



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

**TÍTULO DEL TRABAJO**

LA UTILIZACIÓN DE DIFERENTES CONTEXTOS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA A ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA DEL MILENIO “COCHASQUÍ” DEL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL PARALELO “A”.

**AUTOR**

RAÚL VINICIO HERMOSA MEZA

CI: 1712160637

**NOMBRE DEL TUTOR**

Ph.D. MANUEL SOL PUIG

**TÍTULO QUE OTORGA**

MASTER EN EDUCACIÓN, CON MENCIÓN EN:

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

**FECHA:**

20 DE OCTUBRE 2018

**AZOGUES – ECUADOR**



## Resumen

El presente trabajo se refiere a la utilización de diferentes contextos en la enseñanza de la geometría analítica a los estudiantes de segundo año de bachillerato, estos contextos han sido tomados del medio en el que viven los jóvenes y aplicados específicamente a ciertos contenidos programáticos de varios de los capítulos de la geometría analítica que se imparte en el bachillerato. Cada una de las 8 sesiones realizadas resalta distintas formas de programar una clase dentro y fuera del aula. Durante la implementación se obtuvieron resultados como, crear un ambiente de motivación para cada sesión, mayor interacción entre estudiantes y docente, mejor comprensión de las aplicaciones de la geometría, podemos concluir que a través de esta propuesta se llegó a dar un mejor significado al conocimiento impartido y alcanzar los objetivos propuestos para la unidad.

**Palabras Claves:** Contextos, Cochasquí, fotografía matemática.

## Abstract

The present work refers to the use of different contexts in the teaching of analytical geometry to the second year students of high school, these contexts have been taken from the environment where young people live and it is applied specifically to certain programmatic contents of several chapters of the analytical geometry that is taught in the baccalaureate. Each of the 8 sessions carried out highlights different ways of programming a class inside and outside the classroom. During the implementation we got results as: To create an environment of motivation for each session, greater interaction between students and the teacher, a better understanding of the applications of geometry, we can conclude that through this proposal we came to give a better meaning to knowledge taught and achieve the objectives proposed for the unit.

**Keywords:** Contexts, Cochasquí, mathematical photography.



## INDICE.

1. Introducción.....	5
1.1. Intereses y contextualización de su labor docente.....	5
1.2. Estructura de dossier o memoria.....	6
2. Presentación de la unidad implementada.....	7
2.1. Presentación de objetivos.....	7
2.2. Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.....	8
2.3. Diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.....	9
2.4. Actividades de evaluación.....	13
3. Implementación de la unidad didáctica.....	14
3.1. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas.....	14
3.2. Resultados de aprendizaje de los alumnos.....	19
3.3. Descripción del tipo de interacción.....	21
3.4. Dificultades observadas.....	23
4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica.....	25
4.1. Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora.....	25
5. Reflexiones finales.....	28
5.1. En relación a las asignaturas troncales de la maestría.....	28
5.2. En relación a las asignaturas de la especialidad.....	30
5.3. En relación a lo aprendido durante el TFM.....	30
6. Referencias bibliográficas según la normativa APA.....	32
7. AUTOEVALUACIÓN.....	33
8. ANEXOS.....	36



## CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TFM



Javier Loyola, 28 de noviembre de 2018

Yo, RAÚL VINICIO HERMOSA MEZA, autor/a del Trabajo Final de Maestría, titulado: LA UTILIZACIÓN DE DIFERENTES CONTEXTOS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA A ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA DEL MILENIO “COCHASQUÍ” DEL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL PARALELO “A”., estudiante de la Maestría en Educación, mención MATEMÁTICA con número de identificación 1712160637, mediante el presente documento de constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

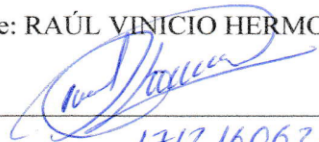
1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: RAÚL VINICIO HERMOSA M.

Firma: \_\_\_\_\_

  
171216063-7



## 1. Introducción

### 1.1 Intereses y contextualización de su labor docente

La enseñanza de la matemática siempre ha constituido un reto para el maestro, tratar de llegar con el conocimiento, esperando lograr la atención del estudiante, pretendiendo que su emoción sea compartida por toda su aula de clase. Nosotros los docentes tenemos que siempre buscar nuevas formas de impartir la clase para hacerla más dinámica y no caer en la monotonía y el aburrimiento que es uno de los obstáculos que surgen en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Durante las clases de la maestría he aprendido algo muy importante que como docente lo aplicaba, sin darle mayor importancia. La capacitación que he recibido me ha enseñado que podemos trabajar de manera diferente, haciendo las clases más dinámicas, menos aburridas, creando un ambiente de interacción entre el alumno, el docente, el conocimiento y recursos que encontramos en nuestro medio. Es así como pretendo utilizar diferentes contextos en la enseñanza de un capítulo de la matemática, así como también la etnomatemática y la fotografía matemática que lo podemos aplicar en cualquier año, nivel y tema, dependiendo únicamente de la imaginación del docente y de su capacidad para adaptar los diferentes contextos en su labor diaria.

Los contextos constituyen una alternativa para mejorar la atención del estudiante, lograr su participación y su curiosidad por la ciencia. “El contexto se lo puede considerar como el entorno del objeto matemático” o también “como un ejemplo particular de un objeto matemático” Tomado de: (Font, contextos y problemas plataforma Universidad de Barcelona, Introducción a la Didáctica de la Matemática).



La etnomatemática nos ayuda a comprender nuestra historia y resolver problemas que nuestros antepasados ya lo pensaron, su utilización puede ser motivadora para el estudiante. La fotografía matemática nos ayuda a ver las cosas desde el punto de vista matemático, a pensar que la ciencia está a nuestro alrededor y en todo momento, su utilización nos puede dar muy buenos resultados en el proceso de enseñanza de la matemática, en especial de la geometría.

Siempre me he preguntado qué pasaría si se logra que el estudiante y los docentes de la cátedra de Matemática lleguemos a ver el mundo con ojos matemáticos, tratar de ver nuestra aula como un objeto matemático con áreas, con volúmenes, con rectas paralelas, con ángulos, etc... y así todo nuestro alrededor creo se terminarían nuestros problemas sobre la enseñanza de las ciencias.

## 1.2 Estructura de dossier o memoria

A continuación, se realiza la presentación del TFM para lo cual se ha tomado como referencia la guía respectiva para la implementación de la unidad didáctica. En la primera parte se tienen los objetivos de aprendizaje a los cuales se quiere llegar con nuestros aprendizajes conjuntamente con los contenidos y las actividades a realizarse tanto de aprendizaje como de evaluación para lo cual se trabajará con las planificaciones curriculares respectivas. En la segunda parte se hace referencia a la implementación de la unidad didáctica en donde aparecerán como evidencias las actividades que cada uno alumnos han realizado. En la tercera parte tenemos las actividades a realizarse con los estudiantes de la Unidad Educativa del Milenio “Cochasquí”. En la cuarta parte se encuentra la valoración de la unidad didáctica, con las respectivas propuestas de mejora. En la quinta parte se realizan



las reflexiones finales. En la sexta parte la bibliografía y al final tendremos la autoevaluación de los aprendizajes adquiridos.

## 2. Presentación de la unidad implementada

### 2.1 Presentación de objetivos

Luego del trabajo de implementación de la unidad didáctica se pretende que los estudiantes lleguen ser capaces de alcanzar los siguientes objetivos.

#### **Objetivo general:**

“Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación y el uso de modelos funcionales, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto”. (Ministerio de Educación, 2016)

#### **Objetivos Específicos.**

- Aplicar las definiciones de la distancia entre dos puntos en la resolución de problemas propuestos como también de la vida cotidiana de una manera lógica.
- Deducir y calcular las áreas de diferentes polígonos mediante la utilización de material manipulativo, empleando actividades lúdicas y el plano cartesiano.
- Identificar la pendiente de una recta a partir de la variación de la altura con respecto a la longitud horizontal, utilizando diferentes contextos de la localidad.
- Determinar la posición relativa de dos rectas en el plano (rectas paralelas, perpendiculares que se cortan), mediante la utilización de contextos matemáticos y la resolución de problemas.
- Determinar la ecuación de la recta en el plano a partir de su pendiente y la ordenada en origen, mediante la resolución de problemas y la utilización del GeoGebra.



- Utilizar las tecnologías de información y comunicación en la realización de gráficos geométricos y el cálculo de distancias, pendiente, áreas de figuras geométricas.
- Resolver problemas situados en diferentes contextos aplicando lo aprendido en la unidad mediante la correspondiente reflexión sobre el uso de la matemática en la vida real.

## 2.2 Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales

La enseñanza de la matemática tiene como función principal el desarrollar las habilidades de razonamiento, de pensamiento, de comunicación, aplicación y valoración entre las ideas y los contextos en los cuales se desenvuelve el estudiante.

El nuevo currículo del área de matemática para bachillerato contempla 3 bloques curriculares: Algebra y funciones, geometría y medida, estadística y probabilidad. Dentro del segundo bloque curricular se tiene a la geometría que muchas de las veces no se la da la importancia necesaria, es así que tomando en cuenta la flexibilidad que se manifiesta en la nueva propuesta curricular propongo la implementación de la unidad didáctica con el tema para segundo de bachillerato sobre “La utilización de diferentes contextos en la enseñanza de la geometría analítica”. Al haber realizado el diagnóstico respectivo es necesario empezar la geometría analítica con los temas que se propone a continuación.

### **Contenidos a impartir:**

En una de las unidades que se imparte en el segundo año de Bachillerato General Unificado se encuentra la geometría analítica entre sus temas principales esta la recta y las cónicas por tal razón realizo esta propuesta de implementación para enseñar los siguientes temas utilizando diferentes contextos, los cuales pienso adecuarlos y organizarlos en 14 periodos de clase.





A continuación, se encuentran un resumen de los contenidos que se pretende impartir a los estudiantes.

### **Geometría analítica:**

#### **Tema 1: Coordenadas rectangulares y distancia entre dos puntos**

Deducción de la fórmula de la distancia entre dos puntos.

Problemas de aplicación.

#### **Tema 2: Área de un polígono en función de las coordenadas de sus vértices**

Deducción de la fórmula del área de un polígono en el plano cartesiano.

Calculo de áreas de polígonos

#### **Tema 3: Inclinación y pendiente de una recta**

Deducción de la fórmula de la pendiente y ángulo de inclinación de una recta.

Análisis de las pendientes y ángulos de inclinación de diferentes accidentes geográficos.

#### **Tema 4: Ecuación de la línea recta.**

Forma pendiente y ordenada en el origen

Resolución de problemas a través de la modelización matemática.

### **2.3 Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.**

Para llevar a cabo todas las clases se propone varios contextos, diferentes actividades, métodos y estrategias de aprendizaje que nos ayuden a cumplir con los objetivos y completar los contenidos.



## Clase 1 y 2

Para realizar esta clase se tomará en cuenta como contexto el patio de la institución, específicamente la cancha de básquet la cual se encuentra dividida en partes semejante a un plano cartesiano de un tamaño muy grande. En cada vértice de los cuadrados ubicaremos conos de tal manera que se pueda observar claramente los puntos de nuestro plano. (Ver anexo 1. Clase 1).



Imagen 1. Formación de un Plano Cartesiano en la Cancha de Básquet.

Otro de los contextos utilizados para enseñar este tema es la fotografía matemática, para lo cual se necesita una fotografía satelital de la ciudad de Tabacundo, las cuadradas de la ciudad asemejan las divisiones del plano cartesiano.

