas en el apartado anterior.
- 3) Las actividades grupales, si bien resultaron ser favorables no permite concebir las destrezas netamente individuales de los alumnos, razón por la cual, se propone realizar más trabajos enviados a la casa, los cuales serán ligeramente evaluados antes de cada sesión y después de la actividad didáctica.
- 4) Las sesiones que tuvieron lugar en el laboratorio de informática resultan ser muy restrictivas para los estudiantes, con el temor de dañar algún equipo o el no poder entrar a otras páginas, siempre y cuando estas aporten positivamente al desarrollo cognitivo del alumno, razón por la cual se propone una mayor flexibilidad hacia los estudiantes en el laboratorio de informática, recordándoles la responsabilidad, con el fin de potenciar su capacidad de aprendizaje e interacción con herramientas tecnológicas.

5. REFLEXIONES FINALES

5.1. En relación con las asignaturas troncales de la maestría

- 1) La etapa de la Maestría fue un período de grandes aprendizajes y una temporada en la cual el engrandecimiento de actitudes, aptitudes y conocimientos no conoció fronteras, como alumno de la Universitat de Barcelona en la Maestría de formación del profesorado de Educación Secundaria en el Ecuador, siento un

profundo cambio de mentalidad en cuanto a los procedimientos utilizados a la hora de planificar y gestionar material didáctico, las materias del eje troncal de la maestría me ha permitido abrirme paso en nuevas orientaciones metodológicas y procedimentales.

- 2) Las asignaturas de la maestría estuvieron perfectamente acorde al perfil de la carrera y de sus estudiantes, el sentirse realizado y estar a punto de obtener tan preciado título, hace que recuerde las materias de la maestría y que sus principales enseñanzas sigan tan vivas como el primer momento que se toman un curso. Es por esto por lo que, lo que se ha aprendido aquí formará parte inherente del desarrollo profesional del profesorado de Educación secundaria en el Ecuador sea cual sea la institución educativa a la cual se destinen dichos aprendizajes.

5.2. En relación con las asignaturas de la especialidad

La especialidad de matemática me ha ayudado a comprender la necesidad de obtener cada día un poco más de conocimiento, esta ciencia, la más antigua de todas, y la madre de todas y cada una de las demás ciencias junto con su belleza y abstracción, logran crear en mi un deseo de perseverancia y generosidad. El impartir la materia de matemática me llena de satisfacción y alegría y tengo por seguro que mis profesores de la maestría sienten la misma satisfacción al encontrar en nosotros a aquellos mensajeros que compartirán sin ningún tipo de envidia y egoísmo los conocimientos adquiridos a nuestros queridos alumnos con total respeto por la ciencia y por los procedimientos a la asignatura como tal.

5.3. En relación con lo aprendido durante el TFM.

- 1) El desarrollo del TFM como parte final de la maestría del profesorado de Educación media en el Ecuador, me ha permitido descubrir escenarios y nicho

metodológicos interesantes respecto a la enseñanza de las matemáticas a los estudiantes de secundaria, desde el inicio del trabajo que comenzó con la planificación de las sesiones de trabajo y la socialización de las mismas mi interés por realizar clases cada vez más interactivas ha ido creciendo permitiéndome crecer como educadora, y como persona pues cada vez son más los años de experiencia que he desarrollado y ahora junto a este documento se puede plasmar la idea misma de una educación de excelencia de parte de una docente comprometida con los estudiantes y con la institución.

- 2) La enseñanza de la Matemática es por sí sola un reto para los educadores. Siempre se debe tener en mente que la mayoría de las carreras universitarias, si no es que todas, requieren conocimientos de matemática, más aún aquellas carreras de ingeniería y ciencias, donde una correcta conceptualización de la matemática a este nivel podrá orientar de una manera adecuada los pasos que seguirá el futuro universitario. El presente TFM busca motivar el estudio de la matemática en todos sus niveles, es por eso que se han incluido muchos ejemplos y definiciones un tanto complejas, con el objetivo de generar un espíritu curioso en el alumno y potenciar su capacidad de abstracción.
- 3) El presente TFM me ha brindado las pautas necesarios para mejorar mi calidad de enseñanza y dirigirme a los estudiantes con mayor claridad y con más seguridad por medio de las sesiones he comprendido que el hecho de enseñar matemática no solo se refiere a Saber, sino también a poder Compartir ese conocimiento razón por la cual, he puesto mucho de mi esfuerzo en el presente TFM con la firme convicción de que apoyará positivamente al desarrollo del estudiantado de la escuela “Federico González Suarez”.

5.4 AUTOEVALUACIÓN GENERAL DE LOS APRENDIZAJES ADQUIRIDOS

	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	Actividades realizadas durante la elaboración del TFM	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justifiqué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a.	8
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	4
	Versión final del TFM	Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	8
		Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	8
		Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	8
		Conclusiones de la reflexión sobre la	Las conclusiones a las que he llegado sobre la	Las conclusiones a las que he llegado están bastante	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica	8



	implementación	implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales.	a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	
	Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	10
	Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	8
	Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente.	9
	Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes.	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	8
	Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM	No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	9

Nota final global (sobre 1,5):

1,10

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografía

Díaz, I. (2008). Indicadores de la educación. México.

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Antonio, M., Marta, M., & García, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Univeridad de la Granada.

Godino, J., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. (2007). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*.

Ministerio de Educación. (2013). Recomendaciones para el docente sobre “Funciones lineales”. *Recurso Didáctico*. Ecuador.

Ministerio de Educación. (2016). Currículo de EGB y BGU. *MATEMÁTICA*. Ecuador.

Ministerio de Educación. (2016). *Matemática 10° Año - Texto del Estudiante*. Quito: SMEcuaediciones.

Morris, C. (2008). Introducción a los indicadores de logro. México.

Muñoz, E. (2008). Indicadores de la educación actual. Madrid, España.

Naranjo, J. (6 de Enero de 2016). Trabajo Final de Máster: Diseño de la Unidad Didáctica "La Función Lineal y Cuadrática". *Programa de Maestría de Docentes Ecuatorianos*. Universitat de Barcelona.

Pollio, A. (2016). LA CONCEPTUALIZACIÓN DE LA NOCIÓN DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE CICLO BÁSICO. *Actas del 6° Congreso Uruguayo de Educación Matemática*, 32-41.

Porras, F. (Mayo de 2011). EL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN LA TRANSICIÓN BACHILLERATO-UNIVERSIDAD. *Informe final de investigación, como requisito para optar al Título de Magister en Educación*. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle: Instituto de Educación y Pedagogía.

Vittone, F., Gianatti, J., & Alegre, M. (2016). Puntos, rectas, planos y figuras planas elementales. In *GEOMETRIA I* (pp. 1-28). Universidad Nacional de Rosario. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Departamento de Matemática. Escuela de Ciencias Exactas y Naturales.

