UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER DE
FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA
EN ECUADOR, ESPECIALIDAD MATEMATICA

TEMA:
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AUTORA: LORENA JANETH VALLADARES PERUGACHI
CI: 1710687698

TUTOR/A: ALICIA SÁNCHEZ BRUALLA. PHD

Azogues -Ecuador

2018

Resumen

El presente trabajo consiste en la implementación y experimentación de la unidad didáctica "Funciones trigonométricas", en la Unidad Educativa Diez de Agosto en el segundo año de BGU, el objetivo fundamental es desarrollar la comprensión integral de funciones trigonométricas, definiciones, representaciones y características particulares, partiendo de las relaciones del sistema semiótico, ontosemiótico, para lo cual se utilizó el trabajo de investigación de EOS de Godino (2008).

Las actividades propuestas durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la unidad, permite a los estudiantes mejorar la capacidad de resolver problemas, ejercicios, comprender la importancia de la matemática aplicada a la vida cotidiana, proporcionándoles seguridad y confianza en sí mismo. Motivar el antes durante y después es de vital importancia en la enseñanza de la matemática, ya que permite realizar un análisis de las unidades curriculares, plantear problemas contextualizados reales, y parte fundamental es lograr que los alumnos puedan construir modelos matemáticos es decir lograr la matematización.

Palabras claves: sistema semiótico, ontosemiótico, matematización

Abstract

This work consistsin the implementation and experimentation of the lesson planning in trigonometries functions in Diez de Agosto High school in second year BGU and as principal goal to devolop the whole comprehension of trigonometries funtions, definitions, representations and particular characteristics, beginning of the relations of the Semiótico system ontosemiotico for this reason It was used the investigation of EOS methad from Godino (2018).

The activities propose during the teaching process of the lesson planning to the students improve the capacity for resolving problems exercises comprehension, the importance of the Mathematics applied to the diary life giving security and confidence by himself/ herself the motivation, before, during and after in the activities are very important for teaching of mathematies. This allows to realice an analysis of the curricular unit.

The achievement is that the students ean built mathematics models that is to say achieving the mathematization.

Key words: Semiótico system, ontosemiotico, mathematization

Máster de formación del profesorado de Educación Secundaria en Ecuador

UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

UNIVERSITAT DE BARCELONA

ÍNDICE

Javier Loyola, 01 de diciembre del 2018

Yo, Lorena Janeth Valladares Perugachi, autor/a del Trabajo Final de Maestría, titulado: Funciones trigonométricas, estudiante de la Maestría en Educación, mención Matemática con número de identificación 1710687698, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Lorena Janeth Valladares Perugachi

Firma: ______________________

1. Introducción

1.A. Contextualización de la labor docente

Durante mis estudios universitarios me he preparado en forma académica y pedagógica, con una trayectoria de 15 años de docente en diferentes instituciones, he observado problemas con estudiantes de octavo año de básica hasta tercero de BGU, como: la deserción escolar, baja autoestima, desinterés por el aprendizaje en matemática, dificultades para resolver problemas, esto me llevó a buscar nuevos formas de enseñanza, sin embargo los estudiantes, demostraban aburrimiento, inseguridad, iras, tristeza en las clases. Todos los docentes de conocemos las dificultades que existen en los procesos enseñanza- aprendizaje, sin embargo, la obligación de todos es actualizarse constantemente para realizar una buena práctica en el aula.

Participar en el master fue una experiencia muy valiosa, adquirir conocimientos relacionados con psicología, sociología, tutoría y orientación educativa, didáctica de la matemática, investigación, innovación e investigación sobre la propia práctica docente, ayuda enseñar una buena matemática, la práctica de estos conocimientos se lo realizará con los estudiantes de segundo de BGU de la Unidad Educativa Diez de Agosto. La experiencia obtenida ha sido positiva a través de acciones y reflexiones desarrolladas en las actividades con cada docente de la Universidad, fomentando una actitud de cambio para una educación de calidad y calidez, y formar jóvenes críticos, reflexivos, argumentativos, emprendedores, competitivos ante una sociedad democrática y tecnológica.

1.B. Estructura del dossier o memoria

El dossier del trabajo Fin de Master (TFM) constituye el resultado de lo aprendido y el análisis de la propia práctica docente en el área de matemática en la Institución donde se labora. De acuerdo al esquema propuesto por la comisión del TFM de la Universidad de Barcelona se tiene 6 apartados siendo los siguientes:

Apartado 1. Consta la presentación del alumno donde se explica los intereses y la contextualización de la labor docente.

Apartado 2. Consta de la presentación de la unidad didáctica implementada y el diseño de las actividades de enseñanza aprendizaje en relación con los objetivos y contenidos

Apartado 3. Descripción de las evidencias de la implementación de los contenidos o actividades y la interacción entre estudiantes y docente

Apartado 4. Se refiere a la valoración de la implementación de la unidad didáctica aplicada en el segundo de Bachillerato General Unificado de funciones trigonométricas, y una propuesta de mejora siguiendo una base orientadora adquirida en el master

Apartado 5. Reflexiones sobre la propia práctica docente

Apartado 6. Referencias bibliográficas y anexos.

2. Presentación de la unidad didáctica implementada

La unidad didáctica planteada para el presente trabajo corresponde al segundo bloque de la planificación anual del ministerio de educación y corresponde al estudio de funciones trigonométricas, aplicada a los estudiantes de segundo de Bachillerato general unificado de la Unidad Educativa “Diez de Agosto”, se ha planteado actividades introductorias e interdisciplinarias para dar la debida importancia al tema, relacionando las matemáticas con problemas aplicados en nuestra vida cotidiana.

Para enseñar una matemática de calidad se aplicará conocimiento adquirido y nuevas propuestas planteadas por docentes de la Universidad de Barcelona, también utilizando material manipulativo con el que cuenta la institución, y del estudiante.

2.A. Presentación de objetivos

- Desarrollar la comprensión integral de funciones trigonométricas, definiciones, representaciones y características particulares
- Determinar las funciones seno, coseno y tangente a partir del circulo trigonométrico
- Reconocer y graficar funciones periódicas determinando la amplitud y el periodo relacionando con el dominio y recorrido
- Representar e interpretar las curvas trigonométricas cuando se ha modificado las variables (traslación, reflexión, compresión o alargamiento) con respecto a la representación original

2.B. Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales

Título de la unidad didáctica: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1. Medida de ángulos forma compleja e incompleja

    1.1 Medidas en el sistema internacional

    1.2 Equivalencia entre grados y radianes

2. Las funciones trigonométricas

    2.1 Gráfica de la curva trigonométrica seno

    2.2 Gráfica de la curva trigonométrica coseno

    2.3 Gráfica de la curva trigonométrica tangente

    2.4 Gráfica de la curva trigonométrica cotangente

    2.5 Gráfica de la curva trigonométrica secante

2.6 Gráfica de la curva trigonométrica cosecante

2.7 Comparación gráfica de las funciones seno y cosecante*

2.8 Comparación gráfica de las funciones coseno y secante*

2.9 Comparación gráfica de las funciones tangente y cotangente*

3. Uso de las TICS para graficar funciones (geogebra)

3.1 Transformaciones e interpretaciones de funciones

2.C. Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos

Las actividades que se desarrollaron durante el proceso se detallan específicamente en las siguientes tablas

TAREA:	**TEMA**: Introducción al TFM (guía de orientación y geogebra)	**TIEMPO**: (5 periodos) Preparación para el TFM		
Objetivos: - Aplicar el geogebra como herramienta manipulativa en el aprendizaje, de tal forma que los estudiantes puedan ensayar, explorar y reconocer errores - Utilizar una guía de orientación para la resolución de problemas y ejercicios				
Estrategias metodológicas	**Destrezas con criterio de desempeño**	**Recursos**	**Evaluación**	
			Indicadores de logro	**Técnicas e instrumentos de evaluación**
-Organizar grupos de trabajo -Explorar experimentalmente las propiedades y herramientas del geogebra -Identificar las propiedades del geogebra	- Identificar las partes y características del geogebra - Conocer las fases de la guía de orientación en la resolución	- Geogebra - Hoja guía de trabajo	Aplica las propiedades del geogebra en la construcción de figuras y gráfica de funciones	**Técnica** - Talleres individuales y grupales **Instrumento** - Hojas de trabajo

-Aplicar las propiedades del geogebra en la construcción de figuras -Lectura comprensiva de la base de orientación en la resolución de problemas - Identificar las fases de la base de orientación Aplicar en la resolución de ejercicios	de problemas		Emplea los criterios e indicadores de la base de orientación para la resolución de problemas y ejercicios.	

Estas actividades se desarrollaron antes de aplicar la implementación de la unidad didáctica, con el objetivo de ganar tiempo ya que la implementación se realizaría con 12 a 13 horas, por lo tanto, los estudiantes adquieren conocimientos previos para el desarrollo de la implementación de la unidad. Para mayor información las actividades desarrolladas se encuentran en anexo I

TAREA:1	**TEMA**: Funciones		**TIEMPO**: 110minutos (2 periodos)	
Objetivos: - Reconocer los tipos de funciones lineal, cuadrática, por partes, racional, polinomial, dominio y recorrido mediante la utilización del geogebra para activar conocimientos previos.				
Estrategias metodológicas	**Destrezas con criterio de desempeño**	**Recursos**	**Evaluación**	
			Indicadores de logro	**Técnicas e instrumentos**

				de evaluación
-Organizar grupos de trabajo -Presentación de un problema contextualizado -Guía de orientación para la resolución de problemas (comprende las preguntas, entiende datos, representa gráficamente, utiliza otra estrategia para encontrar el resultado, interpreta el resultado, encuentra un modelo para institucionalizar) reconocer el dominio y el recorrido de diferentes tipos de funciones	Guía de orientación Fases para el desarrollo de un problema contextualizado Funciones Cuadrática Racional Polinomial Por partes Dominio Recorrido	- Geogebra - Hojas milimetradas - Reglas,	Describe los tipos de funciones e interpreta el dominio y rango en cada función	**Técnica** - lluvia de ideas - talleres grupales **Instrumento** - Observación - Hoja de trabajo

TAREA: 2	**TEMA**: Medida de ángulos y relaciones trigonométricas	**TIEMPO**: 110 minutos (2 periodos)

Objetivos:

- Conocer y estimar ángulos que permitan identificar el tipo de unidades en que se miden
- Formular las relaciones fundamentales de las razones trigonométricas, con ángulos complementarios y suplementarios.

Estrategias metodológicas	**Destrezas con criterio de desempeño**	**Recursos**	**Evaluación**	
			Indicadores de logro	**Técnicas e instrumentos de evaluación**
-Organizar grupos de trabajo -Motivar mediante una lectura de la historia de la medida de ángulos y triángulos -Analizar de la importancia de la matemática en el contexto -Calcular manualmente y con calculadora los ángulos en grados y radianes, así como las relaciones trigonométricas de ángulos notables	-Historia de la medida de ángulos y triángulos -Importancia de la matemática en la vida cotidiana -Medida de ángulos -Medidas en el sistema internacional -Equivalencia entre grados y radianes -Relaciones trigonométricas	- Calculadora - Texto del alumno	- Establece relaciones de razones trigonométricas - Resuelve ejercicios aplicando las reglas de conversión y relaciones trigonométricas Establece una generalización que le permita convertir los ángulos de grados a radianes y viceversa	- lluvia de ideas - talleres grupales

TAREA:3	**TEMA**: Funciones trigonométricas	**TIEMPO**: 240minutos (4 periodos)

Objetivos:

- Reconocer las características de las funciones trigonométricas y las relaciones que existen entre ellas mediante el uso de las TICs y validar los resultados obtenidos
- Aplicar las transformaciones (traslaciones, contracciones, dilataciones y reflexiones) de las funciones trigonométricas

Estrategias metodológicas	**Destrezas con criterio de desempeño**	**Recursos**	**Evaluación**	
			Indicadores de logro	**Técnicas e instrumentos de evaluación**
- Presentación de la "Declaración de los Derechos Humanos **Art. 3**. Y en concordancia con la Constitución de la república del ecuador y del video https://www.youtube.com/watch?v=VKxc51b4sSM&t=10s -Reflexionar sobre la contaminación acústica -Establecer semejanzas y diferencia entre las ondas que se encuentran en la vida cotidiana -Identificar las características de las funciones trigonométricas a partir de los gráficos -Manipular y operar con recursos didácticos las funciones trigonométricas -Representar las funciones	- Funciones trigonométricas - Gráfica de la curva de curva trigonométrica seno *características gráfica de la curva trigonométrica coseno *características - grafica de la curva trigonométrica tangente	- Geogebra - Texto matemáticas 1((Barceló, Bujosa, Cañadilla, Fargas, & Font, 2002) - Regla	- Reconoce las ondas que son perjudiciales para el ser humano - Concientiza la contaminación acústica - Reconoce las características de las funciones trigonométricas - Representa las funciones seno y coseno de gráficas al	**Técnica** - lluvia de ideas - talleres grupales - exposiciones **Instrumento** - Observación - Hoja de trabajo

trigonométricas en gráficas y en lenguaje simbólico. -Relacionar el dominio y amplitud, recorrido y periodo de las funciones seno y coseno	*características - Gráfica de la curva trigonométrica cotangente * características - grafica de la curva trigonométrica secante * características - gráfica de la curva trigonométrica cosecante * características	s curvígrafos - Texto del estudiante (Matemática 2 BGU)	lenguaje simbólico y viceversa (sistema semiótico) - Identifica el dominio, recorrido, amplitud y periodo en las funciones seno y coseno. - Identifica las transformaciones de funciones seno y coseno	- rúbrica