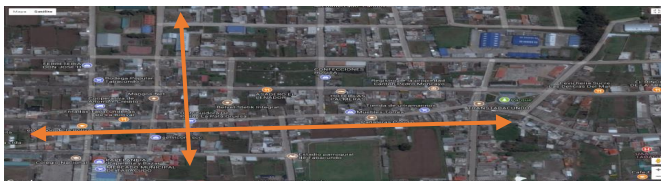


Imagen 2. Fotografía Satelital de Tabacundo. <http://karta-online.com/es/cities/tabacundo-ecuador>.

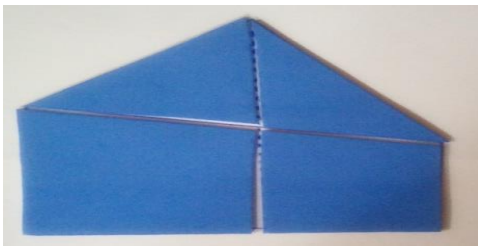
Una de las estrategias que se utilizará es la de solución de problemas en la cual se debe hallar la distancia entre dos puntos, pero para resolver este problema nos hemos planteado como objetivo la deducción de la fórmula de distancia entre dos puntos utilizando las coordenadas rectangulares. Además, para conseguir este propósito se han planteado varias



actividades que llevarán a realizar grupos de discusión con la información recolectada. (**Ver Anexo 2. Clase 2).**

Clase 3, 4, 5, 6, 7.

Para cumplir con los objetivos planteados en estas clases referente al área de polígonos utilizaremos varios contextos y estrategias. En la clase 3 la elaboración de un rompecabezas por parte de los estudiantes bajo las indicaciones del docente ayuda a propiciar una clase activa. Este aprendizaje estará basado en el trabajo en equipos a manera de incidente crítico ya que cada grupo va a plantear nuevas y novedosas alternativas para deducir el área de un polígono en el plano cartesiano, luego se presentará una plenaria de cada equipo y finalmente el docente recoge todas las propuestas aclarando las dudas y ordenando las ideas. (**Ver anexo 3. Clase 3).**



*Imagen 3.* Rompecabezas para Realizar Operaciones con Áreas.

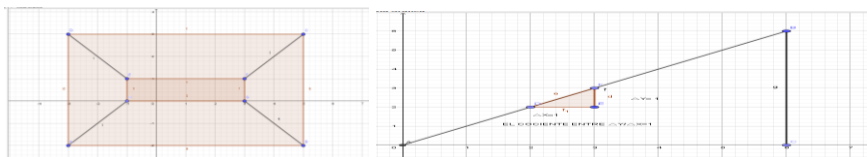
En la clase 4 nuestro contexto será el parque arqueológico Cochasquí situado a varios kilómetros al sur de nuestra institución, como estrategias a utilizarse será la salida de observación con varias actividades oportunamente planificadas para realizarse en forma grupal, como son la recolección de información en el lugar, el trabajo en equipo y la organización de datos.



*Imagen 4.* Fotografías pirámides de Cochasquí.

Luego con la información recogida de las pirámides tenemos como estrategia la solución de problemas en la que los estudiantes tendrán que aplicar los conocimientos adquiridos en resolver problemas en un contexto real, además de la utilización de las tecnologías de información y comunicación como el GeoGebra para la elaboración de los gráficos respectivos. **(Ver anexo 5. Clase 5).**

Para la clase 6 realizaremos la comparación de varias de las rampas de las pirámides con diferentes medias donde se observe la diferencia de sus inclinaciones en función de la variación de las alturas para lo cual utilizaremos el GeoGebra como técnica para llegar a visualizar las diferencias y semejanzas, así como también los cambios del ángulo de inclinación y la pendiente. Otro contexto también es la fotografía de los accidentes geográficos de nuestro alrededor lo lleva a los estudiantes a relacionar la teoría con la práctica de la matemática en la vida real al encontrar la pendiente de las montañas y su ángulo de inclinación. **(Ver Anexo 6. Clase 6).**



*Imagen 5.* Gráficos de las pirámides y rampas en GeoGebra.

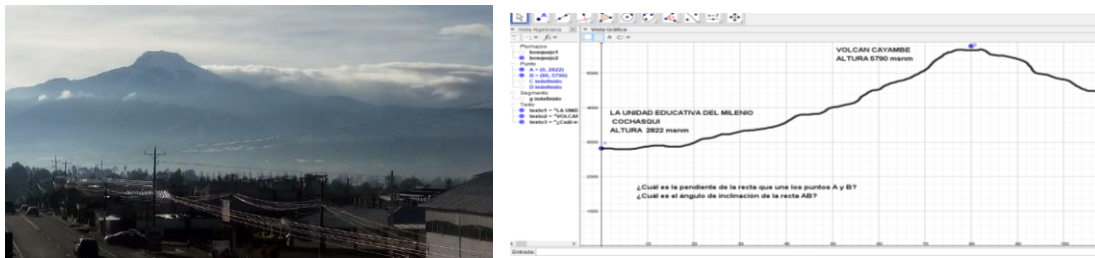


Imagen 6. Fotografía del nevado Cayambe. Imagen 7. Representación en GeoGebra.

Finalmente, en la clase 8 sobre la ecuación de la recta el contexto a utilizarse será el del software amigable como es el GeoGebra, para lo cual trabajaremos proponiendo un problema de la vida cotidiana referente al funcionamiento básico de un taxímetro, con esto generaremos los procesos de inducción y construcción del conocimiento, los gráficos correspondientes y a través de la modelización matemática llegaremos a establecer la respectiva ecuación. (Ver Anexo 8. Clase 8).

## 2.4 Actividades de evaluación

La evaluación diagnóstica, formativa y sumativa deben ser parte primordial del proceso de enseñanza aprendizaje, deben concretarse en forma continua para realizar las intervenciones de una manera oportuna.

La evaluación consiste en varias actividades en las que constan preguntas que harán reflexionar a los estudiantes sobre el contexto planteado para cada clase, así como la solución de diferentes tipos de problemas. (Ver Anexo 9. Actividades de evaluación).

Los refuerzos de las clases constituyen una necesidad importante en el proceso de enseñanza aprendizaje, en matemática el desarrollo de problemas hace que el estudiante desarrolle varias destrezas como las de analizar, abstraer, deducir, graficar, interpretar etc.



Además, se crea la capacidad de perseverancia en el alumnado cualidad que le va servir durante toda su vida.

Es así como se propone varias actividades de refuerzo que serán realizadas por los estudiantes durante la implementación de la unidad. (Ver anexo 10. Actividades de refuerzo).

Además, se tomará en cuenta los trabajos realizados en clase (carteles, exposiciones) resultado de las actividades que deben elaborar los estudiantes tanto grupales como individuales.

### **3. Implementación de la unidad didáctica**

#### **3.1 Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas.**

Al inicio de cada año lectivo se realiza la planificación tomando las directrices que envía el Ministerio de Educación, es así como en el nuevo currículo 2016 se toma muy en cuenta la flexibilidad del currículo, este criterio ha servido para que los planteles educativos elaboren su PCI (Plan curricular institucional) reflexionando sobre las propias necesidades institucionales.

Los resultados de la evaluación diagnóstica que se la realiza al empezar el año lectivo producen datos importantes para cada una de las asignaturas, en nuestro caso en particular ayudan a constatar las destrezas matemáticas alcanzadas, identificar el desarrollo de los procesos de enseñanza aprendizaje, los niveles de desempeño a los cuales han llegado los estudiantes y de acuerdo a esto planificar los nuevos contenidos a tratar para el siguiente periodo. (Ver anexo 13. Planificación de la unidad).

En el currículo para segundo año de bachillerato en el bloque de geometría y medida se contempla el estudio de las cónicas (parábola, elipse e hipérbola) pero según nuestro



diagnóstico los estudiantes no conocen los primeros temas de la geometría analítica ya por diferentes causas no fueron tomados en cuenta en cursos anteriores, por tal razón es necesario retomarlos en la unidad que se va a implementar que va a resultar de mucho beneficio para proseguir en los siguientes contenidos de la geometría.

Es así como planteo varias clases cuyos contenidos se refieren a temas de la geometría analítica que por su importancia y aplicación son necesario e imprescindibles tomarlos en cuenta para el segundo año de bachillerato general unificado de la Unidad del Milenio “Cochasquí”.

Para poder llegar de mejor manera a implementar estos contenidos se plantean contextos para cada una de las clases a impartir: el patio de la institución, la fotografía satelital de Tabacundo, material manipulativo, el parque arqueológico Cochasquí, la fotografía de accidentes geográficos, el software matemático. La utilización de estos entornos del objeto matemático constituye la base de nuestro trabajo de implementación para poder cumplir con los objetivos planteados.

Otra estrategia utilizada para llegar a cumplir con los contenidos previstos en la geometría analítica es la utilización de problemas matemáticos contextualizados, con los cuales se realizará la introducción en cada una de las clases previstas. Estos tipos de problemas hacen a la clase sea más interesante ya que intervienen cuestiones del medio en que se desenvuelve el estudiante. Las actividades realizadas provocaron expectativas en los estudiantes debido a lo novedoso que resultó llegar a establecer una definición matemática a partir de la resolución de un problema.

Es necesario considerar que se debió adaptar la temporalidad en la clase 1, ya que varias de las actividades nos llevaron más tiempo de lo planificado. Por ejemplo, en esta clase donde los estudiantes realizaron actividades en el patio como medir las distancias entre cada





uno de los conos colocados en los vértices de cada cuadro, lo cual nos llevó más tiempo de lo planificado y fue necesario realizar adaptaciones en el periodo dedicado para cumplir con esta actividad. Es así que se realizaron las actividades propuestas en horas adicionales para culminar con el objetivo y terminar con el contenido previsto el cual fue deducir la fórmula de la distancia entre dos puntos.

En la clase 2 se inició dando a conocer nuestro objetivo el consistía en aplicar la fórmula de la distancia en problemas prácticos, para lo cual se observaron las fotografías satelitales de Tabacundo, mediante la lluvia de ideas cada estudiante ubicaba lugares importantes como el parque principal, el estadio, su anterior institución educativa, luego siguiendo las actividades entregadas en hojas impresas a cada estudiante dibujaron un plano cartesiano surgieron preguntas como: ¿Dónde ubicamos el origen del plano? ¿Cuál es la parte positiva o negativa de cada eje? A continuación, se ubicaron sobre la fotografía satelital dos puntos y sus respectivas coordenadas, a través de la fórmula de la distancia entre dos puntos se halló la longitud la cual se multiplicó por 50 ya que se adecuó el problema suponiendo que cada manzana de la ciudad es cuadrada y mide 50m cada lado. Esta condición se manifestó al inicio de la clase, por esa razón la respuesta a nuestro problema es aproximada.

Puedo enunciar la clase 3 sobre el área de los polígonos, donde se utilizó materiales para formar un rompecabezas, el material concreto incentivó la participación de los estudiantes, la reflexión, la comunicación entre ellos al trabajar y formar las figuras donde existió un diálogo sobre el tamaño, los colores, la representación de sus vértices. Además de múltiples preguntas al docente como: ¿para qué nos va a servir el rompecabezas si queremos deducir una fórmula?, ¿Qué relación existe entre el plano cartesiano y el rompecabezas?, etc. La clase fue dinámica y concluyó en la construcción de su propio conocimiento por parte del alumno lo cual en una clase tradicional no se hubiera podido lograr. Al inicio de la clase se





orientó a los estudiantes que nuestro propósito era el de llegar a deducir la fórmula del área de los polígonos en el plano cartesiano mediante la manipulación de material concreto. Para lo cual se entregó a cada estudiante hojas impresas con cada actividad a seguir, después se elaboró el rompecabezas con cartulinas o fomix, luego se realizaron formas mediante el juego moviendo las partes y obteniendo figuras geométricas variadas. La parte lúdica hizo que podamos sumar y restar áreas de los entes geométricos como la de los trapecios y triángulos ( $\text{Área ABED} + \text{Área BCFE} - \text{Área ACDF} = \text{Área ABD}$ ), estas operaciones fueron representadas con sus respectivas figuras en el plano cartesiano colocando en cada vértice sus respectivas coordenadas y calculando las áreas en función de cada coordenada. Al final se realizaron exposiciones grupales sobre el rompecabezas que fue dibujado en el plano, las figuras que se formaron y las operaciones entre las áreas con las que se dedujo la fórmula del área requerida. Como docente tenía que estar pendiente de la correcta realización de las operaciones y que las fórmulas estén correctamente escritas para que lo expuesto por los estudiantes guarde una lógica. Al final se realiza el resumen correspondiente por parte del docente indicando cada una de las fases que se desarrolló para llegar a concretar nuestro objetivo.