Wikipedia. (2 de Octubre de 2018). *Monotonic function*. Obtenido de https://en.wikipedia.org/wiki/Monotonic_function#cite_ref-1

7. ANEXOS

Anexo 1. Ejercicios propuestos sobre Gráfica de las Funciones.

ESCUELA DE DUCACIÓN BÁSICO "FEDERICO GONZÁLEZ SUÁREZ"		
TRABAJO DE MATEMATICA		
NOMBRE :	AÑO LECTIVO:2017-208	
PROFESORA: Ing. Susana Guachamin	NIVEL: Décimo " "	FECHA: 22-06-2018
TEMA: FUNCIONES LINEALES	CALIFICACIÓN: /10	

"La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillo y fáciles"
RENE DESCARTES

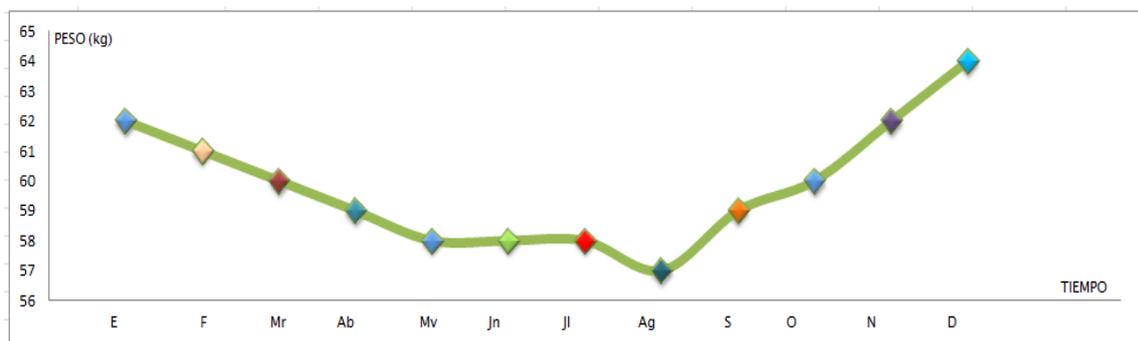
Indicadores: Lea detenidamente cada una de las preguntas, resuelva en forma clara los ejercicios, no se aceptan ninguna clase de manchas; dispone del tiempo suficiente, utilice esfera para procesos y respuesta.

Resuelva:

1 Un deportista preocupado por su peso ha hecho una anotación mensual del mismo, el último día de cada mes, a lo largo de un año:

MES	E	F	Mr	Ab	My	Jn	Jl	Ag	S	O	N	D
PESO(kg)	62	61	60	59	58	58	58	57	59	60	62	64

a) Dibuja la gráfica de la función que relaciona el peso con los meses del año.



b) ¿Cuál fue su peso mínimo a lo largo del año?57kg....

¿En qué momento ocurrió eso?En Agosto....

c) ¿Cuál fue su peso máximo en ese año? ...64kg.....

¿En qué momento ocurrió?En Diciembre.....

d) ¿En qué periodo de tiempo bajo de pesoDe enero a mayo y de julio a agosto

¿En qué periodo subió de peso? De agosto a Diciembre.....

2 Indique que grafica corresponde a cada una de las siguientes situaciones.



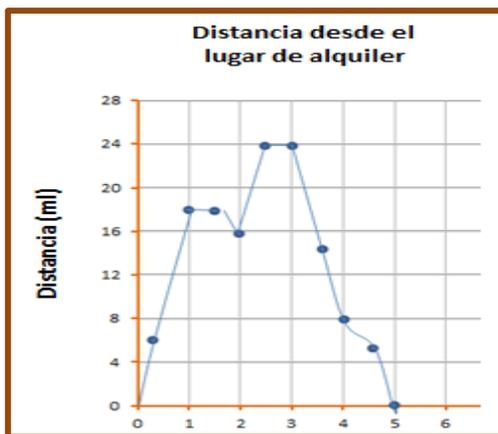
Gráfica 3... a) Diego comenzó desde su casa y camino hasta la casa de un amigo. Se quedó en la casa del amigo durante un rato y camino hasta la casa de otro amigo más alejada de su casa.

Gráfica 1.., b) Franco comenzó desde su casa y camino hasta la tienda. Después de hacer las compras, regreso caminando a su casa.

Gráfica 2.., c) Celia camino hasta la biblioteca a un paso constante sin detenerse

3 Regina alquilo una motoneta. La grafica muestra a la distancia a la que se encuentra del lugar de alquiler, después de cada media hora de recorrido.

a) Use la gráfica para describir el recorrido de Regina. Puede comenzar la descripción del lugar de alquiler ase: “Regina salió del lugar de alquiler y condujo durante una hora...”



Se detuvo para llenar el tanque, luego condujo media hora más a comprar unas flores, después condujo media hora para llegar a la casa de su amiga a entregarle las flores, unos momentos después llevo a su amiga a la cafetería, condujo por media hora para llegar al centro comercial después de un rato, condujo media hora más para ir a la peluquería, condujo media hora más para ir a la pastelería, después condujo para llegar a la fiesta.

b) Determinar durante que media hora recorrió la mayor distancia Regina.

7 millas por media hora

Nota: Cada pregunta vale 3 puntos excepto 1 vale 4 puntos

Anexo 2. Ejercicios propuestos sobre funciones lineales y afines

DEBER DE MATEMATICA

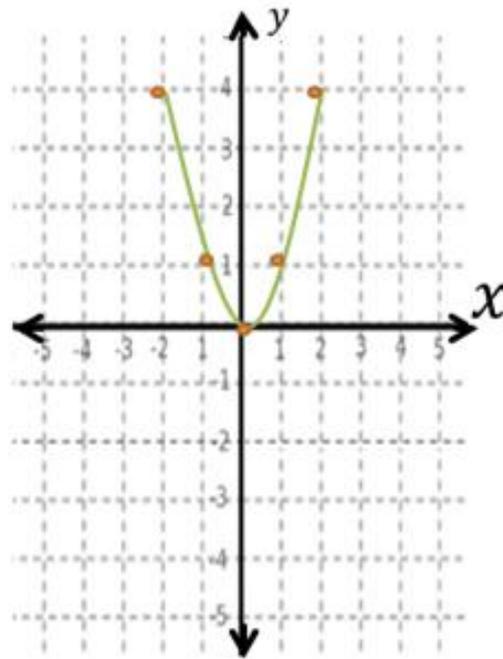
Nombre: _____ Curso: 10mo Fecha: 29-06-2018

1. Representa en un plano cartesiano los valores de cada tabla luego determina si corresponden a una función lineal, a fin o no lineal

a)