<table>
<tr><td>TAREA:4</td><td>TEMA: Traslaciones de funciones seno y coseno</td><td colspan="3">TIEMPO: 110minutos (2 periodos)</td></tr>
<tr><td colspan="5">Objetivos:
- Comprender las representaciones gráficas y simbólicas de las funciones seno y coseno cuando se trasladan en los ejes, vertical y horizontal
- Identificar el dominio, recorrido y relacionar con la amplitud y periodo de las funciones los cuales son modelados y validados</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Estrategias metodológicas</td><td rowspan="2">Destrezas con criterio de desempeño</td><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Evaluación</td></tr>
<tr><td>Indicadores de logro</td><td>Técnicas e instrumentos de</td></tr>
</table>

				evaluación
-Establecer semejanzas y diferencias entre las gráficas de las funciones $f(x)=sen(x-2)$ y $f(x)=sen(x)$ -Formular juicios verdaderos para las traslaciones de las funciones seno y coseno -Modelizar los resultados de las traslaciones de las funciones seno y coseno -Identificar el dominio y recorrido relacionado la amplitud y periodo de las traslaciones de funciones seno y coseno -Elaborar y resolver ejercicios similares	Traslación de funciones e interpretaciones trigonométrica - Traslación vertical - Traslación horizontal -	- Geogebra - Hojas milimetradas - Reglas,	- Identifica las diferencias y semejanzas de traslación de las funciones seno y coseno - Generaliza la traslación de funciones seno y coseno	**Técnica** Talleres - grupales - en pares - individuales **Instrumento** - Hoja de trabajo

<table>
<tr><td>TAREA:5</td><td colspan="2">TEMA: Dilataciones, contracciones y reflexiones de las funciones seno y coseno</td><td colspan="2">TIEMPO: 110minutos
(2 periodos)</td></tr>
<tr><td colspan="5">Objetivos:
- Comprender las representaciones gráficas y simbólicas de las funciones seno y coseno cuando existe una dilatación, compresión y reflexión</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Estrategias metodológicas</td><td rowspan="2">Destrezas con criterio de desempeño</td><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Evaluación</td></tr>
<tr><td>Indicadores de logro</td><td>Técnicas e instrumentos de evaluación</td></tr>
<tr><td>-Establecer diferencias entre dilatación y compresión a partir de una gráfica de una función seno o coseno
-Entender la reflexión de la función seno
-Identificar el dominio y recorrido relacionado con la amplitud y periodo de las funciones seno y coseno
-Elaborar y resolver ejercicios similares</td><td>- Dilataciones verticales (variable dependiente)
- Dilataciones horizontales (variable independiente)
- Contracciones verticales (variable dependiente
- contracciones horizontales (variable independiente)
- Reflexiones</td><td>- Geogebra
- Texto matemáticas 1((Barceló, Bujosa, Cañadilla, Fargas, & Font, 2002)
- Texto del estudiante (Matemática 2 BGU)</td><td>- Identifica de una función seno o coseno la dilatación, compresión y reflexión
- Reconoce los cambios del dominio, recorrido relacionando con la amplitud y periodo</td><td>Técnica
- lluvia de ideas
- talleres grupales
- exposiciones

Instrumento
- Observación
- Hoja de trabajo
- rúbrica</td></tr>
</table>

2.D. Presentación de las actividades de evaluación formativa.

En las actividades propuestas se ha evaluado la parte cognitiva, procedimental y actitudinal de los estudiantes.

Cognitivo (Saber, conocimiento). Comprensión de conceptos, representaciones, definiciones, mediante talleres grupales, exposiciones, lecciones, participación en clase.

Procedimental (Saber hacer, destrezas). Dominio de un conjunto de habilidades identifica, esquematiza, formula, visualiza, descubre, reconoce, transfiere un problema real a un matemático, representa, generaliza, argumenta, comunica y modela, utiliza herramientas tecnológicas (TICs) que facilitan la actividad matemática.

Actitudinal (Saber ser, valor). Práctica de valores e identidad nacional. Trabajar con ética, respeto, responsabilidad, tener iniciativas creativas, mente abierta, curiosidad intelectual, actuar de manera organizada, con autonomía, independencia, aplicando el razonamiento lógico, crítico, tener la capacidad de trabajar con grupos heterogéneos, ser tolerantes y tener empatía

Evaluación formativa

Nos permiten adquirir consciencia de la evolución de dicho proceso para tomar las acciones de re planificación correspondientes. Tomando en cuenta que la evaluación es permanente y sistemática a través de las siguientes técnicas, trabajos grupales, en pares e individuales, trabajos independientes (tareas), lecciones, exposiciones, talleres con Geogebra, carpeta de aprendizaje. Con los siguientes instrumentos como, cuestionarios, rúbricas, registro de notas

Evaluación sumativa

Prueba escrita

Siendo un modelo de base estructurada que permite una respuesta correcta y argumentaciones de la misma, para su evaluación se utilizará una rúbrica ver Anexo III

3. Implementación de la unidad didáctica.

3.A. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas

Con el propósito de enseñar una matemática de calidad y mejorar la práctica pedagógica de la unidad didáctica implementada se recoge evidencias (diario docente) de las clases impartidas, las mismas que permitieron verificar algunos aspectos en las que se debe tomar correctivos.

Es conveniente y pertinente describir todas las características de los procesos de ejecución para lo cual se presenta el siguiente cuadro.

Fecha	Lo que resultó	Problemas encontrados	Observaciones
2018-02-12 al 2018-02-16	- Dar a conocer el funcionamiento de geogerba y la guía de orientación para la resolución de problemas y ejercicios previo al desarrollo de la implementación	- No se presentó problemas reales contextualizados	Aplicar en cada unidad y en todos los años
Tarea 1 2018-02-19	- La presentación de un problema contextualizado para elaborar una tabla de valores y construir una gráfica, tuvieron un refuerzo para comprender los datos y la pregunta	- Poca participación en grupo por la inseguridad y el desconocimiento de representar el lenguaje común a simbólico	- Buscar nuevas estrategias para el proceso enseñanza-aprendizaje
Tarea 1 2018-02-20	- Aplicación del geogebra en la construcción de gráficas de funciones en hojas impresas	- La institución no facilitó en el tiempo adecuado el centro de computación para la utilización del geogebra	La institución debe dar prioridad al proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes facilitando el centro de computación
Tarea 1 2018-02-21	- Entregar hojas impresas de gráficas de funciones para trabajar en forma colaborativa	- No se profundizó la modelización del dominio y recorrido de una función racional porque faltó tiempo	Organizar los talleres en función de la hora pedagógica
Tarea 2 2018-02-22	- Se presentó una lectura de texto de la historia de la medida de ángulos y triángulos, luego los estudiantes resolvieron las	- Generalizar el tema de ángulos y relaciones trigonométricas en la vida cotidiana del	Planificar actividades que conlleve al estudiante a hacer matemática

	transformaciones de ángulos de grados a radianes y encuentran las relaciones trigonométricas de ángulos notables	estudiante	
Tarea 3 2018-02-23 al 2018-03-02	- Los estudiantes resolvieron ejercicios de aplicación del tema, profundizando en las transformaciones del lenguaje gráfico a simbólico	- Generalizar la importancia de las funciones trigonométricas en la vida real	- Motivar a los estudiantes para lograr una mayor participación reflexiva.
Tarea 4 2018-03-05 al 2018-03-06 Tarea 5 2018-03-07 al 2018-03-09	- Los estudiantes recuerdan las gráficas y características de las funciones seno y coseno, mediante el geogebra analizan las traslaciones, contracciones, dilataciones y reflexiones, se profundizó la modelación de las mismas	- Los estudiantes no pudieron representar la trasformación del lenguaje gráfica al simbólico	- Tomar en cuenta conocimientos previos

3.B. Resultados de aprendizaje de los alumnos

En el desarrollo de dichas actividades se ha obtenido datos procedentes de trabajos individuales, grupales y de la prueba sumativa, como proceso de la propia dinámica enseñanza- aprendizaje. En este punto se detallan los datos recogidos y los resultados con su análisis.

En todas las actividades se ha realizado talleres en forma colaborativa, los resultados obtenidos se valoran como media, debido a que no todos aplican la trasformación de gráficas al lenguaje simbólico, (sistema semiótico), sin embargo, es necesario aclarar que al utilizar el geogebra, permite que los estudiantes manipulan, experimentan y puedan relacionar los resultados con las hojas impresas, sin embargo, se les dificulta justificar las respuestas y realizar conjeturas de las mismas. Ver anexo II

Las exposiciones de gráficas de funciones y sus características dando una valoración de media, porque se observó el desinterés de algunos grupos como falta de material didáctico (papelotes, diapositivas). Otro aspecto importante en esta evaluación fue la inseguridad y la ansiedad que mostraron los estudiantes, esto quiere decir que no hubo una motivación adecuada por parte de la docente antes y durante la actividad.

Los resultados obtenidos de la carpeta de aprendiza valorada como alta, esto es una evaluación individual, siendo una herramienta de trabajo para la reflexión, este es un medio por el cual el estudiante demuestra lo que ha aprendido durante la unidad. Anexo III

Finalmente se analiza los resultados de la prueba escrita siendo esta de base estructurada, se valora como alta para la pregunta 1 literal A, B, C, sin embargo, cabe mencionar que en las argumentaciones de cada una de ellas se valora como media, debido a que no todos los estudiantes pueden realizar un análisis matemático. En la pregunta 2 se valora como alta sin embargo tienen la misma dificultad que la anterior. Por lo tanto, la prueba final se valora como media. Anexo III.

En lo referente a los temas evaluados es conveniente aclarar que los objetivos propuestos al inicio del proceso educativo no se cumplieron en su totalidad, pero los conocimientos básicos fueron adquiridos por la mayoría de los estudiantes.

3.C. Descripción del tipo de interacción.

Antes de aplicar los conocimientos adquiridos en la maestría, y la implementación de la unidad didáctica, en los estudiantes había emociones negativas frente a la asignatura como la ansiedad, ira, aburrimiento, en algunos estudiantes tristeza, Entonces una de las interacciones principales dentro del aula fue la comunicación, el compartir sentimientos y experiencias de su entorno social, la motivación en valores, actitudes, emociones especialmente en su autoestima, creando un clima adecuado en el aula, tomando en cuenta las diferencias de aprendizaje (inclusión).

La forma de pensar del docente como la expresión y el lenguaje corporal y asertivo hace que exista una buena relación entre estudiante y docente.

Otro aspecto importante dentro del aula fue la planificación de actividades, el hecho de iniciar la clase con un problema contextualizado para dar la importancia al estudio del tema, así también se realizó, trabajos previos solicitando a los estudiantes adquirir conocimiento de palabras claves, gráficas, etc. Para luego aplicar en el proceso de la clase, trabajos individuales al realizar una actividad que utilice el trabajo previo, trabajos grupales o colaborativos al presentar un taller o exposiciones, la intervención del docente como guía, en la mayoría de ocasiones se realizó explicaciones de manera magistral, trabajos entre pares, la participación individual (actuación en clase), siendo muy enriquecedor en el proceso enseñanza aprendizaje.

3.D. Dificultades observadas.

Es relevante que se dé a conocer las características elementales de los individuos y de la institución donde se implementó la unidad didáctica. La institución ofrece una educación de enseñanza secundaria obligatoria (ESO), se imparte el bachillerato general unificado, sección vespertina (13H00 a 19H00)

El grupo de 28 alumnos fue escogido de manera intencional para llevar a cabo las experiencias implementadas, corresponde a un grupo de recursos económicos media baja, donde la mayoría de sus padres y madres no tienen un título de estudio de segundo nivel, algunos de ellos provienen de hogares disfuncionales.

La disponibilidad de tiempo por semanas para el progreso de la materia fue de cinco periodos, una por día, cada uno de 55 minutos, la distribución de las horas, para este grupo fue con dos veces a la semana las últimas horas, y las otras tres divididas entre la primera y después de recreo.

La institución dispone de centros de informática y otros espacios de contenidos digitales, pero la asignación no es inmediata debido a que es de usos múltiples para la comunidad educativa, lo que favorece la improvisación de su uso.

Otra dificultad encontrada fue la separación de estudiantes de la institución por cometer faltas leves y graves y la improvisación de actividades extracurriculares por parte del centro educativo.

4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica

4.A. Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora, siguiendo las pautas que cada especialidad ha proporcionado para guiar la práctica reflexiva.

La unidad didáctica a diseñar, implementar y analizar se refiere al estudio de funciones trigonométricas, de la unidad 2 del texto del ministerio de educación (Matemática 2° curso, GBU), aplicada al segundo de BGU de la Unidad Educativa “Diez de Agosto”, el diseño de la unidad didáctica se plantea en forma de programación del aula, determinada por la unidad educativa.

Debido a la cantidad de gráficas que aparecen en el libro se ha decidido eliminar como las más difíciles descritas por los autores (señaladas con un asterisco rojo en la presentación de contenidos), de las tareas realizadas en clase se propone distribuir el tiempo dispuesto en la Institución educativa, este tiempo es suficiente para realizar todas las actividades propuestas, si por cualquier eventualidad los estudiantes no hubieran completado, se deja pendiente y lo desarrollan como deberes, realizando un seguimiento y refuerzo de deberes de los estudiante.

El desarrollo de las actividades que se define a continuación presenta algunas inconsistencias.

En las actividades introductorias se observa dificultades en realizar operaciones (suma, resta) con funciones, en el manejo de algoritmos con números enteros y fracciones sobre todo a la hora de operar con ellos, actividad que pretende medir el conocimiento previo del estudiante, de un antes y un después de conocer la guía de orientación, que puede ser consultada en el anexo I.

En las tareas 1, 3, 4 y 5, se detecta algunas deficiencias importantes referidas a los ejercicios, como la incomprensión de datos, dificultad de transformación de una representación gráfica al lenguaje simbólico, en la misma línea se aprecia problemas con el manejo de las relaciones y funciones trigonométricas inversas (cotangente, secante y cosecante), con sus respectivas gráficas.

Además de las anteriores también se detecta inconsistencia de rozamiento inductivo y deductivo que se presentan en las diferentes tareas, como deducir, argumentar, y realizar conjeturas de los resultados obtenidos, tomando en cuenta que no se plantea problemas reales contextualizados para que en base a estos los estudiantes puedan llegar a la modelización.

Cada clase se comienza con una serie de ejercicios rutinarios de introducción para recordar y activar conocimientos previos, normalmente se necesita de un determinado tiempo para la organización de los estudiantes, seguidamente se pasa lista y se aprovecha para conocer las dificultades encontradas en los deberes.

Tras la corrección de tareas, comienza la clase donde se tiene previsto introducir nuevos contenidos, aplicando metodología de un cúmulo de estrategias aprendidas durante las clases presenciales con los facilitadores de la Universidad de Barcelona, así como en didáctica de la matemática I, resaltando la resolución de problemas, que realmente hay escasez de los mismos en las actividades.