La clase 4 que fue la visita de observación al parque arqueológico Cochasquí, se la realizó bajo todas las normas que exigen las autoridades institucionales, al inicio se orientó sobre las incógnitas que el estudiante debía responder como: ¿Cuál es la medida del largo?, ¿cuál es la medida del ancho de 2 de las pirámides?, ¿Qué altura alcanza la rampa de una pirámide?. A partir del ingreso se tuvo la oportunidad de recibir la charla de los técnicos en turismo que nos guiaron y brindaron información importante sobre la edificación de las pirámides. Luego se realizó la recolección de información mediante la medición de las magnitudes de las pirámides para lo cual se usó cintas métricas de 20 y 30 metros de longitud,



en el bosquejo de las pirámides se ubicaron todos los datos que tomaban cada grupo los cuales serían utilizados en la siguiente clase para calcular el área sobre la cual están construidas, la pendiente y ángulo de inclinación de las rampas.

En la clase 5 se utilizó la información recolectada para la solución de un problema en un contexto real aplicando la fórmula deducida del área de un polígono, para lo cual se siguió el siguiente proceso: se pide a los estudiantes que los datos obtenidos en la clase anterior los lleven a un sistema de coordenadas cartesianas en una escala conveniente, luego la obtención de los vértices de la pirámide en función de las coordenadas  $(x,y)$ , la aplicación de la fórmula del área de un polígono a través de sus puntos y finalmente la exposición de las áreas obtenidas. Como consecuencia de este proceso surgieron preguntas por parte de los estudiantes como las siguientes: ¿Cómo podríamos verificar los resultados? y ¿Podríamos aplicar otro método para hallar el área? Es decir, hubo reflexión sobre las formas para hallar el área de figuras geométricas las cuales fueron aclaradas por el docente.

La clase 6 consistió en llegar a las definiciones de pendientes y ángulo de inclinación a través de la variación de la altura de las rampas con respecto a la longitud horizontal, el uso del método inductivo y la guía de los pasos a seguir mediante las actividades propuestas hizo que se consiga el objetivo deseado. En la clase 7 se consolidó el conocimiento mediante la resolución de problemas en el contexto real donde se pide calcular las pendientes y los ángulos de inclinación de montañas que están alrededor de la población. Existieron varias preguntas que hicieron reflexionar a los estudiantes como: ¿Por qué en lugar de gradas se construyeron rampas?, la respuesta de la mayor cantidad de estudiantes en las actividades de evaluación fue que “es más fácil subir una rampa que las gradas especialmente cuando se lleva carga”. Lo cual nos demuestra que la clase logró uno de sus objetivos.



Durante la clase 8 se propone el desarrollo de un problema matemático en un contexto determinado y la utilización del GeoGebra para llegar a la solución, de igual manera se propuso varias actividades donde el estudiante va reflexionando, como la elaboración de una tabla de valores, donde observe el cambio de los valores de las variables, la elaboración de un gráfico en el plano cartesiano y la deducción del modelo de función que representa. Mediante el uso del GeoGebra se compararon las distintas ecuaciones de la recta cambiando la pendiente y la ordenada en el origen.

A través de las actividades de evaluación propuestas para cada uno de los temas a tratar se pudo verificar y constar que los contenidos propuestos hayan sido los adecuados.

### **3.2 Resultados de aprendizaje de los alumnos.**

Con respecto a los aprendizajes de los alumnos podemos realizar varias consideraciones: en la clase 1 a través de la observación, la participación en la simulación del plano cartesiano, la medición de longitudes y luego las actividades realizadas en la clase se llegó a deducir la fórmula de la distancia entre dos puntos que era parte de nuestro objetivo, luego fue necesario realizar varios ejercicios sobre la utilización de la fórmula  $d^2=(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2$ , ya que a pesar de que estamos trabajando con estudiantes de bachillerato se pudo observar que no podían manejar bien esta ecuación y era necesario reforzar la parte mecánica.

Durante la clase 2 cuyo problema era encontrar la distancia entre dos lugares de Tabacundo teniendo herramienta la fotografía satelital se pudo observar en los alumnos la comprensión de los contenidos impartidos ya que al revisar sus trabajos los resultados de la gran mayoría fueron aceptables.

La clase 3 hizo que realmente se aplique la construcción del conocimiento mediante la utilización de material manipulable, logrando grandes avances, pues se dio el intercambio



de criterios y opiniones entre estudiantes y docente, todo esto se complementó al lograr aplicar los conocimientos en la resolución de un problema real como fue lo de encontrar el área de una de las pirámides de Cochasquí (clase 4 y 5). (Ver Anexo 11. Fotografías de la salida de observación al parque arqueológico Cochasquí).

Nuestra institución empezó a funcionar hace 6 meses cuyo nombre es Cochasquí en consideración al parque arqueológico del mismo nombre, al realizar la salida de observación los estudiantes entendieron por qué nuestra institución lleva esta designación. Y comprobaron su gran importancia no solo en la histórica, pero sobretodo en la ciencia.

La salida de observación al parque arqueológico produjo que los estudiantes reflexionen sobre la gran importancia de conocer la matemática al realizar preguntas sobre ¿Cómo se construyeron las pirámides? ¿Cómo realizaban las mediciones? ¿Cuáles fueron los instrumentos que utilizaban para medir? ¿Cuánto tiempo se demoraron en construirlas? ¿Cuántos hombres se necesitaron para construir las edificaciones? ¿Cuál es el área que ocupan?, cuestiones que sirven para plantear problemas como el de calcular el área sobre la cual están construidas las pirámides. Es así que en la clase 5 se pudo aplicar la fórmula del área de un polígono tomando en cuenta la información recolectada, verificando el objetivo logrado al revisar los trabajos de los estudiantes.

Durante la clase 6 y 7, utilizando información sobre los elementos de la naturaleza que están a nuestro alrededor, en este caso la montaña del Mojanda y el nevado Cayambe el estudiante aplicó los conocimientos de pendiente y ángulo de inclinación y entendió el verdadero significado de estos términos geométricos que es parte de nuestro objetivo.

En la clase 8 se logró un gran intercambio de criterios y situaciones al interpretar el problema del taxi y recordar experiencias individuales, lo que provoco la interacción entre estudiantes y docente y el análisis de las situaciones hasta llegar a nuestro objetivo.



Al realizar las respectivas actividades de evaluación, fue muy positivo verificar que los aprendizajes que se lograron fueron los planificados, ya que no solo los estudiantes resolvieron ejercicios si no también problemas en los cuales se aplica el razonamiento, lo que implica el hacer realmente matemática.

Puedo acotar que los procesos de aprendizaje utilizando contextos de nuestro medio atrajo mucho la atención y produjo un buen desenvolvimiento por parte de los estudiantes, como docente fue muy gratificante culminar con cada una de las sesiones y verificar que se pudo llegar al aprendizaje culminando con el objetivo propuesto, haber realizado una clase diferente para cada tema evito el aburrimiento y el cansancio.

De estos resultados obtenidos puedo manifestar que el haber realizado la intervención ha significado un aumento en los porcentajes de aprendizajes. Claro que siempre existirán problemas, pero en menor cantidad.

### **3.3 Descripción del tipo de interacción**

Considerando la interacción como las relaciones sociales existentes entre las personas, puedo manifestar que durante la implementación de la unidad didáctica se ha tenido una muy grata experiencia.

En las clases impartidas fue necesario establecer varias estrategias para promover la interacción entre estudiante y el docente a continuación enunciaremos varias de ellas y sus aplicaciones en las diferentes sesiones.

Al iniciar la clase 1 se realizaron subgrupos de trabajo, en esta estrategia los estudiantes se organizaron y fueron dividiendo las actividades según las características de cada uno de ellos nombrando un coordinador, un secretario y quienes van a realizar las mediciones necesarias en las actividades fuera del aula. Se manifestaron interacciones sumamente interesantes entre estudiantes al formar el plano cartesiano en el patio de la institución hubo



una relación de cordialidad y compañerismo, durante el trabajo grupal las conversaciones radicaban sobre cuestiones matemáticas como la forma la figura que se formaban con los conos, entre estudiantes y docentes al aclarar a las dudas sobre el trabajo a realizar haciendo preguntas como ¿Cuál es el origen del plano cartesiano en la cancha? ¿Cuáles son los ejes X o Y? ¿Qué puntos son los que se toman de referencia?, la integración de grupos de trabajo ayudó a conseguirse una sana competencia.

La fotografía satelital de la ciudad “Tabacundo”, sirvió como estrategia para producir una gran comunicación debido a que muchos de los estudiantes podían mirar la ubicación de sus lugares de residencia, de los trabajos de sus padres, hogar de sus familiares, cuales estudiantes son sus vecinos, los caminos por los cuales circulan diariamente y la distancia que recorren al desplazarse de un punto a otro de la ciudad.

La construcción del rompecabezas con los estudiantes sirvió como estrategia para producir un debate entre los miembros de cada grupo. La división del trabajo manual para recortar el fomix, las cartulinas, realizar las mediciones, el intercambio de ideas entre ellos fue sumamente fructífero ya que mediante las actividades que se había llegado a una especie de competencia entre los diferentes grupos que querían ser los que primero lleguen a establecer la fórmula del área de los polígonos. La adecuación que se hizo para esta clase fue sumamente pertinente.

La salida de observación hacia las pirámides de Cochasquí se constituyó en una gran estrategia para unir a todo el curso, con anticipación se organizaron para llevar los materiales necesarios e inclusive el refrigerio donde se pudo observar gran solidaridad entre ellos al compartir sus alimentos en el momento del descanso. Al realizar las mediciones de las pirámides demostraron su buena comunicación organizándose al repartirse el trabajo eligiendo a los compañeros que utilizarían las cintas métricas, a escribir las medidas, van a



sumar las distancias. El docente siempre realizando las respectivas observaciones sobre lo que se va a medir de las pirámides y llamando la atención para el trabajo en conjunto.

Todas las clases tuvieron su nivel de interacción entre estudiantes y docente lo que hizo que sean más atractivas, algo que me llamo la atención es que en ninguna de las sesiones los estudiantes estuvieron desmotivados, al contrario, estaban siempre pendientes de terminar con las actividades a ellos encomendadas.

### **3.4 Dificultades observadas.**

Durante la intervención que se aplicó a los estudiantes del segundo año paralelo “A” de la Unidad Educativa del Milenio “Cochasquí” he observado varias dificultades y contratiempos unas que salen de las manos del docente y otras que pueden ser previstas.

Al inicio de la intervención durante la clase en la que se debían realizar las actividades fuera del aula apareció una dificultad, la del estado del tiempo, se encontraba lloviendo durante esa hora, lo que hizo que se pierda tiempo sumamente valioso.

Otra de las dificultades que encontré es que los estudiantes no recordaban ciertos conocimientos previos, por ejemplo, el área de los trapecios, el desarrollo de un determinante. Luego de su revisión y recordatorio se pudo seguir con el tema planificado, haciendo hincapié en lo importante que es tener en cuenta los aprendizajes logrados en las clases de años anteriores para entender los futuros capítulos de la matemática.