Función Lineal

x	y = f(x)
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4



$$y = mx + b$$

$$m = \frac{1 - 4}{-1 + 4} = \frac{-3}{1} = -3$$

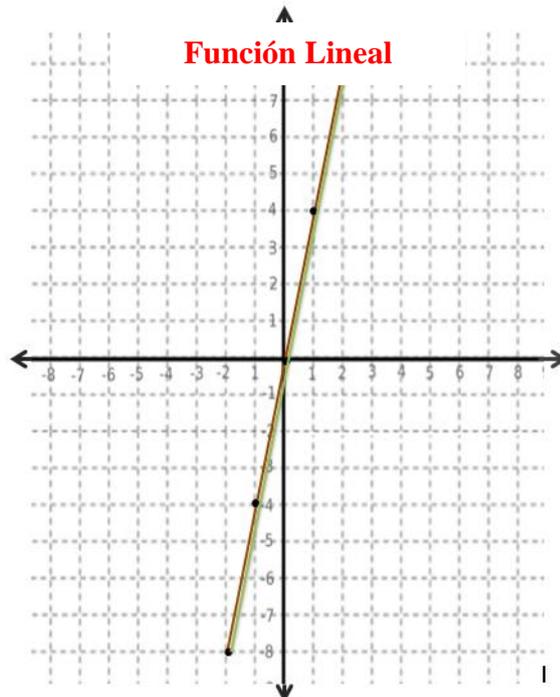
$$y = -3x + 0$$

$$y = -3x$$

b)

Función Lineal

x	y = f(x)
-2	-8
-1	-4
0	0
1	4
2	8



$$y = mx + b$$

$$y = \frac{-3 - y1}{x2 - x1}$$

$$m = \frac{-4 + 8}{-1 + 2} = \frac{4}{1} = 4$$

$$y = mx + b$$

$$y = 4x + 0$$

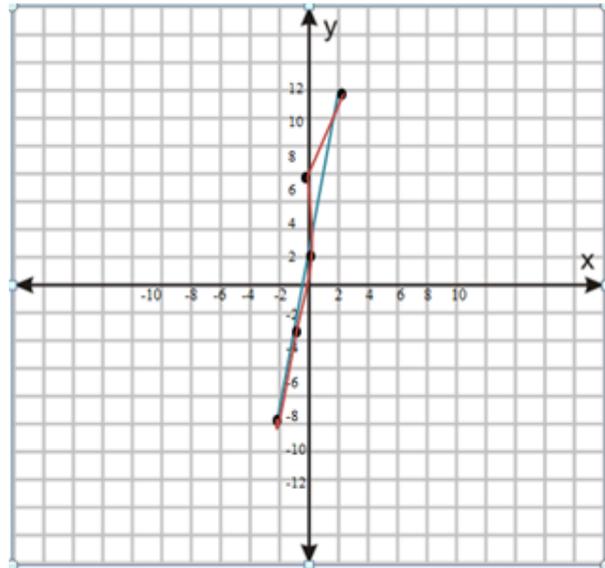


Función Afín

$$y = 4x$$

c)

x	$y = f(x)$
-2	-8
-1	-3
0	2
1	7
2	12



$$y = mx + b$$

$$y = \frac{-3 + 8}{-1 + 2} = \frac{5}{1} = 5$$

$$y = 5x + 2$$

d)

x	$y = f(x)$
-2	-8
-1	-1
0	0
1	-8
2	1

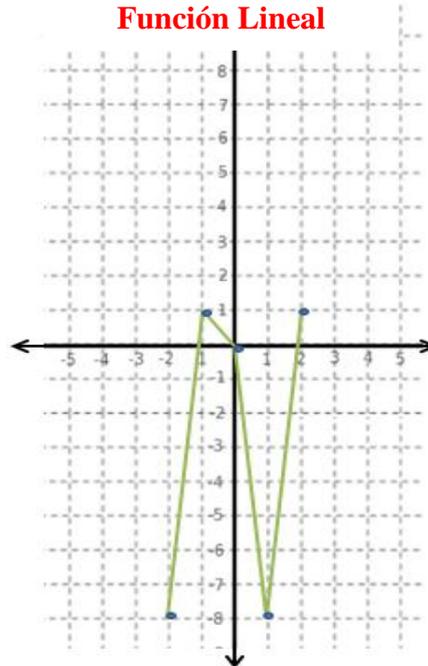
$$y = mx + b$$

$$y = \frac{1 + 8}{-1 + 2} = \frac{9}{1} = 9$$

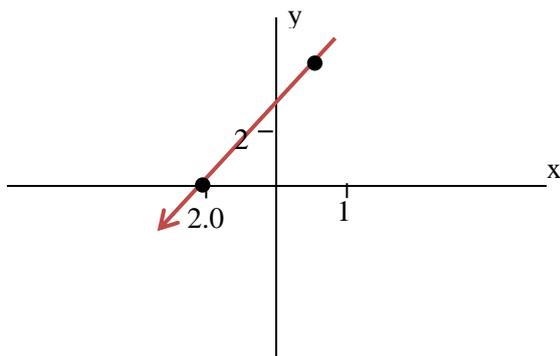
$$y = 9x + 0$$

$$y = 9x$$

Función Lineal



2. Observa y responde



$$y = mx + b$$

$$y = \frac{6 - 0}{1 + 2} = \frac{6}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y = 2x + 4$$

¿A cual de las siguientes funciones corresponde la grafica?

$$g(x) = 3x + 3$$

$$h(x) = 2x + 4$$

$$j(x) = -8x - 3$$

$$k(x) = -\frac{4}{3}x + 5$$

$$l(x) = 9$$

$$f(x) = 4x - 50$$

$$p(x) = x - 1$$

$$r(x) = 1 - x$$

8) La función $f(x) = 4x + 9$ representa la variación del capital en millones de dolares de una persona con x años de funcionamiento. ¿Estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

a. La función no es lineal, porque 9 y 4 son números cuadrados.

VERDADERO

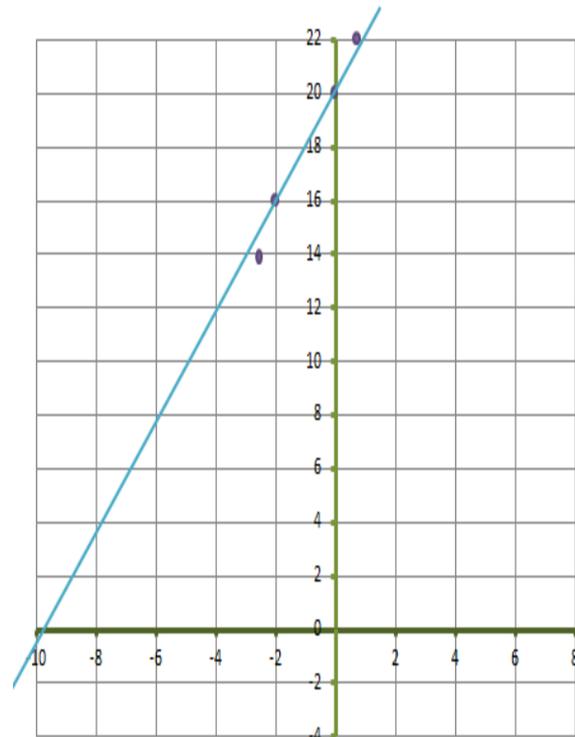
b. El capital inicial fue de nueve millones