En la didáctica de la matemática II, la dinámica con que se puede desarrollar las clases y la conexión de la matemática con otras asignaturas, en este caso el estudio de las funciones trigonométricas está relacionadas con las ciencias naturales y la física, así como la presentación del video o el análisis de la contaminación del medio del ambiente producida por el sonido, de la misma manera en Complementos disciplinares II, como el diseño de actividades con material manipulativo, y también inicia la clase con un problema contextualizado donde los estudiantes sean capaces de razonar los hechos y justificar los resultado.

La aplicación de la guía de orientación para la resolución de problemas y ejercicios, basándome en unas páginas de la revista Uno didácticas de las Matemáticas, Según Villalonga & Deulofeu (2017), "Es una herramienta que motiva al estudio, cuando este se apropia de su contenido, indaga herramientas y procedimientos matemáticos proporcionándole seguridad, confianza, control y serenidad en el momento de resolver problemas". Siempre que se hayan apropiado de su contenido, para ello es necesario aplicar en diferentes tareas, en todos los años.

En todas las actividades planteadas se debe aplicar las herramientas tecnológicas como el geogebra, que presenta un entorno de trabajo agradable, motivador, creando una atmósfera en la que las ideas se pueden expresar libremente, construyendo su aprendizaje de una manera autónoma a través del descubrimiento mediante la manipulación y exploración.

Otro aspecto importante es introducir a las actividades el enfoque ontosemiótico EOS Según Godino, Batanero & Font (2007)

> "El docente debe estar en la capacidad de procesar la actividad matemática cuando realiza ejercicios o problemas, de identificar prácticas, objetos y procesos que se han planteado en el juego, y de todas las variables que están involucradas en el proceso, todo esto con el objetivo de plantear problemas y ser usados a nivel educativo".

Según Conferencia-Debate del Dr. Vicenç Font Moll, "Plantear situación concreta en clase como una tarea de reflexión, donde los estudiantes puedan realizar tareas sin ninguna indicación en base a sus conocimientos previos de esta manera se pretende introducir contenidos que no se encuentran dentro del currículo" (2017).

A continuación, se procede a identificar cada uno de los criterios de idoneidad didáctica que se dio a conocer en la asignatura de Innovación de Godino "los estados y funciones relevantes del proceso, a partir de los resultados se puede obtener una visión de la implementación de la unidad didáctica que va a permitir una valoración de la idoneidad didáctica" (2008).

Idoneidad epistémica

> Las situaciones que generan problemas son bajas. Como primer indicador se detalla que existen errores los cuales vienen de la implementación, aunque se nota que la contextualización es relativamente forzada, y se enfoca en la matemática, la mayor parte de los ejercicios tratan de teoría matemática, es decir una realidad que no se acerca a la vida de los estudiantes (Universidad de Granada, 2015).

Respecto al segundo indicador que abarca los temas referentes a situaciones de generación de problemas que parten de la vida cotidiana, en la implementación se han planteado varias acciones, en su mayoría o totalidad no corresponden al segundo indicador, estando más enfocadas a la ejercitación que a la modelización de un determinado objeto matemático. Para enseñar una buena matemática es elemental la inclusión de la misma.

> Se valora a la idoneidad respecto a los lenguajes es media. Se plantea varias formas de presentar entre uno de esos sistemas esta la verbal, simbólico y gráfico (en ejercicios de representaciones gráficas de funciones trigonométricas). Es opción de mejora aumentar el uso del sistema semiótico que corresponde a la representación y transformaciones de ellos en la que se trata situaciones difíciles que implican a los diferentes tipos de lenguajes (Universidad de Granada, 2015).

Cabe señalar que el nivel del lenguaje ha sido adecuado, empleando palabras sencillas, que permita comprender la estructura del tema existe un equilibrio de lenguajes que ha permitido realizar una buena valoración de este indicador. Una propuesta de mejora sería la utilización de los diversos lenguajes en la aplicación de deberes, exigiendo a los estudiantes que se esfuercen en este respecto.

> Al analizar la idoneidad de la componente que se enfoca en las reglas, resulta media, a pesar de la claridad y correcciones de los contenidos y procedimientos. En general, se introducen conceptos teóricos muy formales y un poco distanciados de los considerados importantes, como las funciones trigonométricas inversas. Para la mejora de la idoneidad se considera abordar procedimientos que permitan al estudiante

> desarrollarse con seguridad y confianza como la introducción en los distintos usos de representaciones de gráficas de funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente) (Universidad de Granada, 2015).

Lo descrito para el indicador anterior conlleva a tener un escaso valor, el peso de centrarse en las funciones trigonométricas inversas perjudica la representación especial de los temas tratados. Al considerar los contenidos y ubicarse en los ya definidos para crecer la idoneidad de este indicador.

Para la mejora de este indicador es necesario proponer a los estudiantes busquen la manera de utilizar las proposiciones y procedimientos que se manipula en el momento.

> Si se observa la idoneidad de la componente relacionada con los argumentos, se podría valorar como media, debido a los contenidos abordados siendo un poco difuso en algunos temas, se puede optimizar al tratar temas más afines a los contenidos como los expuestos anteriormente (Universidad de Granada, 2015).

Según la Universidad de Granada:

> Por último, la componente relativa a las relaciones es alta, porque en la presentación de contenidos se tratan los objetos matemáticos de manera interrelacionada y articulada. Se conecta entre sí, tanto la parte teórica de definiciones y proposiciones, como la parte práctica de ejemplos y ejercicios. Por otro lado, también se identifican y articulan entre sí los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas. (2015)

La componente relativa tiene gran influencia ya que relaciona a la parte teórica de la matemática y la parte práctica como son los ejercicios.

Idoneidad ecológica

El ajuste hacia el currículo es alto, al empezar por el diseño se respetó las directrices del currículo nacional, luego esta su ejecución con relación a estas directrices para su progreso.

Mientras que la idoneidad al relacionarse con su apertura a la innovación didáctica tiene una calificación de baja. Por un lado, en la implementación se debe considerar la adición de las tecnologías más actuales, pero que se aplica en algunas tareas en clase. Se tiene también que no existe ningún aporte por parte de la investigación. Solo se ha realizado procesos de reflexión en el desarrollo de las actividades que ayudan al aprendizaje.

> En relación de la idoneidad con respecto a la adaptación socio profesional y cultural se tiene una categoría alta, ya que existe una relación fuerte con el currículo nacional, y que cumple con el perfil de salida del bachillerato para la integración de los mismos a una sociedad justa y equitativa (Universidad de Granada, 2015).

Por otro lado, la idoneidad en relación a la educación tiene un valor alto, porque durante el desarrollo de la implementación se enfatiza en la justificación y reflexión sobre los procesos seguidos, así como el respeto entre compañeros, a su identidad y a los criterios emitidos por los mismos.

Finalmente, la idoneidad de la componente que hace referencia a las conexiones intra e interdisciplinares, su valoración es medio, debido a que las relaciones intradisciplinares son abundantes por los procesos secuenciales del tema, sin embargo, las inter disciplinares son mínimas. Esta componente se podría mejorar con propuestas ricas en problemas contextualizados que se utilizarán varias representaciones relacionadas a diferentes áreas de conocimiento donde se dé utilidad a las funciones trigonométricas.

Idoneidad cognitiva

En lo que respecta al componente de conocimientos previos, se valora como media, ya que no todos están al mismo nivel respecto a conocimientos, la principal causa es que no poseen bases y conocimientos previos, debido al tiempo disponible, no se puede profundizar por cumplir con la programación institucional. Por lo tanto, las medidas de mejora de la idoneidad epistémica acompañada de la revisión de los conocimientos anteriores adquiridos, ayudaría a complementar esta componente (Universidad de Granada, 2015).

Desde el punto de vista de la componente que corresponde a las adaptaciones curriculares a las diferencias individuales, se valora como baja. En la implementación no se incluyen actividades de refuerzo, pero el docente trata en todo momento de promover el aprendizaje en todos los estudiantes, sin embargo, no se ha conseguido los resultados esperados, tomando en cuenta también la evaluación sumativa que representa unos resultados aceptables, sin embargo al realizar el análisis de argumentaciones se contradice a dichos resultados, para la toma de decisiones, indicando los mismos que los estudiantes no han logrado apropiarse de los conocimientos. Anexo III

"El progreso de la idoneidad de esta componente se involucra con las demás, para la obtención del aprendizaje significativo se debe combinar todas las componentes de las otras idoneidades" (Universidad de Granada, 2015).

Idoneidad afectiva

La idoneidad de la componente relativa a los intereses y necesidades de los estudiantes es media, ya que la mayor parte de las tareas planteadas a los estudiantes parecen carecer de interés para ellos. Además no tienen relación con situaciones de la vida cotidiana que permiten valorar la utilidad de las matemáticas.

Por lo tanto, la mejora de esta componente solo puede dar un cambio, cuando el tipo de tareas o actividades sea de interés y tenga utilidad en la realidad cotidiana de los estudiantes.

> Desde el punto de vista de la idoneidad de la componente que valora las actitudes, llegaría a un nivel medio. Por un lado, se promueve la participación y se favorece la igualdad, pero por otro los estudiantes no terminan de aceptarlo e incluso se dan varios casos de rechazo a la asignatura, para la mejora de esta componente es importante motivar antes, durante y después de las actividades planteadas (Betoret, Bacete, & Doménech, 2002).

Por otra parte, la idoneidad de la componente relacionada con las emociones, también es media. Se promueve la autoestima para intentar evitar el miedo, la inseguridad y el rechazo a la asignatura, mediante una dinámica participativa como trabajos colaborativos. La mejora de la idoneidad, en este caso, tendría relación con los aspectos de la implementación resaltando la estética y la precisión de la matemática.

Idoneidad interaccional

La idoneidad de la componente que tiene en cuenta la interacción docente-discente, se puede valorar como alta, en la mayoría de los indicadores tienen una marcada presencia y una alta incidencia en el proceso de la implementación. Presentando los contenidos institucionales de manera clara y precisa y demostrando a lo largo del proceso que se reconoce los conflictos de los alumnos y que la capacidad para resolverlos. También favorece la búsqueda del consenso en torno al mejor argumento y se utiliza distintos recursos sencillos y argumentativos para captar e incluir la atención de los estudiantes en la dinámica de clase planteada.

En cuanto a la idoneidad de la componente que se centra en la interacción entre discentes, se puede valorar como media, debido a que a pesar de que en el grupo se ha favorecido en todo momento la inclusión y la comunicación entre los estudiantes, el resultado no ha sido satisfactorio, tal como muestran los reducidos valores del indicador que analiza la argumentación matemática por parte de los alumnos.

Para la mejora de esta componente es necesario, incrementar la motivación como paso previo, para provocar que cada uno reflexione, utilizando un diálogo y comunicación adecuada entre los estudiantes.

Sobre la idoneidad de la componente de autonomía, tiene una baja valoración debido a los momentos en que los estudiantes asumen responsabilidades de estudio, siendo muy pocos. A veces plantean cuestiones, pero no suelen explorar ni conjeturar y mucho peor realizar algún razonamiento utilizando la comunicación de soluciones. Para mejorar esta componente se debe incrementar el tiempo dedicado a la resolución de situaciones problemáticas adecuadas que facilite los momentos en los que los estudiantes asuman la responsabilidad del estudio.

Con respecto a la idoneidad de la componente de evaluación formativa se puede considerar alta, ya que en todo momento del proceso se sigue una observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos a través de cualquier muestra de su participación en las tareas propuestas y del análisis de su trayectoria discente.

Idoneidad mediacional

La idoneidad de la componente relacionada con los medios disponibles denominada recursos materiales, es media ya que no se usa con frecuencia los materiales manipulativos en todas las tareas implementadas. Para la mejora pasa a incluir en todas las actividades los recursos informáticos y manipulativos como el geogebra.

Al analizar la idoneidad de componentes del número de alumnos, el horario y las condiciones del aula se pueden valorar como alta, ya que son apropiadas para la implementación de la unidad.

En cuanto a la idoneidad de la componente relativa a la temporalización, se valora como baja. El tiempo no presencial dedicado a la instrucción se estima como reducida, tal como se observa en el control de tareas enviadas a casa Anexo V con respecto al tiempo presencial tampoco ha sido adecuado ya que se observa en algunas tareas desarrolladas en clase que no se finalizó las tareas, para la mejora de este componente es necesario relacionar con los otros componentes como el epistémico, sobre la planificación de los contenidos. Respecto a la idoneidad cognitiva, no se puede afirmar que haya tenido en cuenta las etapas evolutivas de los estudiantes.

La mejor de la componente es muy compleja sin embargo la base fundamental se encuentra en la planificación de contenidos más importantes y dedicar el tiempo adecuado para su estudio, fortaleciendo las actividades imprescindibles para hacer una buena matemática.

La mejora de las actividades realizadas en la implementación se pude ver en el anexo IV

5. Reflexiones finales

5.A. En relación a las asignaturas troncales de la maestría

La asignatura de **psicología** me resulto interesante ya que me ayudo a comprender a los adolescentes por la etapa difícil que pasan donde hay cambios físicos, fisiológicos y psicológicos, y la educación se ve afectada por estos cambios como por el contexto en el que se desenvuelven. La motivación es primordial en la vida del adolescente con los que estoy trabajando.

La asignatura de **sociología** entender mejor como se organizan los sistemas institucionales educativos, es decir, conocer las características de las instituciones educativas, como su estructura social, cultural, económica y política del ecuador.

La asignatura de **TFM** fue muy significativo porque fue muy útil para realizar con éxito mi labor docente conociendo pautas para valorar y diseñar actividades pedagógicas activas, para el desarrollo proceso de enseñanza aprendizaje de matemática

La asignatura de **investigación** fue muy útil obtener conocimiento acerca de la investigación pedagógica y saber fundamentar los problemas que se presentan en la práctica educativa, contribuyendo con la solución de problemas que se presentan en la práctica educativa.

La asignatura de **tutoría y orientación educativa** me pareció interesante porque ayudó a reflexionar sobre la metodología, estrategias y técnicas que se debe utilizar para mejorar los procesos de estudio y aprendizaje en matemáticas.