Además, se observó muchos errores en el manejo de la fórmula de la distancia, equivocaciones como el orden de los puntos ¿Cuál es el punto uno o el punto dos?, ¿Cambia la respuesta si cambiamos el orden de los puntos? Estos errores se los pudo disminuir con la realización de ejercicios adicionales de refuerzo.



En los problemas de áreas de igual manera el orden en el que debemos ubicar los puntos fue un problema al inicio, así como también qué sucede si tomamos los puntos en dirección horaria o anti horaria fueron inquietudes que se las pudo aclarar mediante la solución de un número mayor de ejercicios propuestos. Debo considerar también en la clase 5 los estudiantes utilizaban mucho tiempo en hallar el área del polígono a pesar del estudio de la fórmula en forma de determinantes, los errores en las operaciones fueron muy frecuentes.

La gran mayoría de los estudiantes desconocían la aplicación del GeoGebra, en los años anteriores nunca trabajaron con este programa de gran utilidad en el aprendizaje de nuestra asignatura. Se pudo palpar que muchos de ellos no tenían computadores personales, ni acceso a internet en sus hogares, siendo este un problema sumamente grave para el acceso a una educación de calidad. Lo cual nos obligó a utilizar otras estrategias y recursos como la utilización del laboratorio de computación en las horas de la cátedra de Matemática durante varios días para enseñar el manejo del GeoGebra, además como recurso adicional se observó que casi todos los alumnos tenían celulares de última generación con los cuales se pudo bajar esta aplicación para que puedan practicar o hacer tareas en sus hogares.

Los estudiantes no estaban relacionados con el proceso de aprendizaje constructivista, estaban acostumbrados a que el docente sea quien realice todo el trabajo en el pizarrón y que luego comience la resolución de problemas en la clase, aceptando todo lo que decía el maestro, replicando la forma como trabaja el docente sin mayor juicio crítico sobre lo que se hace en clase y tampoco interviniendo en los temas que son tratados.

Al iniciar la primera clase los alumnos no entendían el porqué de las actividades que realizaban a pesar que previamente se conversó a manera de inducción sobre la implementación que estamos aplicando. La enseñanza tradicional que por muchos años tuvimos que presenciar ha hecho que los jóvenes se acostumbren a esa metodología y la





hacen parte de la vida estudiantil sin pensar que existen nuevas formas de aprender donde el centro del proceso enseñanza aprendizaje no es el docente ni los contenidos sino más bien el alumno sobre quien recae la mayor cantidad de actividades dentro del aula de clase. La implementación logró que el estudiante tenga una nueva visión de cómo tiene que ser el aprendizaje, al encontrarse con actividades que guiaban su proceder, al discutir con sus compañeros sobre las diferentes alternativas, al encontrar las posibles soluciones y constatar los resultados obtenidos.

También debo considerar que al realizar la implementación del TFM, en las primeras clases el tiempo fue un factor importante ya que en algunas de las actividades nos faltó varios minutos para completarlas. Como consecuencia de este contratiempo iban a quedar trabajos sin completar, afortunadamente teníamos las primeras horas de la jornada matutina y consideramos minutos adicionales.

En la intervención he podido observar que se deben hacer cambios en la manera de llegar al estudiante, ya que muchos de ellos consideran la matemática aburrida, pero a través de actividades en diferentes contextos. Si cada clase es diferente, se crea más expectativas, llama la atención de los estudiantes los cuales demuestran mayor interés.

#### **4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica**

##### **4.1 Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora**

**Idoneidad Epistémica.** – En la clase 3 se pidió a los estudiantes que realicen un rompecabezas con cartulina o fomix, ellos se sintieron incómodos ya que no percibieron la relación que existía entre el área de un polígono utilizando las coordenadas cartesianas con el rompecabezas, al final de las actividades se dieron cuenta de la importancia de haber realizado la actividad previa, que enseñó a recordar las operaciones entre áreas de cuerpos



geométricos, mostrando una situación en un contexto diferente. De igual manera podemos tomar en cuenta las clases 1 y 2 donde se presentan problemas con diferentes contextos donde identificamos los diversos objetos que intervienen en las clases de matemática.

**Idoneidad Cognitiva.** – En la clase 6 una de las actividades era de encontrar el ángulo de inclinación de la recta, en este punto se observó que faltaron los conocimientos previos, muy pocos estudiantes recordaban las respectivas fórmulas de las funciones trigonométricas que debían utilizar, como docente tuve que hacer un paréntesis en ese instante para recordar cómo se halla los ángulos en un triángulo rectángulo además realizar varios problemas que relacionados con lo que se pedía en la actividad. También podemos acotar que al finalizar los temas se propone actividades de evaluación que propician la reflexión y la práctica sobre lo aprendido como también actividades de refuerzo que ayudan a consolidar los aprendizajes y que sean significativos.

**Idoneidad Interaccional.** - Entre una de las interacciones puedo mencionar la clase 1 donde hubo la interacción docente-dicente al realizar varias de las actividades como también al trabajar en conjunto en la cancha de básquet colocando los respectivos conos. En la clase 3 donde se trató de llegar a consensos con base a los mejores argumentos, al realizar las exposiciones se propició el dialogo como recurso para llegar a cumplir objetivos comunes. En la clase 4 se observó una gran interacción entre dicentes al tomar las medidas de 2 de las pirámides de Cochasquí, que por su gran tamaño obligaba al trabajo conjunto de cada miembro del grupo, unos tomaban las cintas métricas, otros tomaban datos, otros ayudaban a mover los obstáculos que encontraban, etc.

**Idoneidad Mediacional.**- En la clase 1 utilizamos conos para simular un plano cartesiano en el patio de la institución, durante la clase 2 utilizamos fotografía satelital para observar en nuestro medio planos cartesianos gigantes dentro de las ciudad, en la clase 7 se utilizó



fotografía matemática de accidentes geográficos que se encuentran a nuestro alrededor lo cual permitió entender la definición de pendiente y ángulo de inclinación, en la clase 3 se utilizó material manipulativo al crear un rompecabezas que permita deducir las operaciones para hallar el área de un polígono utilizando las coordenadas cartesianas, en la clase 8 se utilizó el GeoGebra que al ser un software amigable para el estudiante fue de gran beneficio.

**Idoneidad Emocional.-** En cada una de las clases se procuró insertar actividades de interés para los alumnos que promuevan situaciones en las cuales se manifieste la gran importancia que tiene el estudio de la matemática para la vida, se incorporó problemas donde se promueva el razonamiento matemático y la perseverancia como actitud fundamental en llegar a cumplir nuestros objetivos, existen trabajos grupales que permitió el desarrollo del respeto mutuo, trabajo en equipo, diferencias individuales, respeto a las ideas de sus compañeros. Al utilizar diferentes contextos se implementa innovaciones en la manera como llegar al aprendizaje de temas determinados de la geometría.

**Idoneidad Ecológica. -** Los contenidos implementados se relacionan con varios temas tratados en años anteriores, como áreas de figuras geométricas, cálculo de longitudes, funciones trigonométricas, utilización de las tecnologías de información y comunicación. En las clases impartidas se ha tratado de realizar actividades innovadoras utilizando objetos de nuestro medio, logrando de este modo cumplir con los objetivos que se pretende, los contenidos impartidos son de mucha utilidad en cualquier etapa de la vida.

Como propuestas de mejora además de las ya mencionadas puedo incluir la necesidad de una mayor cantidad de problemas que implique la activación del razonamiento matemático, utilizando diferentes contextos. La utilización de problemas donde se aplique la modelización matemática es de suma prioridad en todos los años de la educación variando los niveles de complejidad, si trabajamos desde los primeros años se puede lograr un gran



desarrollo en el razonamiento matemático del estudiante, de esa manera se puede llegar al gran objetivo de la matemática que es la solución de problemas de la vida real.

La mayor cantidad de ejercicios de refuerzo donde el estudiante gane más habilidades en la parte operativa de la resolución, es necesario que el estudiante dedique un poco más de tiempo en el hogar a la realización de tareas. Es necesario utilizar con mayor frecuencia las tecnologías de información y comunicación dentro del aula ya que propician la atención de los estudiantes, mejoran los niveles de disciplina, son visualmente más llamativos, nos ayudan al trabajo tanto individual como grupal.

Como propuestas de mejora de la implementación realizada sería en primer lugar mejorar los objetivos ya que no se propuso objetivos donde el alumno sea capaz de llegar a establecer modelizaciones matemáticas. En cuanto a los contextos no deberían ser únicamente del medio en el que nos desenvolvemos si no de contextos que están en otros lugares del mundo, las preguntas utilizadas en las evaluaciones resultaron algo confusas como se verificó en los trabajos revisados, hay cuestiones demasiado obvias como, “La cancha de básquet de la institución se asemeja a un sistema de referencia utilizado en matemática indique: ¿Cuál es? ¿Por qué?, en las actividades propuestas en cada clase faltaron cuestiones que hagan razonar al estudiante, la redacción no es muy clara. En las nuevas clases que imparta debo tomar muy en cuenta todas estas propuestas de mejora con la finalidad de llegar a mis estudiantes con clases de mejor calidad.

## **5. Reflexiones finales**

### **5.1 En relación a las asignaturas troncales de la maestría**

Las asignaturas troncales han sido un soporte para comprender, aplicar, analizar las secuencias didácticas, poder ver el mundo que nos rodea desde varias perspectivas y punto de vista lo que ha hecho que cambie mi visión de la realidad y de mi profesión.



La psicología me ha enseñado a entender a los estudiantes de una mejor manera, tratando de comprender y además recordar los cambios que se manifiestan a esa edad.

La sociología me enseña a tener una visión más general de los problemas sociales en los cuales estamos inmersos cada uno, a entender los fenómenos sociales y las consecuencias que estos producen en la educación.

Durante mi vida profesional y de estudiante en la universidad tengo que manifestar que nunca he recibido capacitaciones para lo que hoy en día se ha convertido dentro del aula en el trabajo con mayor responsabilidad en el manejo de los grupos de estudiantes y padres de familia asignados al inicio del año, en esto me ha resultado gran importancia la asignatura de Tutoría y Orientación profesional, que me proporcione varias herramientas que me indican como manejar conflictos dentro del aula. Como docente de Matemática la capacitación en este nuevo campo fue de gran beneficio ya que me enseñó a tratar nuevas circunstancias y poder resolver conflictos de una forma más técnica.

Siempre es necesario estar actualizado y recordar la planificación y programación, las diferentes estrategias en el aula, los instrumentos de evaluación por esa razón ha sido una asignatura de grandes beneficios para el docente como es la Metodología didáctica de la enseñanza.

Es necesario siempre tener a nuestro alcance toda clase de información referente a nuestro Sistema educativo ecuatoriano, los resultados obtenidos en los últimos años en los diferentes procesos de evaluación, las políticas implementadas en los últimos años, la comparación de los diferentes modelos y estándares educativos, los currículos actuales todo esto hace que podamos tener argumentos para realizar nuestro trabajo.

La investigación educativa es muy poco aplicada en nuestro sistema educativo, por muchas razones, una de esas razones es la falta de conocimiento y capacitación que ha hecho



que no se produzca cambios radicales en la educación. La investigación se constituye en una de las bases fundamentales para el desarrollo de la innovación, del conocimiento, producción y aplicación de nuevas formas enseñanza.

## 5.2 En relación a las asignaturas de la especialidad

Siempre será bienvenida todo conocimiento que nos ayude a nuestra labor docente y más significativo es cuando recibimos más capacitaciones con respecto a nuestras asignaturas de especialidad, los conocimientos adquiridos han sido una renovación de nuestra forma de impartir las clases de matemática, observar a los docentes de mi asignatura impartir las clases aplicando nuevos recursos didácticos, metodologías que tal vez las conocíamos pero no las llevamos a la práctica, reconocer nuestros errores al permanecer con la clase tradicional. Las enseñanzas de los docentes de la maestría en la especialidad de matemática han sido la guía para seguir adelante, se han constituido en el faro que nos lleva al objetivo primordial, nos han hecho recuperar la autoestima como docente, y el gran valor que tiene nuestra asignatura.