FALSO

9) Halla la función lineal que relacione el costo diario del alquiler con el número de kilometro y representa

$$f(x) = 20 - 2x$$

x	$y = f(x)$
1	22
-2	16
0	20
-3	14



b) Si en un día se recorren 300km ¿Cuánto debe pagarse por el alquiler?

$$f(x) = 20 + 2(300)$$

$$f(x) = 20 + 600$$

$$f(x) = 620$$

\$ 620

10. una empresa que transporta maletas establece sus tarifas de la siguiente manera: \$10 por kilometro recorrido y \$15 por cada maleta transportada.

a) ¿Cuánto costara trasladarse 100km con una maleta?

$$f(x) = 10x + 15$$

$$f(x) = 10(100) + 15$$

$$f(x) = 1015$$

Costara \$1.015 dolares

b) ¿Cuánto costara trasladarse 200 km con una maleta?

$$f(x) = 10x + 15$$

$$f(x) = 10(200) + 15$$

$$f(x) = 2015$$

Costara \$2.015 dolares

c) Completa la tabla 8 considerando que se lleva una sola maleta.

Distancia en km (x)	100	150	250	300
Precio en uso (y)	1015	1515	2515	3015

11. Expresa la formula de la funcion que relaciona la distancia en kilometros y el valor del traslado de una sola maleta.

$$f(x) = 10x + 15$$

Anexo 3. Ejercicios propuestos sobre funciones lineales

Trabajo en Clase

Nombres:

Curso: 10mo

Fecha: 20-06-2018

Tema: Funciones Lineales

Dosis de medicamento que se debe suministrar a una mascota.

La matemática es útil para los veterinarios cuando se trata de hallar la dosis de medicamento que se debe suministrar a cada mascota de acuerdo con su peso.

Para ello se utiliza funciones lineales allí se tiene en cuenta la dosis médica y la concentración que puede cambiar la presentación es en tabletas o en líquido, aunque esta, información, la tiene cada medicamento en sus características básicas.

1. ¿Por qué es útil la matemática para los veterinarios?

Para poder hallar la dosis del medicamento

2. ¿Por qué puede cambiar la concentración del medicamento?

Por qué hay en tabletas y en líquido

3. ¿Por qué considera que es importante conocer el peso de la mascota?

Porque así pueden suministrar la dosis de medicamento adecuado

4. ¿Considera que la información se presenta en el texto es importante? ¿Por qué?

Sí, porque la matemática es fundamental en la vida

5. ¿La forma en que se presenta el texto te incentiva a investigar más del tema? Explica

Sí, porque así podemos conocer más.

Conexión con las matemáticas

Thomas Malthus (1766-1834) fue un clérigo de inglés con gran influencia en la política de su época, que se hizo famoso por su teoría de las poblaciones, sigue un modelo exponencial y en alertar a los dirigentes de la época acerca de que los recursos naturales no crecían tan rápidamente.

A pesar de que la teoría de Malthus fue rebatida, sirvió como base para calcular modelos más precisos para expresar el crecimiento de las poblaciones y de los recursos humanos.

En la siguiente tabla se muestran algunos valores calculados según la teoría de Thomas Malthus.

Año	Personas(millones)	Alimento (millones de toneladas)
1796	1000	1000
1797	2000	2000
1798	4000	3000
1799	8000	4000

Trabajo en grupo

1. Dibujen en un cartel la gráfica de crecimiento poblacional de las personas y de los recursos naturales según los datos calculados por Malthus
2. Describa el comportamiento de las curvas de crecimiento de la población y de recursos naturales
La población ha aumentado y los recursos no han aumentado tanto
3. Argumente que sucederá con la población humana y las hambrunas en caso de que la teoría de Malthus fuese correctamente completa.
La hambruna es un problema que afecta a la población porque la población crece continuamente y no alcanza los recursos.

Anexo 4. Ejercicios propuestos sobre pendiente de una recta

Trabajo en clase

Nombre:

Curso 10mo

Fecha 19-06-2018

Tema: pendiente de una recta.

En la tabla 1 de muestra el número máximo de latidos del corazón de una persona sana mientras hace actividad física en un intervalo de 30 segundos.

Edad en años	Número máximo de latidos
20	100
30	95
40	90

¿Cuál es la variación de la cantidad máxima de latidos cada 10 años?

Edad en años	Número máximo de latidos
20 x_1	100 y_1
x_1 30 x_2	y_1 95 y_2
x_2 40	y_2 90

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{92 - 100}{30 - 20} = \frac{-8}{10} = -\frac{4}{5} = -0.8$$

$$m = \frac{90 - 95}{40 - 30} = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2} = -0.5$$

En la tabla 2 se muestra que la tasa de cambio de los datos sobre los latidos del corazón es constante. Es decir, su pendiente es -0.5.

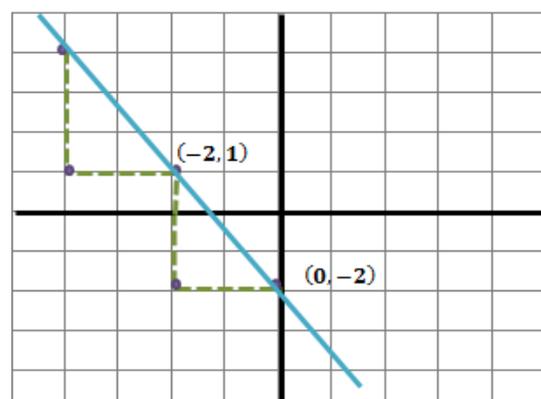
Solo las funciones lineales o afines tienen una tasa de cambio promedio constante.

2) Halle la fórmula de la función que tiene los gráficos siguientes

Respuesta: $f(x) = \frac{-3}{1}x - 2$

Justificación de la respuesta

$y = mx + b$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{1 - (-2)}{-2 - (0)} = \frac{1 + 2}{-2} = \frac{-3}{2}$$