5.B. En relación a las asignaturas de la especialidad matemática

La Introducción a la didáctica de la matemática. La experiencia adquirida es dar la importancia necesaria a la matemática relacionando con la realidad del estudiante, proponer tareas de contextos extra matemáticos especialmente el cambio de registro de representaciones.

Complementos disciplinares en matemática II, la aplicación de material manipulativo, como el geogebra que permite al estudiante aprender mediante ensayo descubrimientos el cual he utilizado para la implementación de la unidad.

Innovación e investigación sobre la propia práctica, Las propuestas presentadas en esta asignatura me brindaron principios para valorar el proceso enseñanza aprendizaje de mi propia práctica como la aplicación de los criterios de idoneidad para la valoración de la implementación de la unidad didáctica

5.C. En relación a lo aprendido durante el TFM

El TFM, me ha enseñado a analizar y valorar el proceso de enseñanza aprendizaje aplicando los criterios de idoneidad didáctica, llevándome a una reflexión acerca de la práctica docente que se realiza en la Institución, ¿He enseñado una matemática de calidad?, realmente en la institución donde laboro simplemente se cumple con las planificaciones del currículo nacional, sin realizar un profundo análisis de contenidos y objetivos.

El compromiso de todo docente es dar un cambio a la educación, rediseñando el currículo de acuerdo a las necesidades de los estudiantes, planificar actividades que sean útiles en la vida cotidiana, aplicar métodos y estrategias activas, que permitan evaluar no solo los logros alcanzado, que a menudo se lo hace mediante pruebas, siendo una visión clásica de evaluación.

Evaluar es una práctica continuada de aprender y analizar lo que se hace en la clase de matemáticas. Es decir, saber qué sucede en el aula, reflexionar sobre cómo se regulan los procesos de enseñar y aprender de manera que los resultados de aprendizaje sean cada vez más profundos y discutir qué decisiones se toman ante la reflexión realizada. Y eso no se ve “sólo al final”, y tampoco sólo como media aritmética de resultados de notas parciales, sino que se trata de una práctica compleja.

6. REFERENCIAS

Barceló, R., Bujosa, J., Cañadilla, J., Fargas, M., & Font, V. (2002). *Matemáticas 1*. Barcelona: Almadraba.

Betoret, F., Bacete, G., & Doménech, F. (2002). Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. *Docencia*, 30-34.

Bosquet, L. (Mayo de 2001). Los peligros de la radiación solar. *Offarm*, 75-76.

Caipa, S., & Torres, W. (2016). Metodología de Polya en resolución de problemas. *Compartir Palabra Maestra*.

Conferencia-Debate del Dr. Vicenç Font Moll. (29 de septiembre de 2017). Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=lQItx2DERmY

Cotic, N. (2014). GeoGebra como puente para aprender matemática. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*, 3,...10.

Cotic, N. (2014). GeoGebra como puente para aprender matemática. *ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1179*, 2-5.

Declaración Universal de los Derechos Humanos. (1948). Obtenido de https://www.registrocivil.gob.ec/wp-content/uploads/2015/04/DECLARACION%20DE%20LOS%20D

Font, V. (2017). Conferencia-Debate del Dr. Vicenç Font Moll., (pág.). Centro de la Provincia de Buenos Aires. Obtenido de https://es.slideshare.net/cartoni21/tendencias-actuales-en-la-enseanza-de-la-matematica

Freire, P. (1970). Pedagogía del Oprimido. *Tendencias Pedagógicas*, 206.

Godino, J. (16 de septiembre de 2008). *Un enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción*. Obtenido de Departamento de diáctica de la matemática de la Universidad de Granados: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm

Ministerio de Educación. (2016). . Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=QG_0RY8Gggo

Molina, A. (2014). *Propuesta Didáctica para la enseñanza de ángulos y medidas*. Bogotá Colombia: .

Universidad de Granada. (2015). Obtenido de https://www.ugr.es/

Villalonga, J., & Deulofeu, J. (2017). Representar problemas usando una base de orientación. *Revista de la Didáctica de las Matemáticas*, 59-65.

Evaluación

	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	**Actividades realizadas durante la elaboración del TFM**	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justifiqué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenia realizado para contrastarlo con el tutor/a.	D10
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	D10
	Versión final del TFM	Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	D9
		Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	D9
		Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	D9
		Conclusiones de la reflexión sobre la implementación	Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de la unidad didáctica son poco	Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a	D10

			fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales.	los datos obtenidos.	una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	
		Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	D10
		Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	D10
		Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente.	D8
		Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes.	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	D10
		Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM	No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	D9

Nota final global (sobre 1,5): 1,43

ANEXOS

Anexo I (guía de orientación y geogebra)

Para la aplicación de la unidad didáctica educativa a los estudiantes fue importante capacitar a los estudiantes con una guía de orientación para la resolución de problemas y ejercicios. Dice Villalonga & Deulofeu (2017).

Esta es una herramienta adecuada que permite al estudiante resolver ejercicios y problemas con seguridad, control y serenidad. La base de orientación nace de las ideas de diferentes autores (Polya, 2009; De Corte y Verschaffel, 2003; Mason, Burton y Stacey, 2010). A partir de las ideas y de la dinámica observada en clase

A partir de las ideas y de la dinámica observada en clase. Según el método de G. Polya (1945), para resolver problemas, su propuesta contempla cuatro fases en la resolución de problemas. En cada una de ellas, Polya plantea interrogantes claves con el objetivo de guiar y orientar la acción del estudiante que intenta resolver un problema.

Presentó en su libro Cómo plantear y resolver problemas (en inglés, How to solve it)

Base de orientación. Resolución de problemas	
Dominios	**Dimensiones**
Comprendo el problema	**1.** Distingo las preguntas que he de responder y entiendo todo aquello que se me pide que haga. **2.** Distingo los datos y m e aseguro de que los entiendo. **3.** Expreso el problema para entenderlo mejor haciendo un dibujo, esquema, diagrama… (lo que me parezca más adecuado) y hago pruebas si me es necesario.
	Para cada pregunta formulada
Tengo un plan de acción	4. Pienso alguna estrategia de resolución a partir de la representación y las pruebas o ejemplos que he hecho, y trato de aplicarlo. 5. Encuentro los datos y los razonamientos o algoritmos que necesito para aplicar la estrategia.

	6. Aplico la estrategia y la escribo de manera que se entienda todo aquello que he pensado.
Reviso mi tarea	7. Si no lo consigo, detecto dónde me bloqueo o me equivoco y aplico una nueva estrategia (con todo lo que necesite). 8. Una vez resuelto: • Investigo si hay otras soluciones y las encuentro. Si solo hay una, razono por qué no hay más. • Razono si se podría hacer de otras maneras. 9. Releo lo que he hecho y me aseguro de que lo explico todo, de que respondo de manera razonada y se entiende. Relaciono, si hace falta, con el resto de preguntas y tareas solicitadas.

A los estudiantes se presenta un ejercicio de operaciones con funciones antes de conocer la base de orientación

Dadas las siguientes funciones:

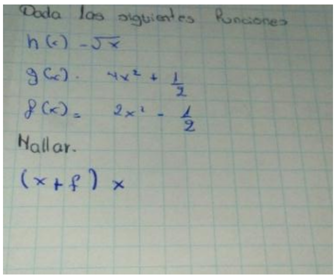
$$h(x) = -\sqrt{x}$$
$$g(x) = 5x^2 + \frac{1}{2}$$
$$f(x) = 4x^2 - \frac{1}{2}$$

Realizar las siguientes operaciones

a) $(g + f)(x)$

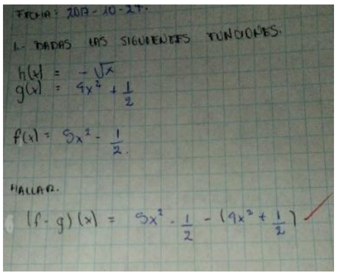
b) $(f - g)(x)$

Los estudiantes desarrollan de la siguiente manera:



Caso 1

Observación de la respuesta de los estudiantes	*Reflexión del docente*
En el caso 1 el estudiante no desarrolla el ejercicio	El estudiante no copia correctamente la pregunta, no reconoce datos, no está motivado



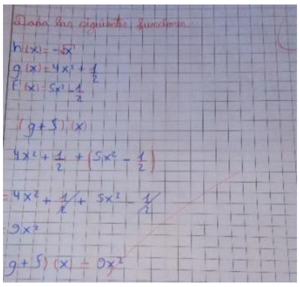
Caso 2

Observación de la respuesta de los estudiantes	***Reflexión del docente***
En el caso 2 el estudiante aún no entiende los ejercicios en orden sin embargo plantea el literal b y reemplaza datos	El estudiante entiende e intenta resolver el ejercicio, , obtiene datos, reemplaza pero no puede aplicar algoritmos para su desarrollo

Ante la dificultad observada en los estudiantes de segundo de BGU en el desarrollo de ejercicios de operaciones con funciones, se puede deducir que no entienden datos, no pueden aplicar algoritmos muchos peor cuando se realiza las operaciones

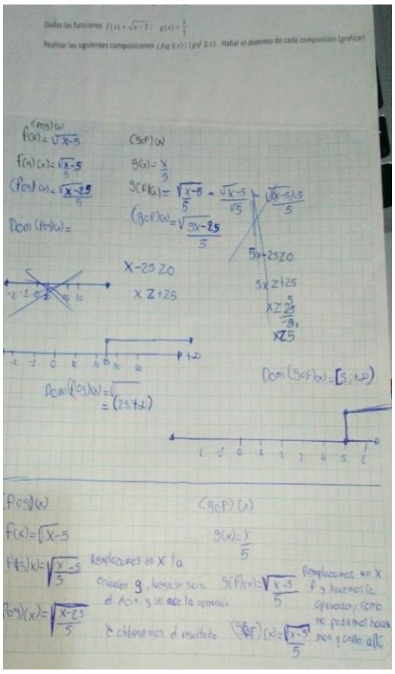
A partir del 12 de febrero del 2018 se aplica en este curso la base de orientación para la resolución de ejercicios y problemas, que sirve como trabajo introductorio para aplicación del TFM.

Obteniendo los siguientes resultados



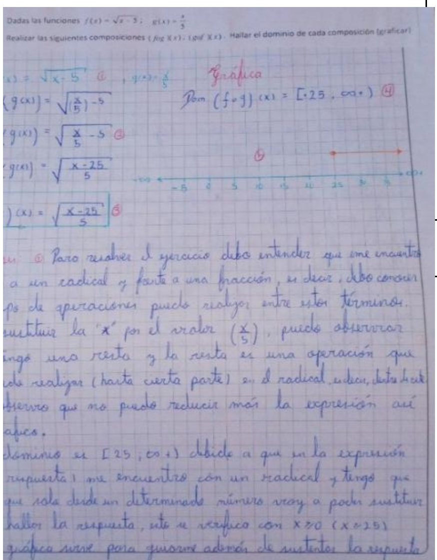
Caso3

Observación de la respuesta de los estudiantes	***Reflexión del docente***
En el caso 3. El estudiante entiende el ejercicio, reconoce datos, manipula datos, aplica algoritmos y obtiene la respuesta	Según el desarrollo del ejercicio, se observa que el estudiante está interiorizando el listado de la base de orientación, sin embargo falta aún un análisis escrito y utilizar otra estrategia para explicar el ejercicio



Caso 4

Observación de la respuesta del estudiante
En el **caso 4** los estudiantes trabajan en forma colaborativa entienden la pregunta, datos numéricos y no numéricos, evidencian que a partir de ellos debe aplicar algoritmos y condiciones para encontrar dominio, realizan dos formas de representar el dominio en forma gráfica e intervalos, comete un error y desarrolla nuevamente identificando en que paso cometió el error, evita hacer comentarios, realiza un análisis escrito
Reflexión del docente
Los estudiantes se apropian del proceso y realiza un análisis de cada paso que desarrollan, en este grupo realizan nuevamente el ejercicio y verifican en donde está el error, la base de orientación ayuda a los estudiantes a autoevaluarse cada uno de ellos



Observación de la respuesta del estudiante
En el **caso 5** los estudiante trabajan en forma colaborativa y se observa que entienden la pregunta, datos numéricos y no numéricos, evidencian que a partir de ellos debe aplicar algoritmos y condiciones para encontrar dominio, realizan dos formas de representar el dominio en forma gráfica e intervalos, resuelven de diferentes formas, realiza un análisis escrito sustentando el desarrollo del ejercicio.
Reflexión del docente

Caso 5	Los estudiantes se apropian del proceso y realizan un análisis de cada paso que desarrollan, existe seguridad, control, organización en el proceso, mejorando de esta manera la capacidad de solucionar problemas y ejercicios, siendo críticos ya que justifican el proceso.

Basándome en los resultados obtenidos se comprueba que adaptar la base de orientación les ayuda a autorregular sus conocimientos, proporcionándoles seguridad, confianza, control y serenidad para resolver problemas y ejercicios.

Antes de dar a conocer esta herramienta, los estudiantes muestran aburrimiento, ansiedad, tristeza, ira, por lo tanto, es indispensable motivar a los estudiantes utilizando diferentes métodos y planteando problemas importantes para la aplicación de la vida de los estudiantes.

Anexo II (Actividades y evidencias de la unidad didáctica)

En el desarrollo de las actividades para la enseñanza de funciones trigonométricas, me propuse crear un buen ambiente de trabajo en función del estudiante, y fomentar la comunicación y una participación activa utilizando una herramienta fundamental que es el geogebra.

El geogebra es un material manipulativo, que favorece el desarrollo cognitivo y la adquisición de nuevos procesos de pensamiento, es una herramienta que permite a los estudiantes realizar un trabajo de ensayo y exploración, identificación de errores, fomentar el trabajo colaborativo, promovieron discusión sobre el mejor camino para obtener un resultado, utilizar experiencias propias entre pares. Poseer habilidades para comprender, juzgar, confianza en la actitud propia, capacidad de solucionar problemas, aprender a razonar matemáticamente, realizar conjeturas, explorar en forma dinámica reuniendo pruebas y construyendo argumentos matemáticos, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden tener un protagonismo permitiendo un aprendizaje significativo (Cotic, GeoGebra como puente para aprender matemática, 2014).

En cada sesión planteada se pondrá en práctica las herramientas antes mencionadas para que las clases sean atractivas, motivadoras y que cada vez los estudiantes se interesen por aprender matemática relacionando con el mundo real de una manera agradable y motivadora.