Los nuevos conocimientos recibidos las asignaturas de didáctica y complementos disciplinares como la contextualización/descontextualización, los procesos y evaluación reguladora, el pensamiento geométrico, la fotografía matemática, la modelización matemática, la inducción y muchos temas más que fueron abarcados en las asignaturas de especialización van a ser nuestro soporte para mejorar día a día nuestra labor docente.

Percibir que la matemática es la misma en cualquier parte del mundo, que lo que cambia tal vez es la forma de como enseñamos y también puede ser los recursos con los que contamos, nos ha hecho renovarnos como docentes de matemática.



### 5.3 En relación a lo aprendido durante el TFM.

Al iniciar con la elaboración del TFM, creía que era un trabajo normal donde voy a aprender algo nuevo. Recuerdo una de las primeras observaciones que me hizo el tutor “El enfoque que le ha dado a su propuesta sigue bastante el modelo tradicional de primero el profesor da la teoría y luego el alumno la aplica. El aprendizaje significativo se da cuando el propio alumno redescubre la matemática, hace una reconstrucción de los procesos y conceptos. Es decir lo que le propongo es que utilice alguna de las actividades interesantes que propone para que el alumno descubra los conceptos y al final el profesor estructure lo que se ha aprendido” (Manuel Sol Puig 2018), esta observación me hizo reflexionar en que siempre estuve impartiendo las clases de la misma forma, que como docente no había producido algo nuevo, que mis estudiantes llegaban a mi clase y esperaban que siempre sucediera lo mismo, es una de las razones por las que la matemática se torna aburrida.

Luego durante el inicio del proceso y con la guía de mi tutor poco a poco me di cuenta de la importancia de este trabajo, la utilización de la teoría constructivista de una manera práctica dentro del aula, la importancia de utilizar diferentes recursos según los temas a tratar, el manejo de aplicaciones matemáticas, el cambio de concepción en la enseñanza.

Al empezar la implementación recordaba las enseñanzas que me impartieron los docentes de las asignaturas de la maestría las cuales creo que me van a servir de guía para el resto de mi vida profesional lo que me hace meditar del por qué esto no se enseña cuando estamos estudiando al sacar nuestro título de tercer nivel.

Creo que la implementación que se da en el TFM debe constituirse en parte de nuestro quehacer diario en la institución educativa, ya que de esa manera se puede llegar a un verdadero cambio con clases más activas, menos aburridas donde se llegue realmente al aprendizaje significativo, y el aula sería un laboratorio donde se produzca conocimiento.



## 6. Referencias bibliográficas según la normativa APA

- Ausubel, D. (1976). *Psicología Educativa*. Un punto de vista cognoscitivo. Trillas, México. Recuperado de [http://www.arnaldomartinez.net/docencia\\_universitaria/ausubel02.pdf](http://www.arnaldomartinez.net/docencia_universitaria/ausubel02.pdf), 19h24min, 25/03/2018
- Aroca, A. (2016). *La definición etimológica de Etnomatemática e implicaciones en Educación Matemática*. Educación Matemática. Volumen 28. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262016000200175](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262016000200175).
- Escobar, M. (2007). *Influencia de la interacción alumno-docente en el proceso enseñanza-aprendizaje*. Paakat Revista de tecnología y sociedad, Recuperado de : <http://www.udgvirtual.udg.mx/paakat/index.php/paakat/article/view/230/347>
- Font, V. (2007). *Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas*. La Gaceta de la RSME, 10.2, 427–442.
- Kindle, J. (1987). *Geometría Analítica*, editorial Schaum, McGraw-Hill,
- Ortiz, L. (2009). *Cochasquí El agua del frente de la mitad*. AH/editorial.
- Ministerio de Educación Ecuador (2017). *Matemática 2do de Bachillerato*. Editorial LNS.
- Ministerio de Educación Ecuador (2016). *Guía para la implementación del currículo de Matemática*.
- <https://www.goraymi.com/item/mojanda-933b37f9> (19/05/2018)
- Universidad de Barcelona. Plataforma. Recuperado de:  
[https://campusobert2.ub.edu/pluginfile.php/111485/mod\\_resource/content/3/Tendencia%20Equador.pdf](https://campusobert2.ub.edu/pluginfile.php/111485/mod_resource/content/3/Tendencia%20Equador.pdf) (20/05/2018) .  
[https://campusobert2.ub.edu/pluginfile.php/77967/mod\\_resource/content/3/Problemas%20y%20contexto.pdf](https://campusobert2.ub.edu/pluginfile.php/77967/mod_resource/content/3/Problemas%20y%20contexto.pdf) (20/05/2018).





## 7. AUTOEVALUACIÓN.

**AUTOEVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES ADQUIRIDOS UTILIZANDO LA RÚBRICA QUE SE PROPORCIONARÁ COMO COMPLEMENTO DE ESTA GUÍA, ELABORE UNA AUTOEVALUACIÓN GENERAL DE LOS APRENDIZAJES ADQUIRIDOS COMO CONSECUENCIA DE LA REALIZACIÓN DE ESTE TFM; INCLUYENDO UNA CALIFICACIÓN NUMÉRICA ENTRE 2 Y 1,5 PUNTOS.**



	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	Actividades realizadas durante la elaboración del TFM	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justificué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a.	10
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	9
	Objetivos del TFM	Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	10
		Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas	9



Versión final del TFM					especiales y el empleo de otros recursos.	
	Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	9
	Conclusiones de la reflexión sobre la implementación	Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	9
	Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	9
	Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la	9



		lectura y comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española	texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	
	Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente.	9
	Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes.	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	10
	Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM.	No reflexioné suficientemente, sobre todo lo que aprendí en el máster	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación Secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continua del profesorado.	10

Nota final global sobre 1,5

1,4



## 8. ANEXOS

### Clase N° 1

#### Tema 1: Coordenadas rectangulares y distancia entre dos puntos

**Tiempo:** 80 minutos.

#### Contexto

El patio de la institución se encuentra dividido en cuadrados que asemejan un gran sistema de coordenadas, dentro del patio tenemos 2 canchas de básquet y una de fútbol, al observar la cancha con una mentalidad matemática visualizamos un plano cartesiano donde se puede trabajar de una manera práctica cualquier tema de la geometría.



*Imagen 6:* Fotografía de la cancha de básquet.

#### Objetivo

Aplicar la definición de distancia entre dos puntos en la resolución de problemas propuestos como también de la vida cotidiana de una manera lógica.

#### Problema

Se desea conocer la distancia que existe entre el aro de una de las canchas de básquet del patio de la institución y la ubicación de un estudiante, utilizando la fórmula de la distancia



entre dos puntos la cual se debe deducir. La longitud de los lados de los cuadrados del patio es de 2 metros.

### Actividades con los estudiantes

Trabajaremos en grupos de 4 estudiantes:

#### Actividades fuera del aula

1. Observación del patio de la institución desde el punto de vista de la matemática
2. Colocación de los conos para asemejar puntos de división de los cuadrantes
3. Ubicación de puntos en el plano cartesiano gigante que es el patio de la institución
4. Medida de la distancia entre 2 puntos utilizando una cinta métrica para realizar la comprobación correspondiente.

#### Actividades y preguntas a realizar a los estudiantes dentro del aula:

1. Realice el gráfico respectivo de la situación utilizando el plano cartesiano
2. ¿Qué figuras observa que se forman en el plano cartesiano?
3. ¿Cómo cree que se puede encontrar las longitudes de los lados de las figuras que se forman?
4. ¿Cuál será el teorema al cual se debe hacer referencia y por qué?
5. Utilizando la notación en el plano cartesiano. ¿cómo sería la fórmula para hallar esta distancia?
6. Compruebe los resultados con la distancia medida con la cinta métrica.
7. Exposición de los resultados obtenidos de cada uno de los grupos.

Luego de las exposiciones se puede tutelar a que los alumnos lleguen a concluir:



La distancia entre 2 puntos cuando se conoce sus coordenadas cartesianas es una aplicación del teorema de Pitágoras:  $d_{p1p2}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

## ANEXO 2

### Clase N° 2

**Tema: Aplicación de los conocimientos adquiridos en un contexto real.**

**Tiempo:** 40 minutos

### Contexto.

La fotografía matemática es uno de los recursos que el docente puede utilizar como un método para llegar al conocimiento, en este caso se utilizará una foto satelital de Tabacundo, con la finalidad de que las manzanas asemejen las divisiones del plano cartesiano.



*Imagen 7.* Fotografía Satelital de Tabacundo tomada: <http://karta-online.com/es/cities/tabacundo-ecuador>

### Objetivo.

Aplicar los conocimientos adquiridos sobre la distancia entre dos puntos en un contexto real, tomando en cuenta su ubicación en el medio.

### Problema



¿Cuál es la distancia entre la institución y una de las casas de un estudiante que vive en la población de “Tabacundo”, utilizando la fotografía y la geometría analítica?

### **Actividades con los estudiantes**

La actividad se realizará en parejas.

- Se pide a los estudiantes que bajen fotos de Tabacundo del internet especialmente del barrio al que pertenecen. El trabajo también se lo podría hacer con distintas ciudades del país.
- En sus fotos satelitales ubicamos un lugar de referencia como puede ser el parque o la institución.
- Observar la foto y las manzanas de cada barrio.
- Las manzanas son las divisiones de los puntos en el plano cartesiano.
- Trazar las líneas y puntos del plano cartesiano en la fotografía matemática.
- Hallamos la distancia entre su hogar y lugar de Tabacundo utilizando la geometría analítica y las escalas referenciales de la foto.
- Realizamos una exposición rápida de varios de los trabajos de los estudiantes.

A continuación de las actividades realizadas se procede a verificar los conocimientos adquiridos con una evaluación formativa.

Luego de la clase se envía ejercicios adicionales de refuerzo.





## ANEXO 3

### Clase N° 3

### Tema 2: Área de polígonos en el plano cartesiano.

**Tiempo: 80 minutos**

#### Contexto.

Mediante la elaboración de material didáctico se diseñarán de cuerpos geométricos por los estudiantes en cartulina, formar trapecios y triángulos con la finalidad de llegar a la suma y resta áreas que inducirán a los jóvenes en la deducción de la fórmula del área de polígonos en el plano cartesiano.



Imagen 8: Rompecabezas para deducir la fórmula para el área de un triángulo.

#### Objetivo.

Deducir la fórmula para hallar el área de polígonos regulares e irregulares utilizando sus coordenadas rectangulares dentro del plano cartesiano.

#### Problema.

Encuentre la fórmula para hallar el área de polígonos utilizando las coordenadas rectangulares de cada uno de los vértices de un polígono ya sea regular o irregular.

#### Actividades dentro del aula

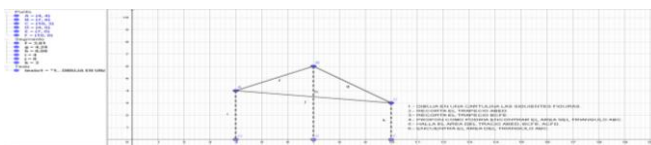


Imagen 10: Triángulo con sus coordenadas para deducir y aplicar la fórmula del área. Se trabaja en grupos de 5 estudiantes.