Respuesta: $f(x) = \frac{-3}{2}x + 4$

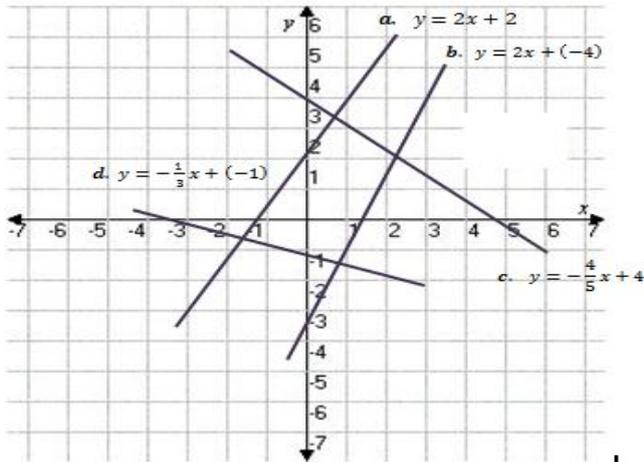
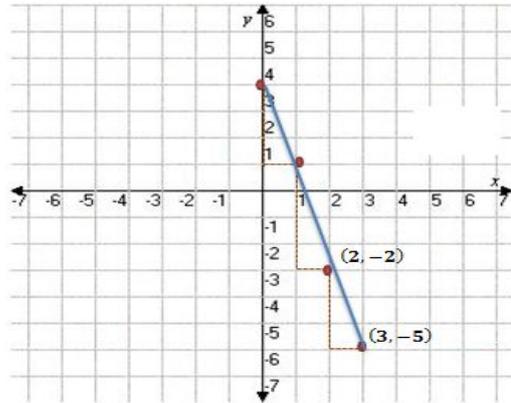
Justificación de la respuesta

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-2 - (-5)}{2 - 3} = \frac{3}{-1} = \frac{-3}{1}$$

3) Complete



Anexo 5. Ejercicio propuesto sobre funciones lineales

Trabajo en Clase

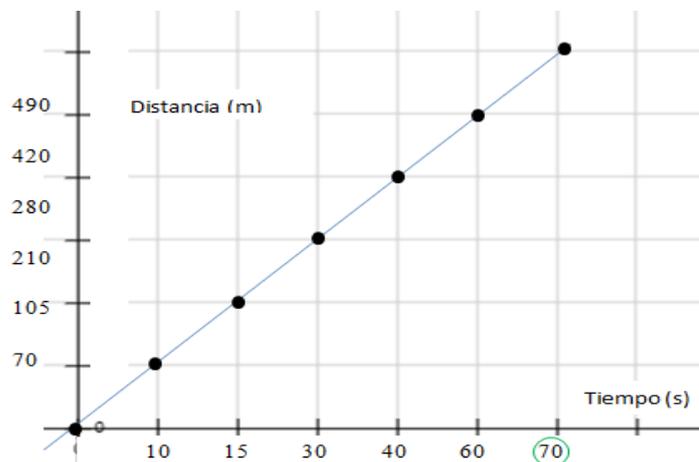
Nombre: Curso: 10mo Fecha: 20/06/2018

Tema: Funciones Lineales

1. En una carretera de 1500 mtrs, el entrenador de una atleta ha elaborado la siguiente tabla que relaciona el tiempo y la distancia recorrida

Tiempo(s)	0	10	12	30	40	60
Distancia (m)	0	70	105	210	280	420

- a) Representa la gráfica correspondiente, uniendo los puntos obtenidos



- b) ¿Qué puede decir de la carrera que está haciendo?

Al graficar nos estamos dando cuenta el tiempo y la distancia y lo que va aumentando, y se genera una línea recta

- c) ¿Si sigue así? ¿Cuántos metros habrá recorrido a los 3 minutos de carrera?

En 3 minutos recorre 1260.

- d) ¿De la siguiente formulas (y es la distancia y x es el tiempo)

$$y = 70x \quad , \quad v = \frac{x}{7} \quad , \quad y = 7x$$

- e) ¿Cuál nos permite calcular directamente los metros recorridos a partir del tiempo transcurrido?

$$R = 7x$$

$$y = 7(10) = 70$$

$$y = 7(30) = 210$$

$$y = 7(40) = 280$$

$$y = 7(60) = 420$$

- f) A partir de la fórmula del apartado interior halle la distancia que corresponde a los 70 segundos. Represente el punto obtenido en la gráfica anterior ¿Dónde a quedado situado el punto?**

$$x = 70$$

$$y = 490 \quad (70.490)$$

- g) Realice lo mismo para veinte segundos**

$$x = 7$$

$$y = 7(120) = 140 \quad (7.140) \quad (20.140)$$

- h) ¿tiene sentido aquí unir los puntos? ¿Por qué?**

No porque está dentro de la recta.

- i) A partir de la gráfica obtenida halle la distancia correspondiente a los 50 segundos**

$$x = 50$$

$$y = 130 \quad (50.350)$$

Anexo 6. Ejercicios propuestos sobre funciones lineales usando Geogebra

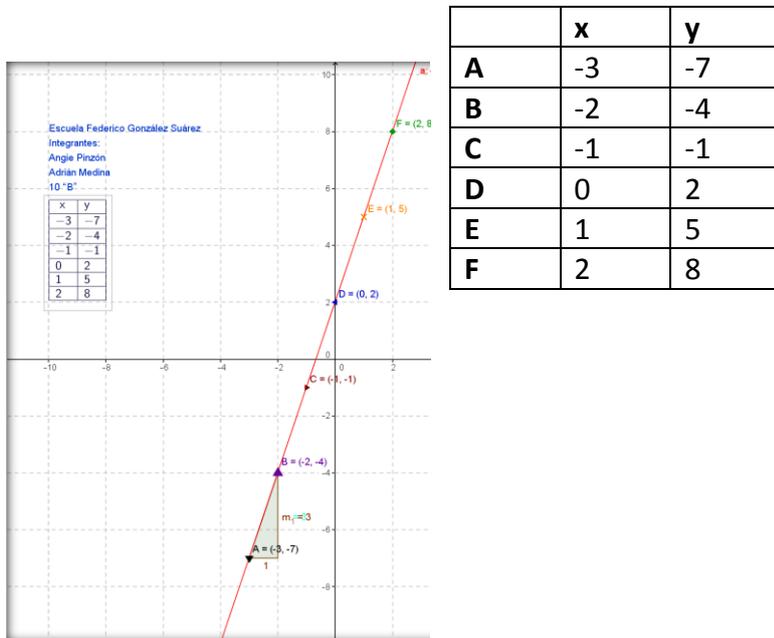
TALLER DE MATEMÁTICA

Estudiante:	Grado: 10mo	Calificación:
	Fecha: 28-06-18	
Tema: FUNCIONES LINEALES USANDO GEOGEBRA		

“La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles”
RENE DESCARTES

A) Ubique:

1. Las siguientes coordenadas en el plano cartesiano, encuentre el valor de la pendiente m y el valor de b y la función lineal.