TAREA 1

TEMA: FUNCIONES

TIEMPO: 110 minutos

En un laboratorio se trabaja con un tipo de levadura que tiene un ritmo de reproducción muy especial, cada día su masa es el doble de la del día anterior. Nos disponemos a comprobar esta propiedad, supongamos que en el momento de iniciar la observación hay 1 g de esta levadura.

Actividad 1

a. ¿Cuántos gramos de levadura tendremos un día después? ¿y el segundo día? ¿y el tercer día? ¿y al cabo de una semana?
b. Elabora una tabla ordenada que relacione el tiempo para los cuatro primeros días y la masa de levadura en gramos
c. ¿Qué masa había un día antes de iniciar la observación? ¿Y dos días antes?
d. Completa la tabla del literal b con los valores correspondientes a los días anteriores al inicio de la observación. Para ello considera estos días como negativos
e. Representa gráficamente esta relación entre el tiempo y la masa
f. Halla la fórmula que permita calcular los gramos de levadura a partir del número de días que han pasado.

A partir de esta actividad introductoria los estudiantes reforzaran sus conocimientos de funciones para luego resolver las siguientes actividades.

Para el estudio de funciones trigonométricas es necesario que los estudiantes tengan un conocimiento previo, en esta sesión se realizará actividades como la clasificación de funciones, dominio, recorrido y asíntotas

Función cuadrática. - Es una función de la forma $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ donde A, B, C son números reales. La gráfica de la función cuadrática es una curva llamada parábola; si a, es positiva la gráfica abre hacia arriba y si a, es negativa la gráfica abre hacia abajo. La ecuación algebraica tiene el 2 como máximo exponente de la variable

Función racional. - Es una función de la $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ donde $p(x) y q(x)$ son polinomios y $q(x)\neq 0$. La función racional no está definida para valores de x en el cual $q(x)$ es cero, este valor al representarlo gráficamente es una asíntota. La gráfica que se obtiene son curvas interrumpidas por la asíntota.

Función polinomial.- Una función Polinómica es de la forma $f(x)=a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+...a$ donde a_n, a_{n-1}, a son constantes reales y n es número entero no negativo que indica el grado de $f(x)$, siempre que $a_n \neq 0$

Función por partes. - Función definida por partes. Una función definida por partes es aquella que no está definida por una ecuación sola, sino por dos o más. Cada ecuación es válida para algún intervalo

El dominio de una función $f(x)$ es el conjunto de todos los valores para los cuales la función está definida (eje de las abscisas)

El rango o recorrido de la función es el conjunto de todos los valores que *f* toma (eje de la ordenada).

Actividad 2

Se trabajará con grupos de 5 estudiantes

1. Utilizando el geogebra
   a. Grafica las funciones

$$f(x)=x^2+2$$

$$f(x)=\frac{2}{x+1}$$

$$f(x)=x^3$$

a) Determina en cada función el dominio y recorrido (pinta)
b) Registra en una tabla de valores la clase de función con su respectivo dominio y recorrido
c) Establece generalizaciones que permita conocer el dominio y recorrido de las diferentes funciones y dar a conocer a todo el curso las argumentaciones del grupo a través del coordinador de grupo

Luego de estas actividades se guiará al estudiante para que lleguen a las siguientes conclusiones

Función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, la gráfica es una parábola.

El dominio son todos los reales

El recorrido depende de la variable. Si, $a > 0$ la parábola se abre hacia arriba, entonces el recorrido será en el intervalo $\text{Re } c : \left[-\frac{b}{2a}, \infty \right)$

Si $a < 0$ la parábola se abre hacia abajo, entonces el recorrido será en el intervalo $\text{Re } c : \left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right]$ Recuerde que el $vértice = -\frac{b}{2a}$

Función racional $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$.

El dominio es el conjunto de los números reales excepto los valores donde el denominador se hace cero

El recorrido son todos los valores que toma la variable dependiente

Función polinomial $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots a$.

- Polinomio de grado impar
  - El dominio es el conjunto de los números reales
  - El recorrido es el conjunto de los números reales

Máster de formación del profesorado de Educación Secundaria en Ecuador

UNAE UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

UNIVERSITAT DE BARCELONA

TAREA 2

TEMA: MEDIDA DE ÁNGULOS

TIEMPO: 110 minutos

En esta sesión estableceremos la conversión de unidades de grados a radianes y viceversa. Para la medición de ángulos se requiere inicialmente de una circunferencia, la cual es la figura geométrica que mejor permite la descripción de las amplitudes representadas en los ángulos. Sin embargo, un poco de historia hace que este tema sea interesante.

Son muy pocos los indicios de los aportes en Matemáticas de la cultura egipcia, debido a su ubicación cronológica y a la ausencia de un sistema que permitiera recolectar la información de sus aportes; sin embargo, llama la atención la maestría arquitectónica con que construyeron las denominadas pirámides de Egipto y los muchos conceptos geométricos que utilizaron aquí. Además, hicieron la distribución de la superficie para el que utilizaron un método creativo para su medición con cuerdas que constaban de 12 nudos haciendo con ellos un arreglo aritmético de 3, 4, y 5 nudos, lo que genera un triángulo rectángulo, veamos la siguiente ilustración:

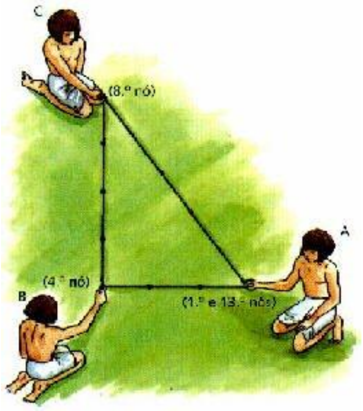


Ilustración 1

El primer contacto de hombre con la Geometría

Los egipcios tenían su propio sistema para realizar medidas básicas, entre ellas están: la longitud que usaban como referencia el codo, el palmo, la mano, el puño etc. Siendo las básicas y de estas se derivaron unidades de superficie y de volumen; luego se asoció con la capacidad, para el tiempo se tomó en cuenta fenómenos naturales como el desbordamiento del río Nilo, y de observar el cielo. Uno de los acontecimientos más importantes fue la invención del transportador más antiguo del mundo por parte de esta civilización, se dice que era de propiedad de unos de los arquitectos más importantes que se llamaba Kha que correspondió a la 18va dinastía y que cumplía las funciones de supervisor (Molina, 2014).

En la figura podemos observar el transportador más antiguo del mundo En él se encontraron, como lo manifiesta Sparavigna, una decoración en forma de rosa de los vientos con 16 pétalos espaciados en forma uniforme rodeada de un zigzag con 36 puntas. La arqueóloga también afirma que la barra horizontal se ubica sobre una pendiente, en línea perpendicular una vertical o plomada revelaría la inclinación en el círculo. Este descubrimiento nos permitiría pensar que los egipcios ya reconocían la circunferencia como herramienta conceptual para la medición de ángulos (Molina, 2014, pág. 7...9)

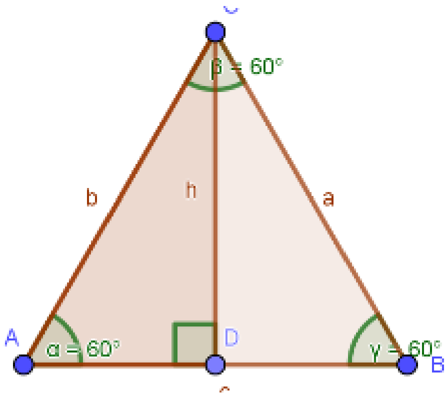
Un poco de historia les ha motivado a los estudiantes para realizar manualmente y con la calculadora procesos matemáticos dando seguridad, y confianza en sí mismo para realizar operaciones de conversiones de ángulos y para hallar valores de relaciones trigonométricas de ángulos notables (30° y 60°) a través del análisis del triángulo equilátero

Actividades

Se trabajará con grupos de 5 estudiantes

a. Gradúa en la circunferencia goniométrica o trigonométrica ángulos de 0° 30°, 60°, 90°, 120°,150°,180°,210°,240°,270°,300°, 330°,360°
b. Establece una generalización que permita convertir los ángulos de grados a radianes y viceversa
c. ¿Qué relación se puede establecer entre los ángulos de 30° y 330°

1. Dado el triángulo equilátero ABC, de lado 2 u



a. Halla la altura y la bisectriz del ángulo de 60°
b. Encuentra las relaciones trigonométricas con los ángulos de 30° y 60°.
c. Registra en una tabla de valores

Con estas actividades se les impulsa a los estudiantes a desarrollar la habilidad de razonamiento, llegando a la conclusión que las relaciones trigonométricas de ángulos notables 30°,60° son.

θ	$sen\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$
30^o	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$2\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
60^o	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$2\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

TAREA 3

TEMA: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

TIEMPO: 220 minutos

En esta sesión la matemática se relacionará con ciencias naturales mediante "la contaminación del medio ambiente" según la Declaración de los Derechos Humanos **Art. 3**. Y en concordancia con la Constitución de la república del ecuador **Art.66** ***"Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona"***

La contaminación del medio ambiente no solo comprende el deterioro de la tierra, del aire o de las aguas, también la contaminación puede ser acústica, se debe tomar medidas para prevenir daños. De esta manera los estudiantes reflexionan sobre la utilización de sus móviles cuando escuchan música a través de los audífonos, el ruido interfiere la comunicación hablada, provoca la falta de concentración y el aprendizaje, entre otros efectos está el cansancio y tensión, lo que provoca afectaciones al sistema nervioso y cardiovasculares, de la misma manera las consecuencias de recibir ondas de rayos x especialmente en mujeres embarazadas, los efectos perjudiciales de los rayos ultravioletas al exponerse demasiado tiempo al sol (Bosquet, 2001). Lo más importante en el estudio de las funciones trigonométricas es que el estudiante reflexione sobre los problemas que ocasionan el ruido, rayos ultravioletas y rayos x que llegan a nosotros en forma de ondas.

Las funciones trigonométricas. - Son funciones matemáticas que han permitido analizar otras funciones más complicadas, que describen situaciones y fenómenos periódicos muy variados

La función seno: $f(x) = senx$

La gráfica de la función seno permite observar las siguientes características

- ✓ La amplitud es la mitad de la variación total de una función periódica, y por tanto en este caso es 1
- ✓ El dominio de la función es R por que la variable x puede tener cualquier valor real
- ✓ El recorrido es [-1,1] porque los valores que toman la variable y están siempre comprendidos -1 y 1, ambos incluidos
- ✓ La función seno es simétrica respecto al origen de coordenadas porque cumple que sen x= -sen (-x)

- ✓ La función seno es continua, es decir la podemos dibujar sin levantar el lápiz del papel
- ✓ En los intervalos… $(-\pi/2, \pi/2), (3\pi/2, 5\pi/2)$ …la función es creciente
- ✓ En los intervalos… $(\pi/2, 3\pi/2), (5\pi/2, 7\pi/2)$ … la función es decreciente
- ✓ La función adquiere valores máximos en los puntos de abscisa $...\pi/2, 5\pi/2...$ …y valores mínimos en los puntos de abscisa $...3\pi/2, 7\pi/2...$
- ✓ En los intervalos $(0, \pi), (2\pi, 3\pi)$ la función es convexa
- ✓ En los intervalos $(\pi, 2\pi), (3\pi, 4\pi)$ la función es cóncava
- ✓ La función presenta puntos de inflexión en los puntos de abscisa $...0, \pi, 2\pi...$ (Barceló, Bujosa, Cañadilla, Fargas, & Font, 2002)

Se presenta el video https://www.youtube.com/watch?v=VKxc51b4sSM&t=10s

Donde se observa las ondas electromagnéticas que actúan en nuestra vida cotidiana como los teléfonos móviles, televisión, wifi

Actividades

1. Responde las siguientes preguntas: (55 minutos)

a. ¿Los teléfonos móviles son peligrosos para la salud?

b. ¿Qué forma tienen las ondas electromagnéticas? (grafica)

c. ¿Las ondas electromagnéticas son perjudiciales para el ser humano?

2. Para la función seno de 0° a 360° tiempo de (55minutos)

a. Construye una tabla con los ángulos 30° en 30° expresa en radianes

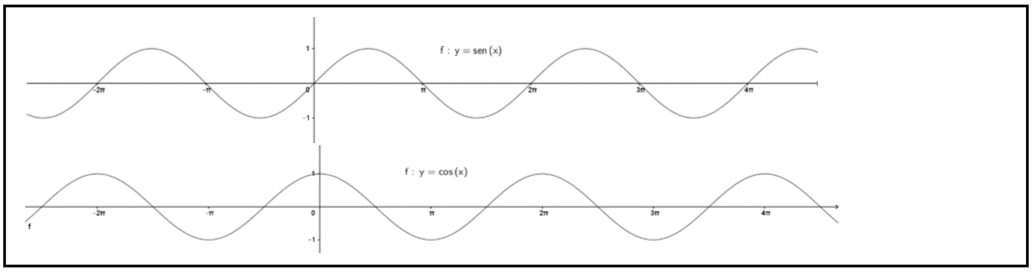
b. Expresa la tabla en papel milimetrado, identifica las características de la función

3. Construye la gráfica coseno, utilizando el geogebra

a. A partir de la gráfica representada, y de manera análoga a la función seno, escribe las características de la función coseno

"Luego de realizar esta actividad los estudiantes podrán diferenciar, definir e interpretar las características de las funciones seno y coseno"

Recuerda: La función seno y coseno presentan este aspecto



La función tangente: $f(x) = \tan x$

La gráfica de la función tangente permite comprobar las siguientes características

- ✓ Cada 180°(o π radianes) se repiten los mismos valores para la función: es una función periódica de periodo 180° o π radianes
- ✓ El dominio de la función es R excepto los puntos en los que no es posible definir la tangente $\ldots -\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2 \ldots$
- ✓ El recorrido es R por que los valores que adquiere la variable y pueden ser cualquiera.
- ✓ La función tangente es simétrica respecto al origen de coordenadas tan x =-tan (-x)
- ✓ La función tangente es discontinua en los puntos $\ldots -\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$ …los puntos de discontinuidad son los que no pertenecen al dominio

- ✓ La función tangente presenta en los puntos nombrados anteriormente discontinuidad de tipo asíntota, y se acercan al infinito en las rectas denominadas asíntotas
- ✓ La función tangente es creciente en todo su dominio
- ✓ En los intervalos $(-\pi/2,0),(\pi/2,\pi)$ la función es convexa
- ✓ En los intervalos $(0,\pi/2),(\pi,3\pi/2)$ la función es cóncava
- ✓ La función presenta puntos de inflexión en los puntos de abscisa $\ldots0,\pi,2\pi,3\pi,\ldots$ (Barceló, Bujosa, Cañadilla, Fargas, & Font, 2002)

Actividades

4. De 0° a 360° (55 minutos)

a. Construye una tabla con los ángulos de 30° en 30° expresa en radianes

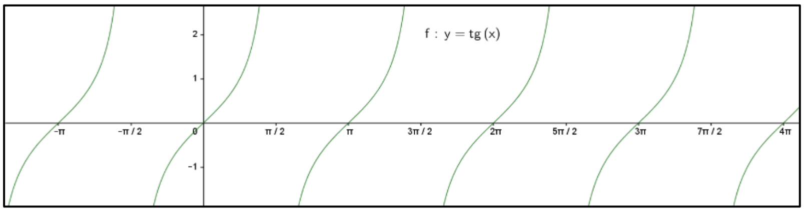
b. ¿Cuáles son los ángulos donde la tangente no está definida?