- Se pide a los estudiantes que dibujen los trapecios y el triángulo en dos cartulinas de diferentes colores, los recorten, de acuerdo al gráfico propuesto (imagen 9).
- Mediante la suma y la resta de las áreas de las figuras obtenidas indique la forma en la que se puede hallar el área del triángulo ABC en función de las áreas de los trapecios, para lo cual mueva las diferentes figuras recortadas.
- Proponer una la fórmula para hallar el área del triángulo utilizando operaciones entre las áreas de los tres trapecios.
- Realizar el gráfico de un triángulo en el plano cartesiano  $A(X_1, Y_1)$ ,  $B(X_2, Y_2)$ ,  $C(X_3, Y_3)$ .
- Con la notación en función de las coordenadas de los puntos A,B,C; hallar el área del trapecio ABED, trapecio BCFE, trapecio ACFD.
- Formula la operación que se debe realizar entre las expresiones obtenidas para hallar el área del triángulo ABC.
- Utilizando las coordenadas cartesianas calcula las áreas de los trapecios y realiza las operaciones propuestas para hallar el área del triángulo.
- Aplica la fórmula deducida para hallar el área del triángulo propuesto  $A(4,4)$ ,  $B(7,6)$ ,  $C(10,3)$ .
- Exponga el proceso realizado para hallar el área del triángulo y verifique si se puede generalizar para otro polígono.

A continuación, se realiza el resumen de la clase y se indica la forma simplificada de la fórmula deducida para encontrar el área de polígonos utilizando la notación de determinantes.



Fórmula para calcular el área de un polígono conociendo las coordenadas de los vértices:

$$A_{\text{polígono}} = \frac{1}{2} (Y_1 + Y_3)(X_3 - X_1) + \frac{1}{2} (Y_3 + Y_2)(X_2 - X_3) - \frac{1}{2} (Y_1 + Y_2)(X_2 - X_1)$$

$$A_{\text{polígono}} = \frac{1}{2} (X_1 Y_2 + X_2 Y_3 + X_3 Y_1 - X_3 Y_2 - X_2 Y_1 - X_1 Y_3)$$

$$A_{\text{polígono}} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{Generalizamos la fórmula para cualquier polígono.}$$

## ANEXO 4

### Clase N° 4

**Tema 2:** Área de polígonos en función de las coordenadas de sus vértices

**Tiempo:** 160 minutos

#### Contexto.

Etnomatemática (Pirámides de Cochasquí que se encuentra a 25 kilómetros de nuestra institución). En nuestro Cantón Pedro Moncayo existen las pirámides de Cochasquí que fueron construidas entre los 950 a 1550 años d.C. como magnífico ejemplo de ocupación e implementación de las técnicas de construcción monumental de la cultura Quitu Cara.

(Lenin Ortiz Arciniegas, Cochasquí El agua del frente de la mitad, AH/editorial, 2009).

Anualmente son visitadas por cientos de turistas que desean conocer su infraestructura y las razones por las que fueron construidas.

La pirámide número 13, es una de las más importantes por la posición, que tiene donde según antiguos pobladores observando el horizonte desde la parte superior se puede predecir con mucha exactitud la lluvia.

#### Objetivos.



Realizar observaciones y medidas de dos de las pirámides de Cochasquí con la finalidad de aplicar la geometría analítica en comprobar y comparar áreas y pendientes de los diferentes elementos representativos del monumento.

### **Problema**

Medir varias de las dimensiones de dos de las pirámides de Cochasquí, las cuales constituyen un contexto de la utilización de la geometría por nuestros antepasados, y realizar sus correspondientes gráficos utilizando el plano cartesiano.

### **Actividades con los alumnos**

#### **Actividades fuera del aula**

Salida de observación

Se trabajará en grupos de 4 estudiantes

- Nos dirigiremos a las pirámides que se encuentran a 25 kilómetros de la institución.
- Tomamos medidas de cada uno de los lados, así como también de las rampas y sus alturas en las pirámides número 14 y 15.
- Realizamos un croquis que sirva como borrador de los datos obtenidos.
- Asistimos a las charlas informativas de los guías que se encuentran en las pirámides los cuales nos van a indicar como y cuando fueron construidas y para que las construyeron según las investigaciones realizadas en el lugar.
- Los estudiantes realizan preguntas a los guías sobre sus observaciones al visitar las pirámides.
- Realizan el resumen respectivo.
- Salida del lugar.



## ANEXO 5

### Clase N° 5

#### Tema 2: Área de polígonos en el plano cartesiano.

**Tiempo:** 80 minutos.

#### Contexto.

Las pirámides de Cochasquí se encuentran construidas sobre extensas áreas de terreno, un poco difícil de conocer por lo irregular y por la forma de las pirámides.

#### Objetivo.

Aplicar la fórmula para hallar el área de polígonos regulares e irregulares utilizando sus coordenadas rectangulares dentro del plano cartesiano, de cuerpos u objetos representativos del medio.

#### Problema.

Tomando en cuenta las medidas tomadas de las pirámides en la salida de observación, encontrar el área sobre la cual fue construida la pirámide número 15 utilizando 2 métodos distintos.

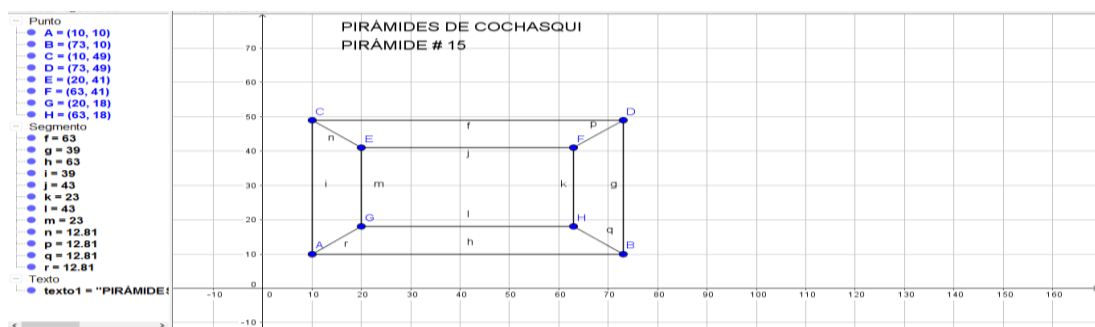


Imagen 10: Gráfico en GeoGebra de una de las Pirámides.

#### Actividades para los estudiantes.

Se trabajan en grupos de tres estudiantes



- Dibuja la pirámide en hojas de papel milimetrado.
- Observando el gráfico e indicar que figuras geométricas conforman la pirámide 15.
- Encuentra el área sobre la cual fue construida la pirámide de dos maneras diferentes, teniendo en cuenta el gráfico.
- Discute con tus compañeros como pueden haber sido construidas este tipo de edificaciones.
- Prepara una exposición con los resultados y conclusiones obtenidas.
- Construye una pirámide a escala con cartón.

A continuación, se realizan problemas de refuerzo.

## **ANEXO 6**

### **Clase N° 6**

#### **Tema 3: Pendientes y ángulo de inclinación**

**Tiempo:** 80 minutos

#### **Contexto.**

El Complejo Arqueológico de Cochasquí está compuesto por 15 pirámides que tienen 2 formas, seis pirámides cuadrangulares y nueve con rampa.

La rampa de cada pirámide tiene diferente inclinación, a continuación, mostramos en el gráfico la pirámide número 15 con ciertos datos los cuales los estudiantes pueden constatar con la visita al Complejo.

#### **Objetivo.**



Interpretar la definición de pendiente de una recta, como la variación de la altura con respecto a la distancia horizontal.

**Problema.**

La rampa de la pirámide número 5 tiene una determinada pendiente y ángulo de inclinación, aplicando sus conocimientos de geometría encuentre el valor de cada parámetro.

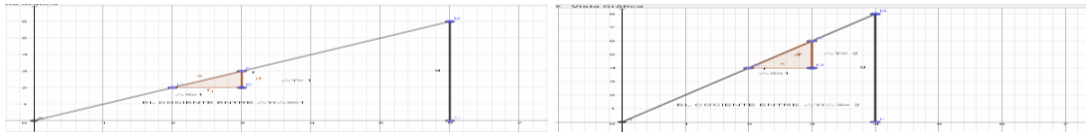


Imagen 11: Rampas con diferentes inclinaciones.



Imagen 12: Pirámide de Cochasquí con rampa.

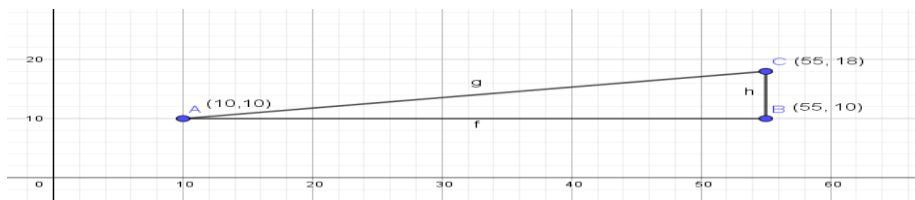


Imagen 13: Gráfico aproximado de una de las rampas de las pirámides de Cochasquí.

**CONTENIDO AL QUE SE DESEA LLEGAR CON EL ESTUDIANTE:**  
 Mediante las actividades obtendremos la definición de la pendiente y de la pendiente y del ángulo de inclinación.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad \alpha = \tan^{-1} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

**Actividades de los alumnos**



- Se realizarán grupos de 3 estudiantes.
- Observe los gráficos de las diferentes rampas (imagen 12).
- Indique cual es el valor de la variación con respecto al eje Y, también con respecto al eje X, en cada gráfico.
- Según el valor de cada cociente entre las variaciones de las alturas con respecto a la distancia horizontal, indique ¿cuál tiene mayor inclinación y por qué? ¿Cuál tiene mayor pendiente?
- Tomando en cuenta las medidas obtenidas en la visita de observación a las pirámides de Cochasquí realice un gráfico en el plano cartesiano donde se pueda observar la elevación de la rampa y su largo.
- A continuación, ubique las medidas en cada lado de la figura.
- La variación en la altura.
- Calcule la variación de distancia horizontal.
- Encontrar el cociente (incremental) entre la variación de la altura con respecto a la distancia horizontal.
- Indique el valor obtenido y explique su significado.
- Utilizando las funciones trigonométricas estudiadas anteriormente, calcule el ángulo de inclinación de la rampa.
- Explique la razón por la que creen que la pirámide tiene una rampa con esa inclinación.
- Realice una explicación de los resultados obtenidos.



- Luego de la experiencia se realizará un resumen indicando sobre lo que es la pendiente y el ángulo de inclinación, además enunciar las fórmulas a las que se ha llegado con su correspondiente notación.

**CONTENIDO AL QUE SE DESEA LLEGAR CON EL ESTUDIANTE:**

Definición de pendiente (m), como la variación de la altura con respecto a la longitud horizontal.

El ángulo de inclinación ( $\alpha$ ), es aquel que se abre desde eje positivo de las abscisas (horizontal) a la recta.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad \alpha = \tan^{-1} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

## ANEXO 7

### Clase N° 7

#### Tema 3: Pendientes, Rectas Paralelas y Perpendiculares.

**Tiempo:** 40 minutos

#### Contexto

#### Fotografía matemática (foto del nevado Cayambe que se observa desde la institución)

Nuestra institución se encuentra rodeada de montañas, nevados, valles los cuales son observados diariamente por nuestros estudiantes. Estos accidentes geográficos constituyen un material muy importante para el estudio de la matemática, constituyéndose en un contexto muy significativo en la enseñanza.





Imagen 14: Foto de la montaña del Mojanda, Tomada desde la Unidad Educativa del Milenio Cochacquí.



Imagen 15: Foto del nevado Cayambe, tomada desde la Unidad Educativa del Milenio Cochacquí.

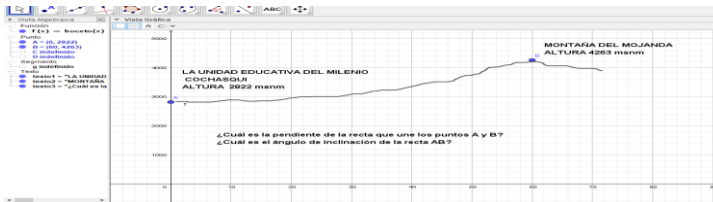


Imagen 16: Bosquejo de las ubicaciones de la institución y las montañas del Mojanda.