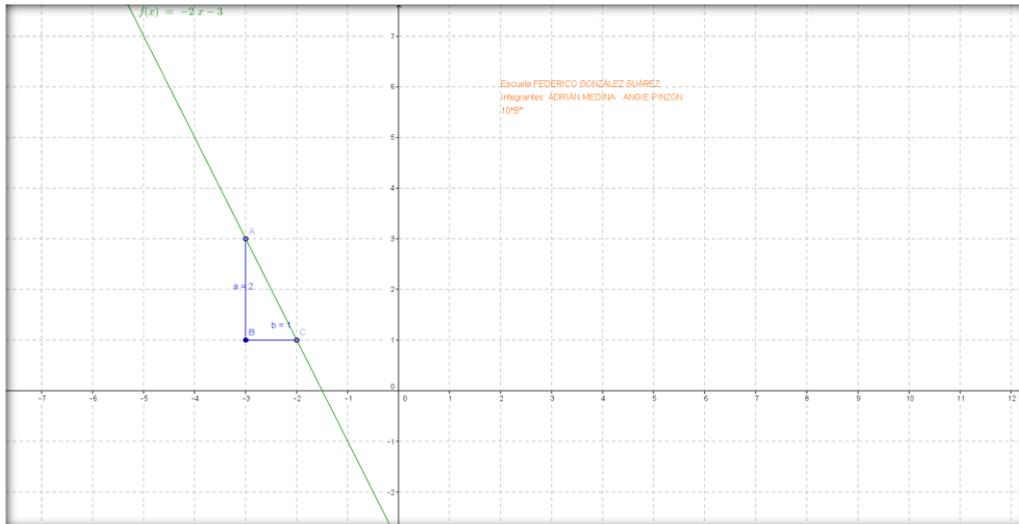
	x	y
A	-3	-7
B	-2	-4
C	-1	-1
D	0	2
E	1	5
F	2	8

$$f(x) = mx + b$$

B) Graficar:

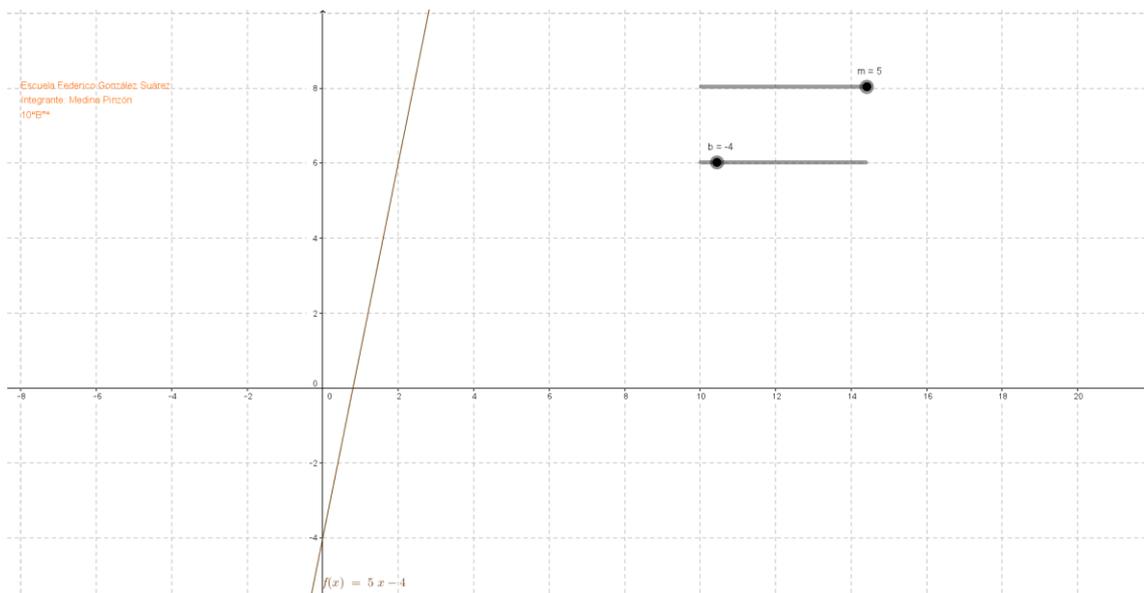
2. La siguiente función lineal y determine el valor de la pendiente m , y el valor de b , represente la pendiente mediante un triángulo de inclinación.

$$f(x) = -2x - 3$$



C) Represente:

3. La función lineal dado $m = 5$, $b = -4$



D) Represente:

4. Una recta pasa por los puntos P (2, -1) y Q (4, 3).

La pendiente de la recta es: $m = 2$

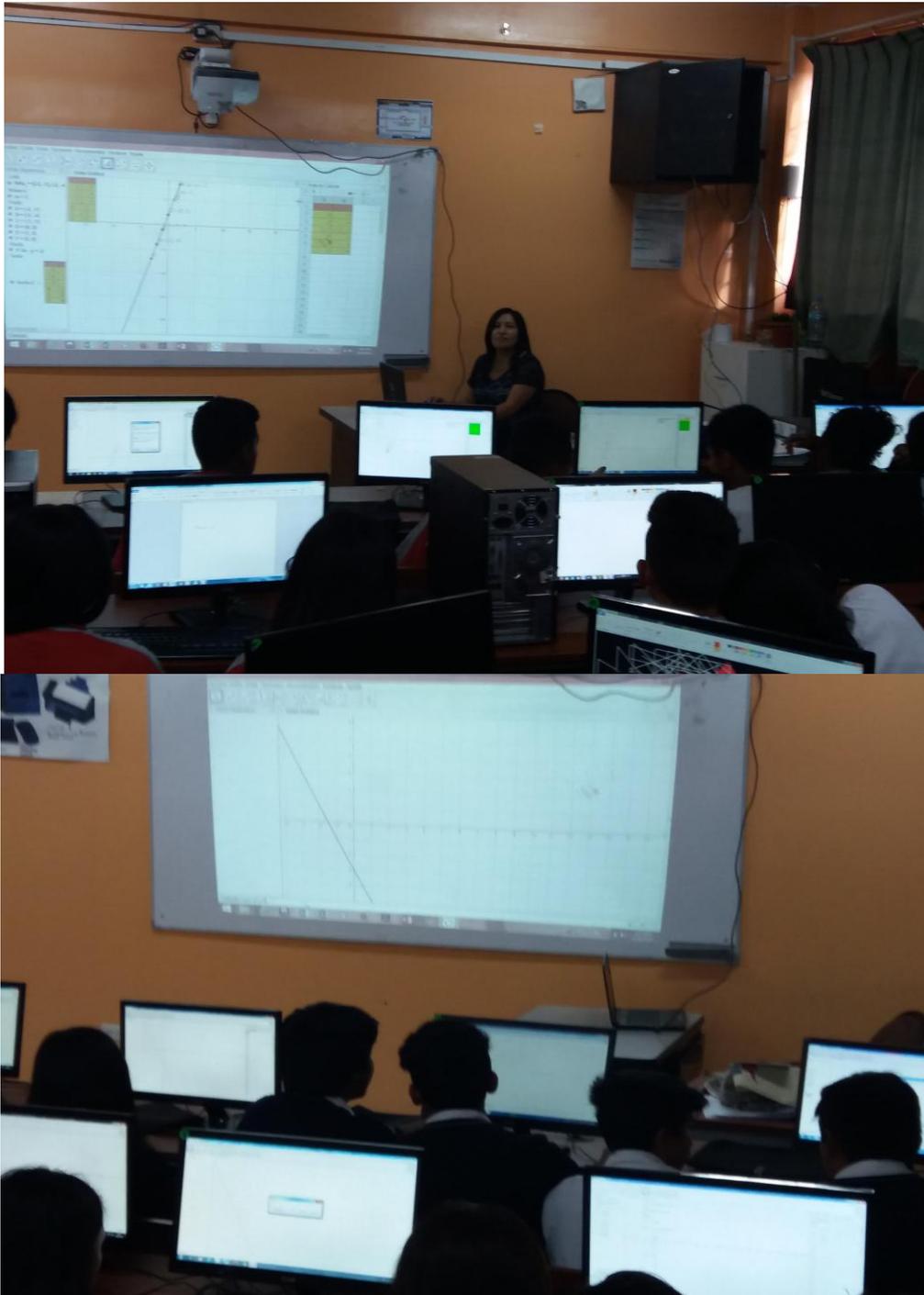
El intercepto con el eje y es: $b = -5$



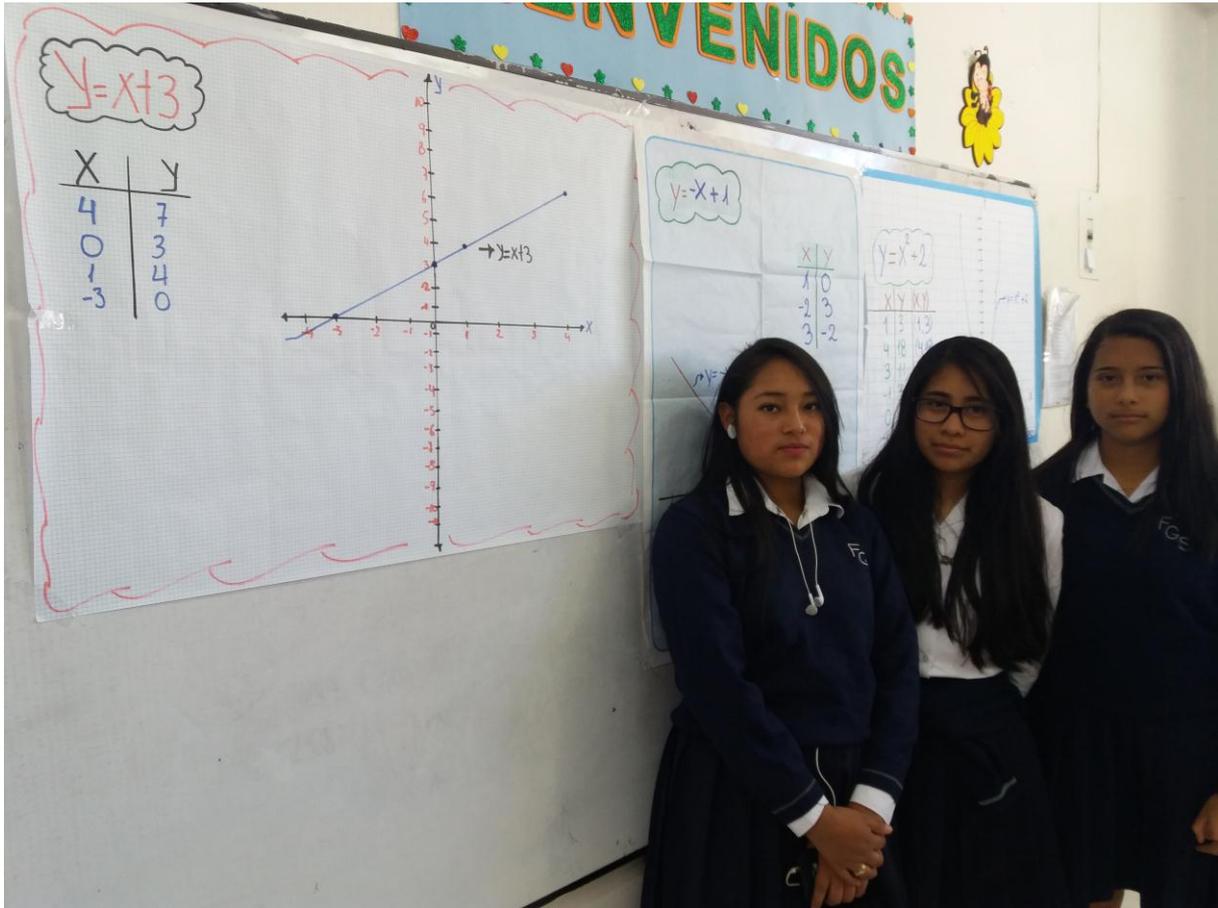
Nota:

Cada pregunta vale 2.5 puntos.