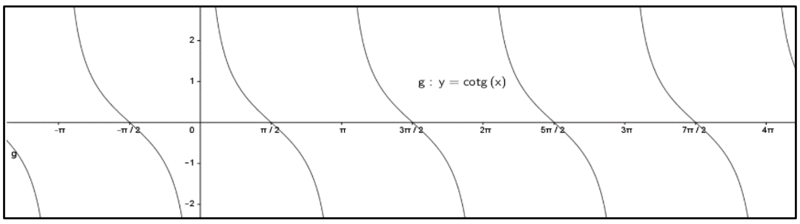
c. ¿Qué representa los ángulos donde no tiene tangente?

d. Expresa la tabla en papel milimetrado,

5. A partir de la gráfica representada, y de manera análoga a la función tangente, escribe las características de la función cotangente

Recuerda: La función tangente y cotangente presentan este aspecto





La función secante: $f(x)=\sec x$

La gráfica de la función secante permite comprobar las siguientes características

- ✓ El dominio de la función es R excepto los puntos en los que no es posible definir la secante $\ldots \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, 7\pi/2 \ldots$
- ✓ El recorrido es R - $]-1.1[$
- ✓ La función secante es simétrica respecto al eje y
- ✓ La función secante es excepto en los puntos que no está definidas … $\pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ …
- ✓ La función secante presenta en los puntos nombrados anteriormente discontinuidad de tipo asíntota, y se acercan al infinito en las rectas denominadas asíntotas

Actividades

a. Procede igual que en la actividad anterior y dibuja la gráfica de la función secante utilizando la tabla de valores (55 minutos)

6. partir de la gráfica representada, y de manera análoga a la función secante, escribe las características de la función cotangente

Recuerda: La función secante y cosecante presentan este aspecto

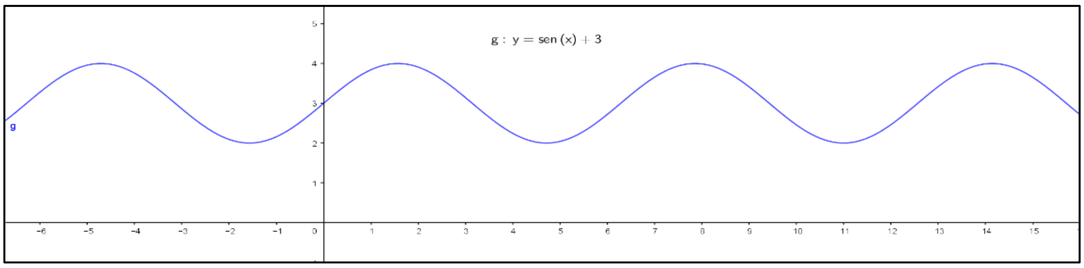
TAREA 4

TEMA: TRASLACIONES DE LA FUNCIÓN SENO Y COSENO

TIEMPO: 110 minutos

Traslación vertical de la variable dependiente

La función $f(x) = sen(x) + 3$ es una traslación vertical, donde el dominio (periodo) es el mismo que $f(x) = sen(x)$ y la amplitud es la misma mientras que el recorrido es de $[2,4]$, es decir se ha desplazado tres unidades hacia arriba en la dirección del eje

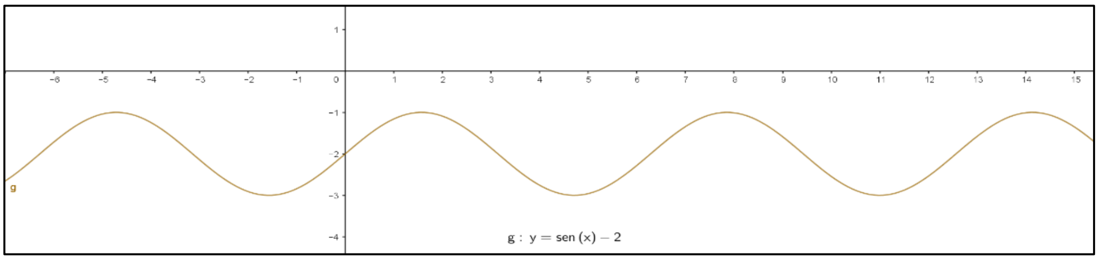


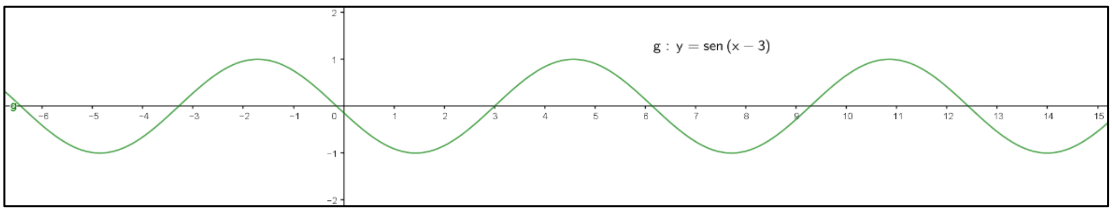
vertical

La función $f(x) = sen(x) - 2$ es una traslación vertical, donde el dominio (periodo) es el mismo que $f(x) = sen(x)$ y la amplitud es la misma mientras el recorrido es de $[-3,-1]$, es decir se ha desplazado dos unidades hacia abajo en la dirección del eje vertical

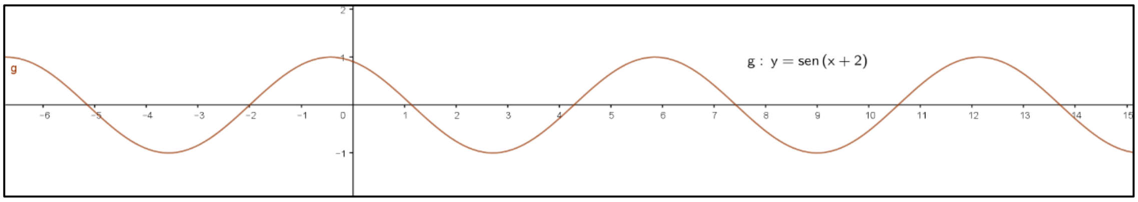
Traslación horizontal de la variable independiente

La función $f(x) = sen(x-3)$ es una traslación horizontal, donde el dominio (periodo) es el mismo que $f(x) = sen(x)$ el recorrido (amplitud) es el mismo que la función seno, aunque la gráfica se ha desplazado tres unidades a la derecha





La función $f(x) = sen(x+2)$ es una traslación horizontal, donde el dominio (periodo) es el mismo que $f(x) = sen(x)$ el recorrido (amplitud) es el mismo que la función seno, aunque la gráfica se ha desplazado dos unidades a la izquierda

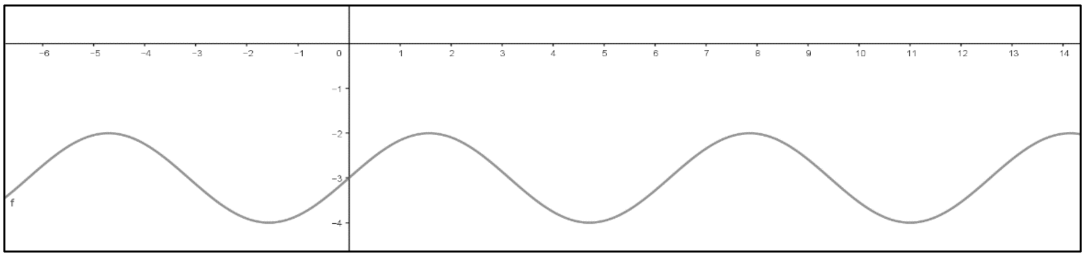


Fuente: (Barceló, Bujosa, Cañadilla, Fargas, & Font, 2002)

Actividades

Halla la fórmula que tiene la siguiente función

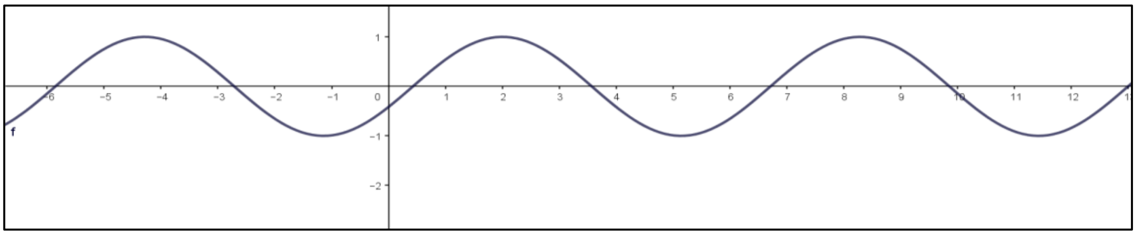
a.



Respuesta: $f(x) =$ ....

Justificación de la respuesta:

b.



Respuesta: $f(x) =$ ....

Justifica la respuesta:

c. Utilizando el geogebra dibuja la función $f(x) = senx - 5$ y averigua el dominio y el recorrido

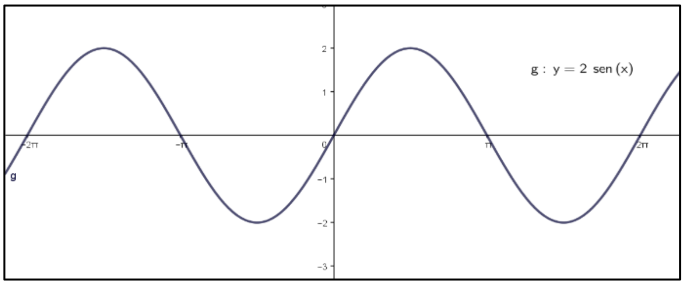
d. Para practicar se enviará algunos ejercicios para que grafiquen en geogebra

TAREA 5

TEMA: DILATACIÓN, CONTRACCIONES Y REFLEXIONES DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO

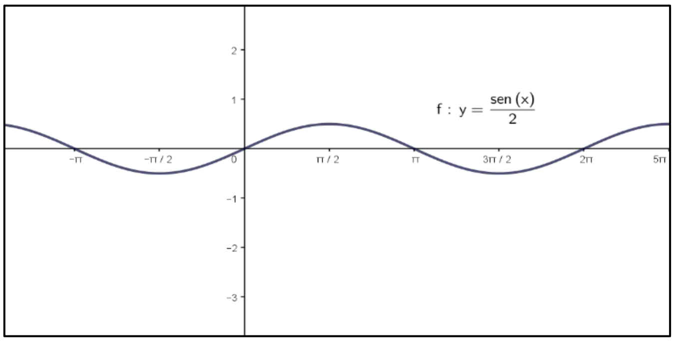
TIEMPO: 110 minutos

Dilataciones verticales de la variable dependiente



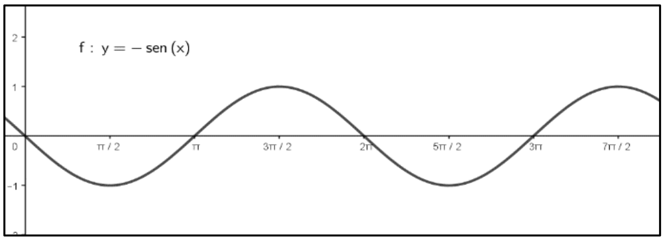
La función $f(x)=2senx$ es una dilatación vertical de la función $f(x)=senx$, el dominio es el mismo que la función seno, y el recorrido es $[-2,2]$ al multiplicar por 2

Contracciones verticales de la variable dependiente



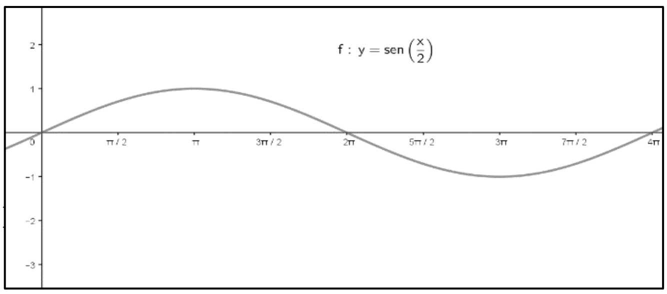
La función $f(x)=\frac{senx}{2}$ es una contracción de la función $f(x)=senx$, el dominio es el mismo que la función seno, y el recorrido es $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ al multiplicar por ½

Reflexiones



La función $f(x)=-senx$ es una reflexión de la función $f(x)=senx$ El dominio y el recorrido es el mismo que el de la función seno

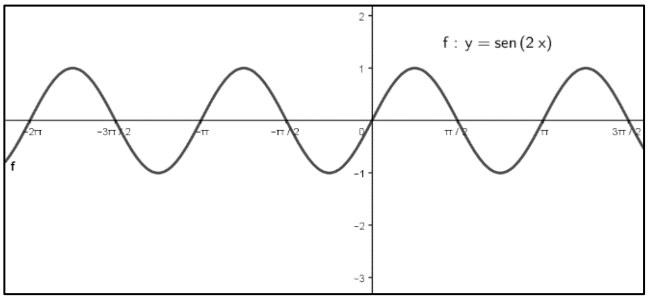
Dilataciones horizontales de la variable independiente



La función $f(x)sen(\frac{x}{2})$ es una dilatación horizontal de la función

$f(x) = senx$ el recorrido es el mismo que el de la función seno. El dominio es R, aunque la gráfica queda dilatada y el periodo de la función es 4π ahora

Contracciones horizontales de la variable independiente



La función $f(x) = sen(2x)$ es una contracción horizontal de la función $f(x) = senx$. El recorrido equivale al de la función seno. El dominio es R, aunque la gráfica queda comprimida y el periodo de la función es π ahora.