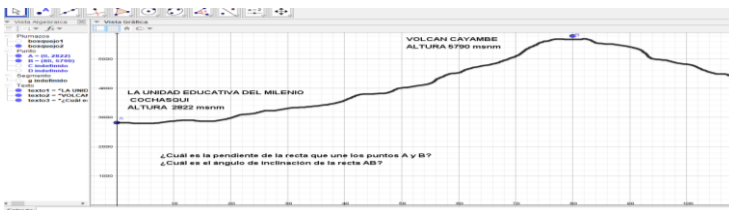


Imagen 17: Bosquejo de las ubicaciones de la institución y el volcan Cayambe

### Objetivo.

Interpretar la definición de pendiente de una recta, como la variación de la altura con respecto a la distancia horizontal en los accidentes geográficos que se encuentran a nuestro alrededor.



## Problema.

Encontrar la pendiente y el ángulo de elevación entre la boca del volcán Cayambe, las montañas del Mojanda, y la institución.

## Actividades para los alumnos

- Tomar una fotografía al nevado Cayambe o a las montañas del Mojanda que se encuentran próximos a nuestra institución.
- Investigar a que altura sobre el nivel del mar se encuentra el Nevado Cayambe, las montañas del Mojanda y Tabacundo donde se encuentra nuestra institución.
- Realizar los gráficos correspondientes tomando como referencia nuestra institución y los datos de las alturas obtenidas.
- Aplicar la definición de pendiente encontrada en la sesión anterior hallar la pendiente de cada elevación.
- Calcular su el ángulo de elevación de nevado Cayambe y la montaña del Mojanda con respecto a la Unidad Educativa del Milenio “Cochasquí”.
- Compare los resultados obtenidos entre las dos elevaciones geográficas, montañas del Mojanda y nevado Cayambe.
- Realice el gráfico de dos rectas paralelas en el plano cartesiano calcule sus pendientes.
- Realice el gráfico de dos rectas que sean perpendiculares, calcule las pendientes.
- Compare el valor de las pendientes en los dos casos y establezca las conclusiones correspondientes.

Luego de las clases realizadas del tema es necesario reforzar los conocimientos adquiridos.

### CONTENIDO AL QUE SE DESEA LLEGAR CON EL ESTUDIANTE:

Rectas paralelas  $m_1 = m_2$

Rectas perpendiculares  $m_1 \cdot m_2 = -1$



## ANEXO 8

### Clase N° 8

#### Tema 4: Ecuación de la recta

**Tiempo:** 80 minutos

#### Contexto

La utilización de las Tecnologías de Información y Comunicación, constituyen un contexto en los cuales los adolescentes se sienten identificados, ya que nacieron en la época donde mayor avance e influencia están teniendo. Una de las aplicaciones más importantes para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, es la utilización y manejo del GeoGebra el cual ha demostrado ser muy eficiente para aprender una vasta serie de temas como: algebra y funciones, medida y geometría, estadística y probabilidad.

#### Objetivo

Deducir una de las ecuaciones de la recta (en función de la pendiente y la ordenada en el origen) a través de un problema extraído de la vida cotidiana y el uso del GeoGebra,

#### Problema.

Enlazar la forma de la recta con la función y plantear un modelo matemático que indique los cálculos que hace un taxímetro sencillo, mediante la tabulación de datos.

#### Actividades del alumno

- Observación del funcionamiento del taxímetro como actividad previa.
- Investigue cual es el valor inicial que tiene el taxímetro al momento de realizar la parada.



- Investigue el valor por kilómetro recorrido que marca el taxímetro.
- Realice una tabla de valores con los datos obtenidos, para 1, 2, 3, 4, 5 kilómetros
- Análisis de los datos de entrada del problema.
- Realice un gráfico con los datos obtenidos.
- Planteo de posibles ecuaciones que cumplan con las condiciones del problema
- Utilizando el GeoGebra realice el modelo matemático que resulta del problema.
- Practique a través del GeoGebra diferentes modelos matemáticos cambiando los datos.
- Identifique el valor de la pendiente en los diferentes casos que plantee en el GeoGebra y compare los gráficos obtenidos.
- Identifique el valor de la ordenada en el origen en las diferentes situaciones que se plantee y compare los gráficos obtenidos en el GeoGebra.

Luego de las actividades realizadas con los estudiantes, se puede guiar a los alumnos a concluir:

**CONTENIDO AL QUE SE DESEA LLEGAR CON EL ESTUDIANTE:**

Forma de la ecuación de la recta:  $Y = mX + b$  se denomina pendiente y ordenada en el origen.

Donde  $m =$  pendiente       $b =$  ordenada en el origen

Es equivalente a la función  $f(x) = mX + b$  que se denomina función afín.

A continuación, el respectivo refuerzo mediante la realización de problemas de refuerzo.



## ANEXOS 9

### Actividades de evaluación 1

Nombre: ..... Curso: .....

Tomando en cuenta los contextos, conteste las siguientes preguntas:

1.- ¿Cree usted que se puede llegar a entender nuestro entorno a través de la matemática?

¿Por qué?

2.- La cancha de básquet de la institución se asemeja a un sistema de referencia utilizado en matemática indique:

¿Cuál es? ¿Por qué?

3.- Utilizando la geometría analítica se puede encontrar la distancia entre dos puntos de la cancha de básquet de la institución. Explique el teorema que se aplica.



## II. Resuelva los siguientes problemas a continuación

Tomando en cuenta la Imagen 8:

4.- El punto que será el centro del plano cartesiano Coordenadas  $C( , )$

5.- Ubique las coordenadas de los extremos del segmento del cual vamos a encontrar las distancias:  $A( , )$   $B( , )$ .

6.- Escriba la fórmula correspondiente para hallar la distancia:

7.- Calcule la distancia entre la institución y la casa señalada, según la fotografía matemática.

(Como referencia vamos a indicar que la distancia entre las esquinas de cada manzana es de 50 metros).

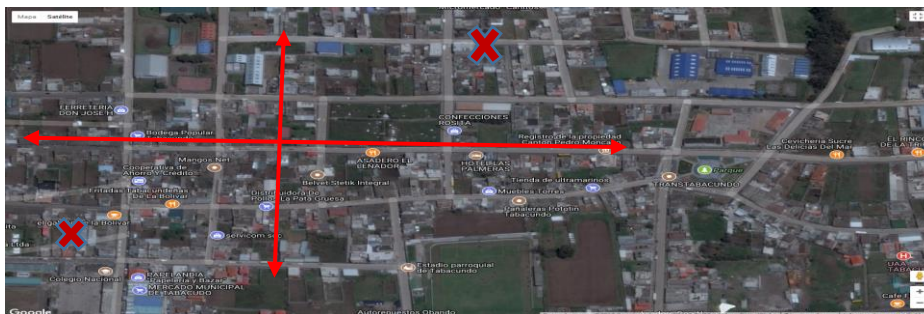


Imagen 18: Fotografía satelital de la ciudad de Tabacundo tomada: <http://karta-online.com/es/cities/tabacundo-ecuador>.

## Actividades de evaluación 2

Tomando en cuenta los contextos, conteste las siguientes preguntas:

- 1.- En la construcción de las pirámides de Cochasquí cree usted que se utilizó el análisis matemático.
2. Si su respuesta fue afirmativa, escriba 3 temas de la matemática que se debieron haber manejado en su construcción.



3.- Utilizando la geometría analítica se puede encontrar el área sobre la cual está construida la pirámide, escriba la fórmula respectiva.

**III. Resuelva los siguientes problemas a continuación**

4.- Diseñe la base de una pirámide en el plano cartesiano coloque los puntos de los vértices correspondientes de la base y halle el área sobre la cual está construida. (Dibujo libre)

5.- Ubique las coordenadas de los vértices de la base de la pirámide:

A ( , )      B ( , )      C ( , )      D ( , )

6.- Realice el cálculo del área de la pirámide correspondiente:

**Actividades de evaluación 3**

**Nombre:** ..... **Curso:** .....

Tomando en cuenta los contextos, conteste las siguientes preguntas:

1.- Desde el patio de la institución observe 2 elementos de la naturaleza. ¿Cómo podría encontrar la pendiente y el ángulo de inclinación de los elementos que observó?

.....

2- Las rampas que existen en varias de las pirámides de Cochasquí tienen un grado de inclinación ¿Cómo cree usted que nuestros antepasados median esa inclinación?

.....

3.- ¿Por qué cree usted que en las pirámides de Cochasquí existen rampas y no escalones?

.....



4.- Utilizando la geometría analítica se puede encontrar la pendiente y el ángulo de inclinación. Indique las fórmulas respectivas.

.....

**II. Resuelva los siguientes problemas a continuación**

5.- Demostrar analíticamente que las coordenadas siguientes son los vértices de un paralelogramo. Realice el gráfico correspondiente.

$P_1(-1,-2)$ ,  $P_2(0,1)$ ,  $P_3(-3,2)$ ,  $P_4(-4,-1)$ .

6.- Probar analíticamente que los siguientes puntos son los vértices de un triángulo rectángulo.

$P_1(10,5)$ ,  $P_2(3,2)$ ,  $P_3(6,-5)$ .

**Actividades de evaluación 4**

Tomando en cuenta los contextos, conteste las siguientes preguntas:

- 1.- ¿Cuál es la forma de la ecuación de la recta que hemos estudiado?
- 2.- ¿Cuáles son las variables que se debe tomar en cuenta para resolver el problema del modelo matemático del taxímetro?
- 3.- Complete la siguiente tabla tomando en cuenta:

En una empresa de entrega de encomiendas cobran 2 dólares fijos por la entrega de la mercancía y por cada kilómetro de distancia que se recorra.

Distancia	Costo
Km	Dólares






## II. Resuelva los siguientes problemas a continuación.

4.- Establezca la ecuación de la recta con los datos del problema 3. Determinando el valor de la pendiente y la ordenada en origen.

5.- Realice el gráfico de la ecuación de la recta establecida utilizando el GeoGebra.

6.- Si la empresa tiene un costo fijo de 4 dólares y por kilómetro recorrido 0,25 dólares. ¿Cuánto te cobrara si realiza una entrega desde Tabacundo a Cayambe (distancia aproximada 6,2 km)? Representa esta situación con un gráfico en el GeoGebra.

7.- Con los datos del problema anterior, si tienes 10 dólares hasta ¿cuántos kilómetros puedes pagar por una entrega?

8.- Hallar la ecuación de la recta:

a) Que pasa por el punto de coordenadas (0,2) y pendiente 3

b) Que pasa por los puntos (0,-4), (5, 7)



## ANEXOS 10

### Actividades de refuerzo

#### Ejercicios propuestos sobre distancia entre 2 puntos.

#### Distancia entre dos puntos.

1.- Los vértices de un cuadrilátero son:  $A(-3, 5)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(-2, -4)$ ,  $D(5, 0)$ .

a) Realice el gráfico correspondiente en el plano cartesiano.

b) Encuentre las longitudes de sus lados.

c) Hallar del perímetro del cuadrilátero ABCD.

2.- Tres de los vértices de rectángulo son los puntos  $(2, -1)$ ,  $(7, -1)$ ,  $(7, 3)$ . Con esta información hallar:

a) El gráfico correspondiente.

b) El vértice que falta.

c) El perímetro.

d) El área del rectángulo en función de las longitudes de los lados.

3.- Sean los puntos de coordenadas  $(1, -2)$ ,  $(4, -3)$ ,  $(4, 2)$ , los vértices de un triángulo.

a) Realice el gráfico respectivo.

b) Encuentre la longitud de cada uno de los lados.