Anexo 6. Fotografías de las sesiones

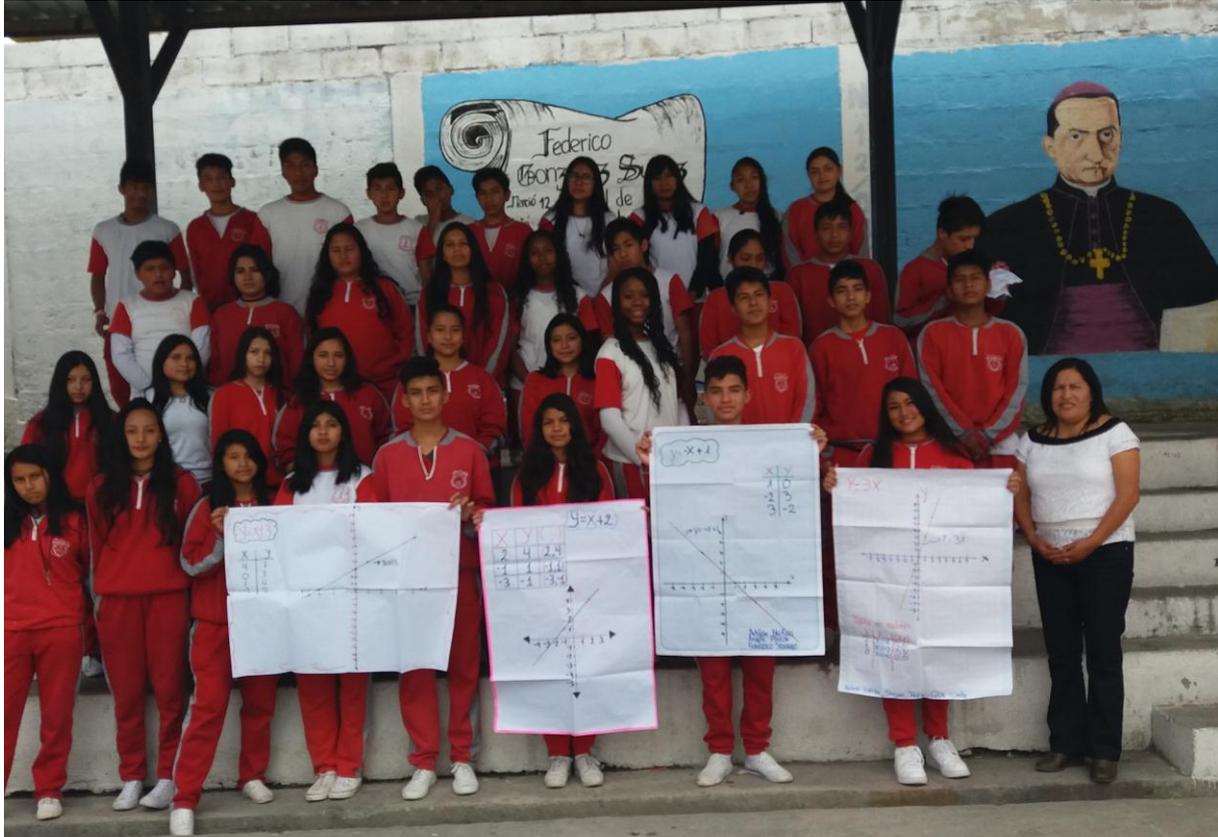












Anexo 7. Análisis de las clases desarrolladas

Sesiones 1 y 2: Concepto de función

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> • En esta sesión se procede a generar una lluvia de ideas por parte de los estudiantes quienes brindan ideas generales sobre el concepto de función, además debe analizar los conceptos relacionados con la definición de función. • Realizar un análisis conceptual de las definiciones aprendidas en las sesiones, se propone además realizar cálculos sencillos para familiarizarse más aún con lo aprendido. • El estudiante debe generar una tabla de valores y realizar la gráfica de una función. 	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor fue el encargado de brindar las definiciones necesarias en relación al concepto de función y a la representación gráfica de la misma. • Además, provee al estudiante de las herramientas necesarias para realizar las actividades de fortalecimiento de actividades de aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante fue capaz de comprender la noción de función, y supo reconocer todos los elementos involucrados en el mismo. • Las gráficas de diferentes funciones fueron realizadas correctamente por los estudiantes.

Sesiones 3 y 4: Monotonía: Funciones crecientes y decrecientes

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante debe realizar el análisis de la gráfica de una función e identificar los intervalos donde esta posee comportamientos diferentes y describir que es lo que sucede. • Realizar un ejercicio mental que ayude a comprender la idea de función creciente y decreciente. • Realizar un organizador 	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor fue el encargado de brindar las definiciones necesarias con respecto a funciones crecientes y decrecientes y las propiedades inherentes a las mismas. 	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante fue capaz de comprender la noción de funciones crecientes y decrecientes. • El estudiante y el profesor mejoran la interacción de enseñanza-aprendizaje junto a la aplicación de ejercicios en grupo y

<p>gráfico que resume los aspectos más importantes de las funciones crecientes y decrecientes; practicar la gráfica de funciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realizar ejercicios de clasificación de funciones. 		<p>colaboración del profesor.</p>
--	--	-----------------------------------

Sesiones 5: Funciones simétricas

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante acepta las definiciones de funciones simétricas (funciones pares e impares), realizando comentarios sobre las mismas. • Se propone al estudiante un ejercicio de reconocimiento de funciones pares e impares por medio de gráficas y de manera analítica. • El estudiante es cuestionado ¿existen funciones que son pares e impares a la vez?, con la finalidad de evaluar su capacidad de comprensión referente al tema tratado en esta sesión. 	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor fue el encargado de brindar las definiciones necesarias con respecto a funciones simétricas, explicando la diferencia entre funciones pares e impares. 	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante fue capaz de comprender la noción de funciones pares e impares y supo diferenciar sus características.

Sesiones 6: Funciones lineal y afín

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> • Se propone al estudiante un ejercicio de aplicación de la vida cotidiana, en el cual se introduce algunos datos aplicativos del INEC, en donde se reconoce la importancia de la función lineal y afín. 	<ul style="list-style-type: none"> • La profesora fue la encargada de brindar las definiciones necesarias con respecto a funciones lineales y afines. 	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante fue capaz de comprender la noción de funciones lineales y afines al igual que su importancia y aplicación.

<ul style="list-style-type: none"> • Se realiza un ejercicio en Excel, haciendo uso de los datos que se mencionó anteriormente. • Ejercicios que permiten al estudiante reconocer las características de las funciones lineales y afines. • Graficar las funciones lineales y afines. 		
--	--	--

Sesiones 7: Pendiente de una recta

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> • Se propone al estudiante un ejercicio de matemática aplicado a la Educación física, el cual pretende ejemplificar el concepto mental de pendiente. • Graficar el ejercicio propuesto en el ejercicio de aplicación. • Relacionar la idea de pendiente con las funciones lineales y afines. 	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor fue el encargado de brindar las definiciones necesarias con respecto a la pendiente de una recta, así como su relación con las funciones lineales y afines. 	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante fue capaz de comprender la noción de pendiente de una recta. • La relación entre los conceptos de pendiente de una recta y función lineal y afín estuvieron correctamente establecidos por parte de los estudiantes, haciendo uso de programas como GeoGebra 5.0.

Sesiones 8: Ecuación de una recta

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> • Se propone al realizar el cálculo de diferentes pendientes con el fin de ser aplicados a la definición de la ecuación de una recta. • Realizar ejercicios para reforzar los conocimientos 	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor fue el encargado de brindar las definiciones necesarias para encontrar las ecuaciones de la recta haciendo uso de la 	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante fue capaz de comprender la noción de ecuación de una recta. • El estudiante comprendió el rol del profesor en el

adquiridos como encontrar la ecuación de la recta con los elementos necesarios y suficientes.	pendiente: ecuación punto-pendiente.	proceso de enseñanza aprendizaje lo cual se evidenció en un agradecimiento final.
---	--------------------------------------	---

Sesiones 9: Gráfica de una función afín

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> • En esta sesión se utilizó el laboratorio de informática, en donde disponemos de proyector y a los estudiantes se los ubico en parejas en cada computadora además de material digital como software interactivo Geogebra, un archivo en Word con ejercicios propuestos. (previo almacenado en cada máquina) • Con ayuda del programa Geogebra se realizó ejercicios para fortalecer los conocimientos adquiridos como encontrar la ecuación de la recta con los elementos necesarios y suficientes. • Presentar en el archivo de Word el resultado de captura de pantalla del programa Geogebra. 	<ul style="list-style-type: none"> • Con la utilización del programa Geogebra, mediante la observación, preguntas y respuestas, se condujo a los estudiantes para que comprendan que mediante dado tablas de valores, dos puntos de la recta se puede graficar la función afín. Además de la variación de la función lineal, es decir favoreció para deducir las propiedades de la función lineal y la interacción de los alumnos. 	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante fue capaz de comprender la noción de la función lineal. • Con la utilización del programa Geogebra crea en el estudiante un mayor interés y comprensión a través de la manipulación de datos al graficar funciones afines. • La presentación creativa del archivo en Word de las gráficas del programa geogebra con diseños de borde y color.