Fuente: (Barceló, Bujosa, Cañadilla, Fargas, & Font, 2002)

Actividades

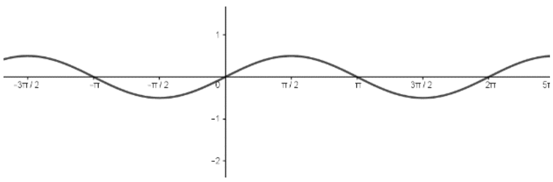
Para estas actividades se forman grupos de 5 estudiantes y se utiliza el geogebra que se existen en las instalaciones de la institución.

a. Grafique la función $f(x) = sen(3x)$ y explique las características

b. Grafique la función $f(x) = \frac{1}{3} sen(x)$ y explique las características

Anexo III (prueba escrita y análisis)

Las preguntas se realizaron para el grupo de 28 estudiantes de segundo de bachillerato general unificado



1. Según la gráfica

1A. ¿A qué ecuación corresponde?

a. $f(x) = senx - 1/2$

b. $f(x) = 1/2 senx$

c. $f(x) = sen2x$

d. $f(x) = 2senx$

1B. Explica e identifica ¿qué relación tiene el dominio y el periodo?

1C. Explica e identifica ¿qué relación tiene el recorrido y la amplitud?

2. Dada la función $f(x) = \cos(4x)$ sin graficar identifica y justifica la respuesta

   2A. Es una contracción vertical de la variable dependiente

   2B. Es una dilatación vertical de la variable dependiente

   2C. Es una contracción horizontal de la variable independiente

   2D. Es una dilatación horizontal de la variable independiente

   2E. Es una reflexión

Items	**Respuestas (28 estudiantes)**
1A	**85,7%**
1B	**82,1%**
1C	**92,86%**
2A	**7,14%**
2B	**7,14%**
2C	**71,43%**
2D	**14,29%**
2E	**0%**

Los resultados obtenidos se resumen a continuación:

En **la pregunta 1A,** veinte y cuatro estudiantes que corresponde al 85,7% seleccionan la respuesta correcta, de ellos solo argumentan correctamente diez estudiantes, mientras que el resto tiene dificultad en argumentar la respuesta, el objetivo era conocer que tanto dominaban las propiedades para poder argumentar las razones de seleccionar la respuesta correcta, mientras que cuatro estudiantes que corresponde al 14,3% se equivocan en seleccionar la respuesta correcta, uno de ellos tiene la dificultad de argumentar, mientras que los otros no lo hacen.

Cuando los estudiantes se enfrentan a este tipo de tarea de reconocer una ecuación en una gráfica, para la mayoría les resulta difícil, pero con la práctica de graficar y visualizar que se ha realizado durante el proceso, se ha obtenido resultados aceptables a comparación de años anteriores o de otros paralelos que no pueden desarrollar.

En **la pregunta 1B,** veinte y tres estudiantes que corresponde al 82,1% identifican el dominio, recorrido, periodo y amplitud en la gráfica. Dieciocho de ellos pueden argumentar la relación que hay entre el dominio y el periodo, mientras que el resto tiene dificultad de entender, los cinco estudiantes restantes tres de ellos pueden determinar el rango del dominio, pero no el periodo, presentaron confusión entre el dominio y periodo.

En **la pregunta 1C**, Veinte y seis estudiantes que corresponde al 92,86%, identifican el rango del recorrido $[-0{,}5;0{,}5]$, otros representan en fracciones $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ y determinan que la amplitud es la mitad del recorrido, dos estudiantes que corresponde al 7,14% tiene dificulta de determinar la amplitud mientras que el recorrido si identifica

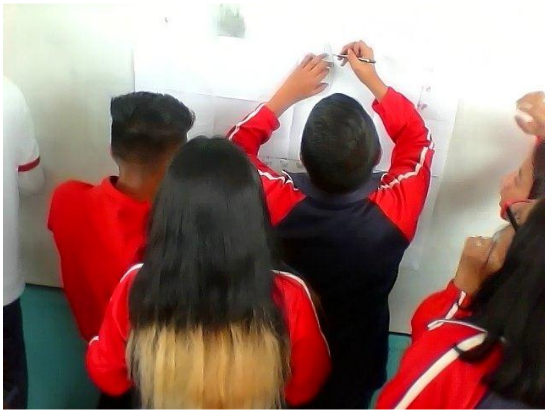
En **la pregunta 2,** veinte estudiantes que corresponde al 71,43%, seleccionan la respuesta correcta 2C, las argumentaciones algunas de ellas no son claras, pero la mayoría de estudiantes de este grupo no tuvieron dificultades pueden aplicar las características de las funciones aprendidas anteriormente. Sin embargo, el resto de estudiantes tuvieron problemas.

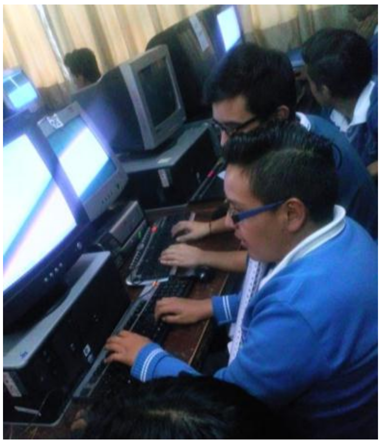
Basándome en los resultados de puede deducir que los errores que presentaron fue el pensar que una onda tiene un periodo de 2π pero no se determinó que la onda es periódica es decir que se repite los ciclos.

Otro error es el determinar la amplitud de una función como la distancia entre el punto máximo o cresta y el punto mínimo o valle y no como la mitad de esta medida.
Cabe señalar también que los estudiantes necesitan entender la transformación de lenguajes matemáticos, y argumentar los resultados.

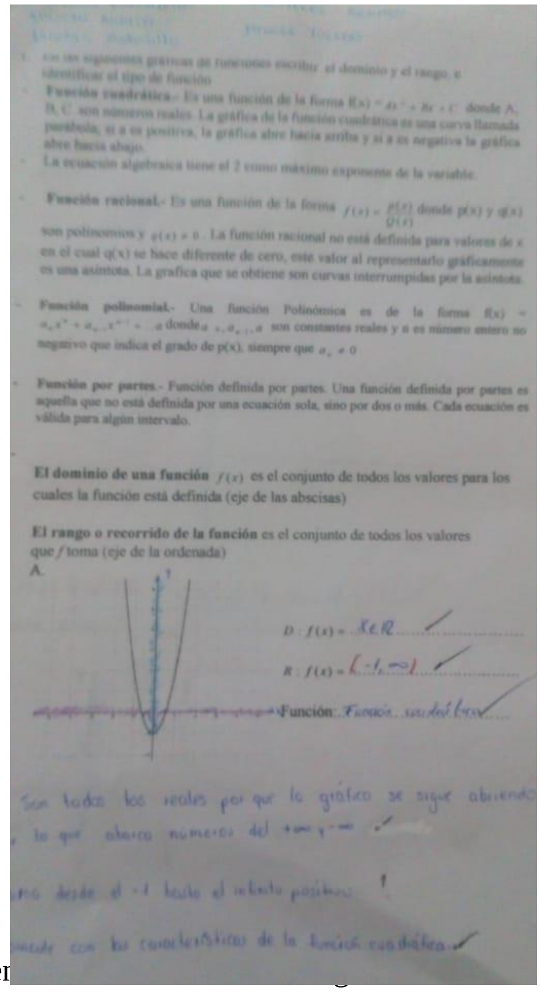
Anexo IV (Fotografías del desarrollo de actividades)



Tarea 1



Función cuadrática.- Es una función de la forma f(x) = $Ax^2 + Bx + C$ donde A, B, C son números reales. La gráfica de la función cuadrática es una curva llamada parábola; si a es positiva, la gráfica abre hacia arriba y si a es negativa la gráfica abre hacia abajo.

La ecuación algebraica tiene el 2 como máximo exponente de la variable.

Función racional.- Es una función de la forma $f(x) = \frac{p(x)}{Q(x)}$ donde p(x) y q(x) son polinomios y $q(x) \neq 0$. La función racional no está definida para valores de x en el cual q(x) se hace diferente de cero, este valor al representarlo gráficamente es una asíntota. La gráfica que se obtiene son curvas interrumpidas por la asíntota.

Función polinomial.- Una función Polinómica es de la forma f(x) = $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots a$ donde a_n, a_{n-1}, a son constantes reales y n es número entero no negativo que indica el grado de p(x), siempre que $a_n \neq 0$

Función por partes.- Función definida por partes. Una función definida por partes es aquella que no está definida por una ecuación sola, sino por dos o más. Cada ecuación es válida para algún intervalo.

El dominio de una función $f(x)$ es el conjunto de todos los valores para los cuales la función está definida (eje de las abscisas)

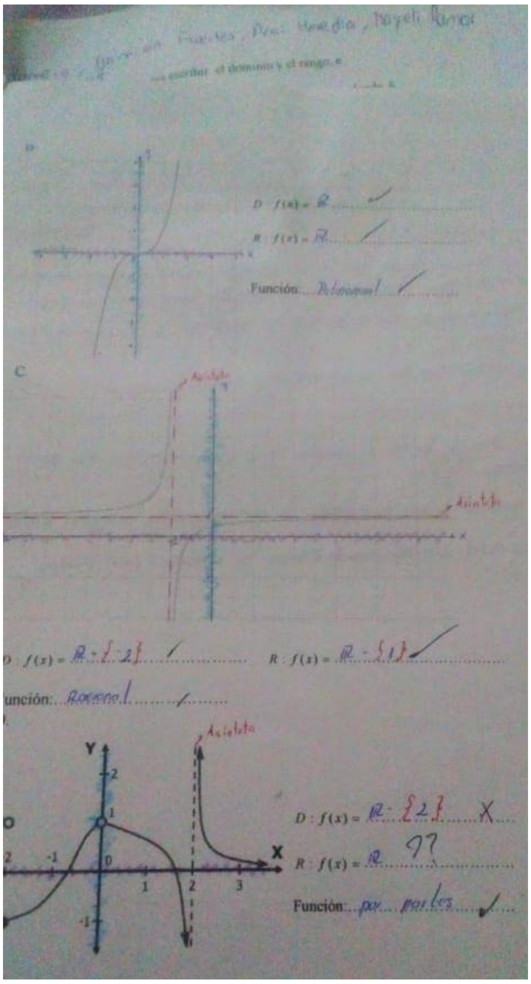
El rango o recorrido de la función es el conjunto de todos los valores que f toma (eje de la ordenada)

A.

D : f(x) = x∈R

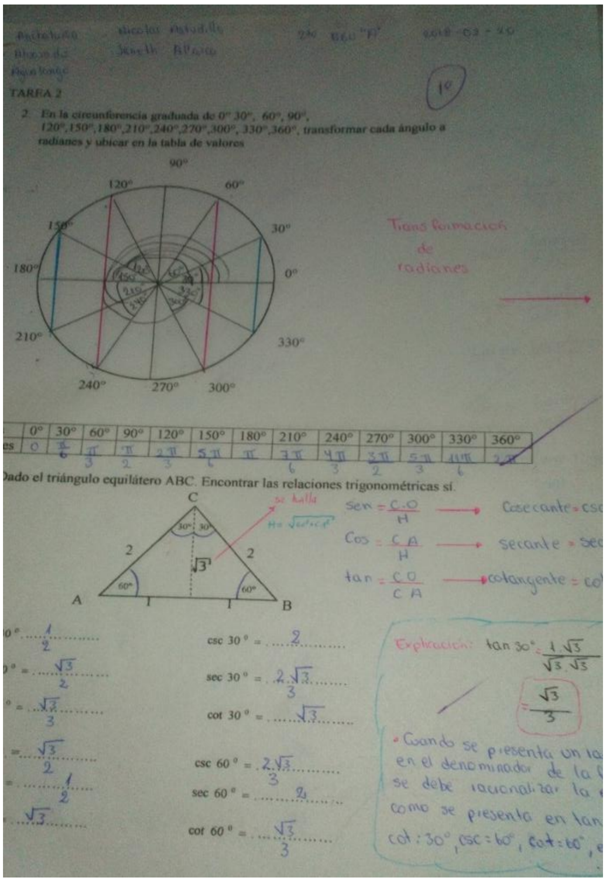
R : f(x) = [-1, ∞)

Función: Función cuadrática

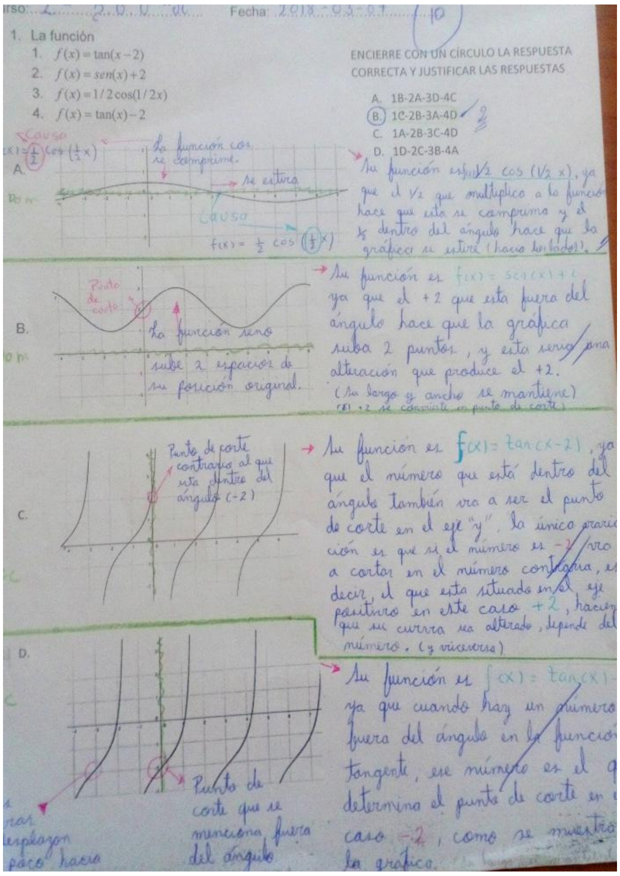


Loren

Adicional las argumentaciones que nos son claras.