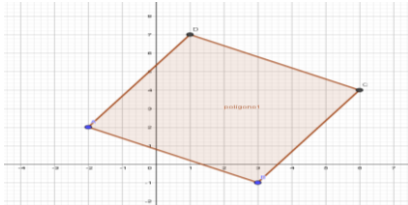
c) Probar que el triángulo es rectángulo.

d) Encuentre el área del triángulo en función de la longitud de los lados.

4.- El gráfico a continuación es de un cuadrilátero.



- a) Ubique los vértices correspondientes.
- b) Probar que se trata de un cuadrado.
- c) Encuentre el área en función de la longitud de sus lados.

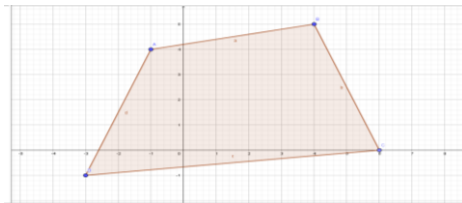


### Área de polígonos.

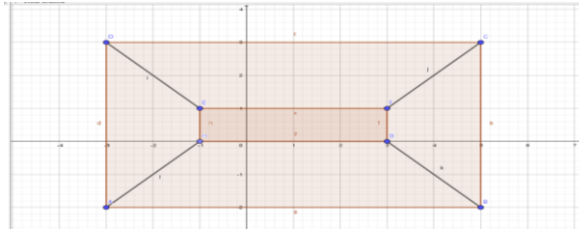
1.- Los vértices de un triángulo son los puntos de coordenadas:  $(-3, 5)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(1, -4)$ .

- a) Realice el gráfico correspondiente.
- b) Encuentre el área del triángulo en función de los vértices.

2.- A continuación, se presenta un polígono.



- a) Determine los vértices de cada uno de los lados.
  - b) Calcule en área del polígono.
- 2.- La siguiente imagen representa la vista superior de una pirámide.



- Determinar los vértices.
- Encuentre el área sobre la cual fue construida.

### **Pendiente, ángulo de inclinación, rectas paralelas y perpendiculares.**

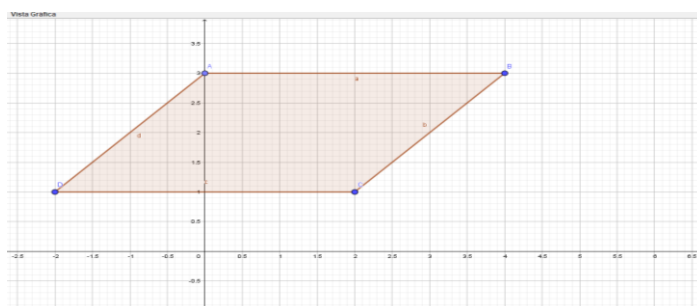
1.- Sean los siguientes puntos  $(2, 3)$ ,  $(-4, 7)$ ,  $(5, 8)$ .

- Realice el gráfico correspondiente.
- Aplicando el concepto de pendiente probar que los puntos son colineales.

2.- Sean los puntos  $(-3, 5)$ ,  $(-3, -2)$ ,  $(4, -2)$  los vértices de un triángulo.

- Realice el gráfico correspondiente.
- Probar utilizando el concepto de pendiente que el triángulo es rectángulo.

3.- Sea el gráfico a continuación.



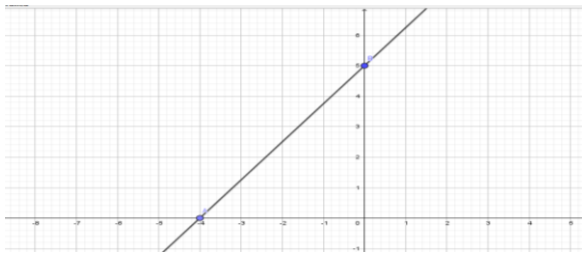
- Ubique los vértices del cuadrilátero.
- Encuentre la pendiente de cada uno de los lados.



c) Utilizando las definiciones de rectas paralelas y perpendiculares probar que el cuadrilátero es un paralelogramo.

### Ecuación de la recta

1.- Observando el gráfico a continuación:



a) Hallar el valor de la pendiente (m).

b) Encuentre el valor de la ordenada en el origen (b).

c) Establezca la ecuación de la recta.

2.- Una empresa de transporte pesado cobra por el contrato inicial 40 dólares y por cada kilómetro recorrido 5 dólares. Con estos datos:

a) Complete la tabla de valores.

RECORRIDO ( km)	COSTO (dólares)
0	
1	
2	
3	



4	
5	

- b) Hallar el valor de la ordenada en origen.
- c) Encuentre el valor de la pendiente.
- d) ¿Cuál es la ecuación de la recta que cumple con estas condiciones?
- e) Si el camión recorre 95 km. ¿Cuál será el costo del transporte?
- f) Si la persona cuenta con 1400 dólares. ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer la carga?

**ANEXO 11**

Durante la sesión 1 realizamos un trabajo fuera del aula utilizando un contexto sobre la visualización del plano cartesiano en el patio de la institución.



Imagen 19. Patio de la Institución Formando un Plano Cartesiano.

**ANEXO 12**

En la sesión 4 se realizó la salida de observación, donde se logró captar grandes expectativas y motivación, al encontrarse en el contexto en el que se aplica varios de los ejercicios matemáticos. A continuación, se observa varias de las fotos tomadas en el Parque Arqueológico Cochasquí.

1) Iniciando el viaje.

2) Visualización de la trayectoria







3) Caminando hacia la pirámide.



4) Encontramos obstáculos



5) Superamos los obstáculos.



6) Tenemos la visión del trabajo.



7) Comenzamos a trabajar tomando medidas.



8) En grupo es más llevadero el trabajo



9) Luego del trabajo es gratificante los resultados.





### ANEXO 13

		<b>UNIDAD EDUCATIVA DEL MILENIO "COCHASQUÍ"</b>			<b>AÑO LECTIVO</b> 2017-2018	
<b>PLAN DE DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO (UNIDAD 5)</b>						
<b>DATOS INFORMATIVOS</b>						
DOCENTE	ÁREA/ASIGNATURA	CURSO/PARALELO	NÚMERO DE PERIODOS	FECHA DE INICIO	FECHA DE FINALIZACIÓN	
LIC. RAÚL HERMOSA	MATEMATICAS	2ºBGU: A	14	14/05/2018	4/05/2018	
Nro. UNIDAD DE PLANIFICACIÓN	TÍTULO DE LA UNIDAD DE PLANIFICACIÓN		OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DE PLANIFICACIÓN			
	1. Distancia entre dos puntos 1.1. Coordenadas cartesianas 1.2. Deducción de fórmula 1.3. Resolución de Problemas 2. Área de polígonos 2.1 Deducción de la fórmula del área de polígonos. 2.2 Resolución de problemas 3. Pendiente y ángulo de inclinación. 3.1. Interpretación geométrica de la pendiente. 3.2. Interpretación geométrica del ángulo de inclinación. 3.3. Resolución de problemas 4. Ecuación de la recta 4.1 Forma pendiente y ordenada en el origen		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar las definiciones de la distancia entre dos puntos en la resolución de problemas propuestos como también de la vida cotidiana de una manera lógica.</li> <li>• Deducir y calcular las áreas de diferentes polígonos mediante la utilización de material manipulativo, empleando actividades lúdicas y el plano cartesiano.</li> <li>• Identificar la pendiente de una recta a partir de la variación de la altura con respecto a la longitud horizontal, utilizando diferentes contextos de la localidad.</li> <li>• Determinar la posición relativa de dos rectas en el plano (rectas paralelas, perpendiculares que se cortan), mediante la utilización de contextos matemáticos y la resolución de problemas.</li> <li>• Determinar la ecuación de la recta en el plano a partir de su pendiente y la ordenada en origen, mediante la resolución de problemas y la utilización del <b>GeoGebra</b>.</li> <li>• Utilizar las tecnologías de información y comunicación en la realización de gráficos geométricos y el cálculo de distancias, pendiente, áreas de figuras geométricas.</li> </ul>			
<b>PLANIFICACIÓN</b>						
DESTREZAS			INDICADOR ESENCIAL DE EVALUACIÓN			
<i>Resolver y formular problemas contextualizados sobre distancia entre dos puntos y área de polígonos regulares utilizando las formulas de la geometría analítica.</i> Calcular el área de polígonos representados en el plano cartesiano mediante el uso de determinantes			Aplica las definiciones de distancia entre dos puntos en problemas contextualizados del medio en que se desenvuelve.			





<p>Resolver problemas sobre pendiente y ángulo de inclinación de una recta utilizando las coordenadas cartesianas y las funciones trigonométricas. Encontrar un modelo matemático que represente la ecuación de recta en función de la pendiente y la ordenada en el origen.</p>		<p>Calcula el área de polígonos representados en el plano utilizando sus las coordenadas cartesianas para formar el determinante.  Resuelve problemas que involucren modelos de ecuaciones de la recta en función de la pendiente y ordenada en el origen.</p>	
<b>EJE INTEGRADOR</b>			
<i>Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida.</i>			
ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES DE LOGRO	TÉCNICAS/INST. DE EVALUACIÓN
<p>1.- <i>Revisión de conocimientos previos.</i> <i>Área de polígonos,</i> <i>Utilización de software matemático.</i> <i>Funciones trigonométricas.</i> <i>Solución de determinantes.</i></p> <p>2.- <b>ESQUEMA CONCEPTUAL</b> 2.1 Distancia entre dos puntos 2.2 Área de polígonos 2.3 Pendiente y ángulo de inclinación de una recta. Relación entre rectas. 2.4 Ecuación de la recta en función de la pendiente y ordenada en el origen.</p> <p>3.- <b>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO</b> En base al planteamiento de problemas en un contexto determinado se siguen actividades para cada clase.</p> <p>4.- <b>TRANSFERENCIA DEL CONOCIMIENTO</b> 4.1 Resolver problemas contextualizados de distancia entre dos puntos. 4.2 Encuentra el área de poligonos utilizando la fórmula de determinantes. 4.3 Determina la pendiente y el ángulo de inclinación de una recta. 4.4 Deduce la ecuación de la recta en función de su pendiente y ordenada en el origen.</p>	<p>Observación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• análisis</li> <li>• deducción</li> <li>• experimentación</li> </ul> <p>PERMANENTES</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pizarrón</li> <li>• Tiza</li> <li>• Borrador</li> <li>• Cuadernos               <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>infocus</u></li> </ul> </li> </ul> <p>INFORMATIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Libro de matemáticas para 2do de bachillerato</li> <li>• Hojas impresas</li> </ul>	<p>Resuelve (con o sin el uso de la tecnología) problemas o situaciones reales o hipotéticas con el empleo de las fórmulas de la distancia, área de polígonos, pendiente, ángulo de inclinación, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas; juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos. (Ministerio de Educación, 2016)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve y plantea problemas en los cuales se involucre la ecuación de la recta en función de la pendiente y ángulo de inclinación.(Ministerio de Educación 2016)</li> </ul>	<p>-Trabajos diseñados por los alumnos.  -Actuación en clase.  -Pruebas de cada una de las actividades.  -Exposiciones del trabajo realizado en clase.</p>
<b>ADAPTACIONES CURRICULARES</b>			
<b>ESPECIFICACIÓN DE LA NECESIDAD EDUCATIVA ATENDIDA</b>		<b>ESPECIFICACIÓN DE LA ADAPTACIÓN APLICADA</b>	
<i>Instructivo de necesidades educativas especiales</i>			
<b>ELABORADO</b>	<b>REVISADO</b>	<b>APROBADO</b>	
<i>LIC. RAÚL HERMOSA</i>	<i>Jefe de área</i>	<i>Vicerrector</i>	