TAREA 2
2. En la circunferencia graduada de 0° 30°, 60°, 90°, 120°,150°,180°,210°,240°,270°,300°, 330°,360°, transformar cada ángulo a radianes y ubicar en la tabla de valores

Dado el triángulo equilátero ABC. Encontrar las relaciones trigonométricas si

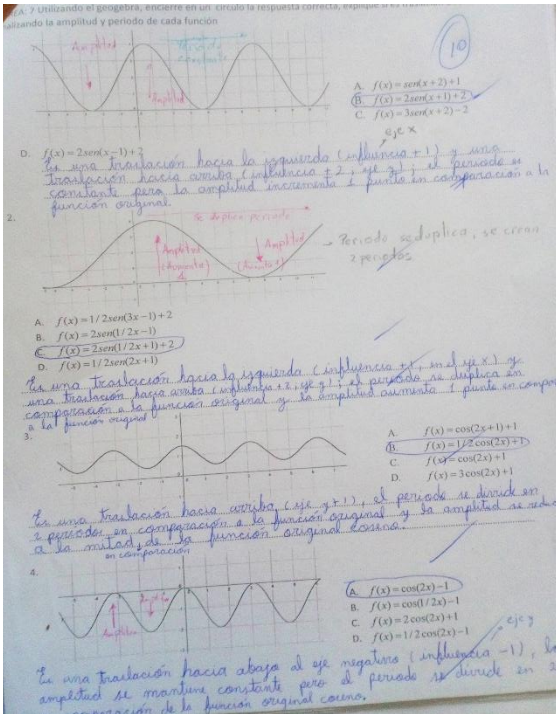

1. La función
1. $f(x)=\tan(x-2)$
2. $f(x)=sen(x)+2$
3. $f(x)=1/2\cos(1/2x)$
4. $f(x)=\tan(x)-2$

ENCIERRE CON UN CÍRCULO LA RESPUESTA CORRECTA Y JUSTIFICAR LAS RESPUESTAS

A. 1B-2A-3D-4C
B. 1C-2B-3A-4D
C. 1A-2B-3C-4D
D. 1D-2C-3B-4A

Tarea 3

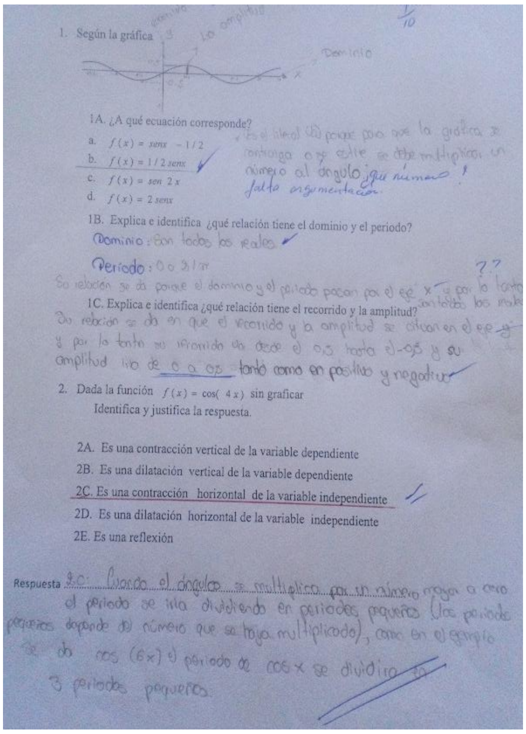
Prueba escrita


A. $f(x)=sen(x+2)+1$
B. $f(x)=2sen(x+1)+2$
C. $f(x)=3sen(x+2)-2$
D. $f(x)=2sen(x-1)+2$

A. $f(x)=1/2sen(3x-1)+2$
B. $f(x)=2sen(1/2x-1)$
C. $f(x)=2sen(1/2x+1)+2$
D. $f(x)=1/2sen(2x+1)$

A. $f(x)=\cos(2x+1)+1$
B. $f(x)=1/2\cos(2x)+1$
C. $f(x)=\cos(2x)+1$
D. $f(x)=3\cos(2x)+1$

A. $f(x)=\cos(2x)-1$
B. $f(x)=\cos(1/2x)-1$
C. $f(x)=2\cos(2x)+1$
D. $f(x)=1/2\cos(2x)-1$


1. Según la gráfica

1A. ¿A qué ecuación corresponde?
a. $f(x)=senx-1/2$
b. $f(x)=1/2senx$
c. $f(x)=sen\ 2x$
d. $f(x)=2senx$

1B. Explica e identifica ¿qué relación tiene el dominio y el periodo?

1C. Explica e identifica ¿qué relación tiene el recorrido y la amplitud?

2. Dada la función $f(x)=\cos(4x)$ sin graficar
Identifica y justifica la respuesta.

2A. Es una contracción vertical de la variable dependiente
2B. Es una dilatación vertical de la variable dependiente
2C. Es una contracción horizontal de la variable independiente
2D. Es una dilatación horizontal de la variable independiente
2E. Es una reflexión

Respuesta

Anexo V (Mejora de actividades de la implementación didáctica)

<table>
<tr><td>TAREA:1</td><td colspan="2">TEMA: Funciones</td><td colspan="2">TIEMPO: 110minutos
(2 periodos)</td></tr>
<tr><td colspan="5">Objetivos:
- Reconocer los tipos de funciones lineal, cuadrática, por partes, racional, polinomial, dominio y recorrido mediante la utilización del geogebra para activar conocimientos previos.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Estrategias metodológicas</td><td rowspan="2">Destrezas con criterio de desempeño</td><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Evaluación</td></tr>
<tr><td>Indicadores de logro</td><td>Técnicas e instrumentos de evaluación</td></tr>
<tr><td>-Organizar grupos de trabajo
-Presentación de un problema real contextualizado
- Reconocer el dominio y el recorrido de diferentes tipos de funciones</td><td>➢ Problema real contextualizado
➢ ejemplo “El costo del paquete de papel higiénico de 12, en ecuador cuesta 13 dólares americanos y en Ipiales (Colombia) 17000 pesos, ¿vale la pena ir hasta</td><td>- Geogebra
- Hojas milimetradas
- Reglas</td><td>-Comprende los ciclos de modelización en la resolución del problema real contextualizado
Describe los tipos de funciones e interpreta el dominio y recorrido en cada función</td><td>Registro de notas con rúbrica
Se aplicará una valoración por grupos</td></tr>
</table>

	Ipiales para comprar papel higiénico? Justifica la respuesta" -Observación de la realidad -descripción simplificada de la realidad -construcción de un modelo matemático -trabajo matemático con el modelo -Interpretación de los resultados con la realidad ➢ Funciones -Cuadrática -Racional -Polinomial -Por partes -Dominio -Recorrido			

TAREA:2	**TEMA**: Medida de	**TIEMPO**: 110minutos

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">ángulos y relaciones trigonométricas</td><td colspan="2">(2 periodos)</td></tr>
<tr><td colspan="5">Objetivos:
- Conocer y estimar ángulos que permitan identificar el tipo de unidades en que se miden
- Formular las relaciones fundamentales de las razones trigonométricas, con ángulos complementarios y suplementarios.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Estrategias metodológicas</td><td rowspan="2">Destrezas con criterio de desempeño</td><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Evaluación</td></tr>
<tr><td>Indicadores de logro</td><td>Técnicas e instrumentos de evaluación</td></tr>
<tr><td>-Organizar grupos de trabajo
-Motivar mediante una lectura de la historia de la medida de ángulos y triángulos
-Analizar de la importancia de la matemática en el contexto
-Calcular manualmente y con calculadora los ángulos en grados y radianes, así</td><td>-Historia de la medida de ángulos y triángulos
-Importancia de la matemática en la vida cotidiana
-Medida de ángulos
-Medidas en el sistema internacional
-Equivalencia entre grados y radianes
-Relaciones trigonométricas</td><td>- Calculadora
- Texto del alumno</td><td>- Establece relaciones de razones trigonométricas
- Resuelve ejercicios aplicando las reglas de conversión y relaciones trigonométricas

- Establece una generalización que le permita convertir los ángulos de grados a</td><td>Será integral, permanente y sistemática, a través de los siguientes instrumentos. *Registro de actuación en clase.
*Ejercicios programados en hojas impresas
*Se aplicará la evaluación en grupos</td></tr>
</table>

como las relaciones trigonométricas de ángulos notables			radianes y viceversa - Utiliza el geogerba como herramienta para graficar la circunferencia y triángulos	

TAREA:3	**TEMA**: Funciones trigonométricas	**TIEMPO**: 295minutos (5 periodos)

Objetivos:

- Reconocer las características de las funciones trigonométricas y las relaciones que existen entre ellas mediante el uso de las TICs y validar los resultados obtenidos
- Aplicar las transformaciones (traslaciones, contracciones, dilataciones y reflexiones) de las funciones trigonométricas

Estrategias metodológicas	**Destrezas con criterio de desempeño**	**Recursos**	**Evaluación**	
			Indicadores de logro	**Técnicas e instrumentos de evaluación**
- Presentación de la "Declaración de los Derechos Humanos **Art. 3**. Y en concordancia con la Constitución	- Funciones trigonométricas - Gráfica de la curva de curva trigonométrica	- Geogebra - Texto matemáticas 1((Barceló, Bujosa,	- Reconoce las ondas que son perjudiciales para el ser humano	Será integral, permanente y sistemática, a través de

de la república del ecuador y del video https://www.youtube.com/watch?v=VKxc51b4sSM&t=10s -Reflexionar sobre la contaminación acústica -Reconocer el tipo de movimiento de las cuerdas de una guitarra -Establecer semejanzas y diferencia entre las ondas que se encuentran en la vida cotidiana -Identificar las características de las funciones trigonométricas a partir de los gráficos -Manipular y operar con recursos didácticos las funciones trigonométricas -Representar las funciones	seno *características gráfica de la curva trigonométrica coseno *características - grafica de la curva trigonométrica tangente *características - Gráfica de la curva trigonométrica cotangente * características - grafica de la curva trigonométrica secante * características - gráfica de la curva trigonométrica cosecante * características	Cañadilla, Fargas, & Font, 2002) - Reglas curvígrafos - Texto del estudiante (Matemática 2 BGU)	- Concientiza la contaminación acústica - Reconoce las características de las funciones trigonométricas - Representa las funciones seno y coseno de gráficas al lenguaje simbólico y viceversa (sistema semiótico) - Identifica el dominio, recorrido, amplitud y periodo en las funciones seno y coseno. - Identifica las	los siguientes instrumentos. *Rúbrica. *gráfica de funciones utilizando el geogebra *Se aplicará la evaluación individual

trigonométricas en gráficas y en lenguaje simbólico. -Relacionar el dominio y amplitud, recorrido y periodo de las funciones seno y coseno			transformaciones de funciones seno y coseno	

TAREA:4	**TEMA**: Traslaciones de funciones seno y coseno	**TIEMPO**: 110minutos (2 periodos)

Objetivos:

- Comprender las representaciones gráficas y simbólicas de las funciones seno y coseno cuando se trasladan en los ejes, vertical y horizontal
- Identificar el dominio, recorrido y relacionar con la amplitud y periodo de las funciones los cuales son modelados y validados

Estrategias metodológicas	**Destrezas con criterio de desempeño**	**Recursos**	**Evaluación**	
			Indicadores de logro	**Técnicas e instrumentos de evaluación**
-Establecer semejanzas y diferencias entre las gráficas de las funciones $f(x)=sen(x-2)$ y $f(x)=sen(x)$	Traslación de funciones e interpretaciones trigonométrica - Traslación vertical - Traslación horizontal	- Geogebra - Hojas milimetradas - Reglas,	- Identifica las diferencias y semejanzas de traslación de las	Será integral, permanente y sistemática, a través de los siguientes

-Formular juicios verdaderos para las traslaciones de las funciones seno y coseno -Modelizar los resultados de las traslaciones de las funciones seno y coseno -Identificar el dominio y recorrido relacionado la amplitud y periodo de las traslaciones de funciones seno y coseno -Elaborar y resolver ejercicios similares	-		funciones seno y coseno - Generaliza la traslación de funciones seno y coseno	instrumentos. *Registro de actuación en clase. *Ejercicios programados en hojas impresas *Se aplicará la evaluación en grupos

TAREA:5	**TEMA**: Dilataciones, contracciones y reflexiones de las funciones seno y coseno		**TIEMPO**: 110minutos (2 periodos)	
Objetivos: - Comprender las representaciones gráficas y simbólicas de las funciones seno y coseno cuando existe una dilatación, compresión y reflexión				
Estrategias metodológicas	**Destrezas con criterio de desempeño**	**Recursos**	**Evaluación**	
			Indicadores de logro	**Técnicas e instrumentos de evaluació**

				n
-Establecer diferencias entre dilatación y compresión a partir de una gráfica de una función seno o coseno -Entender la reflexión de la función seno -Identificar el dominio y recorrido relacionado con la amplitud y periodo de las funciones seno y coseno -Elaborar y resolver ejercicios similares	- Dilataciones verticales (variable dependiente) - Dilataciones horizontales (variable independiente) - Contraccione s verticales (variable dependiente - contraccione s horizontales (variable independiente) - Reflexiones	- Geogebr a - Texto matemát icas 1((Barceló , Bujosa, Cañadill a, Fargas, & Font, 2002) - Texto del estudiant e (Matemá tica 2 BGU)	- Identifica de una función seno o coseno la dilatación, compresión y reflexión - Reconoce los cambios del dominio, recorrido relacionand o con la amplitud y periodo	**Técnica** - lluvia de ideas - talleres grupales - exposicio nes **Instrume nto** - Observaci ón - Hoja de trabajo - rúbrica