

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACION**

**TRABAJO DE FIN DE MASTER**

**MAESTRIA EN EDUCACION**

**MASTER EN EDUCACION, CON MENCIÓN EN:  
ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

**Midiendo Ángulos y Razón Trigonométrica,  
Aprendizaje Basado en la Resolución de  
Problemas de la Vida Cotidiana**

**Autor:**

**Manuel Ubaldo Torres Cabrera  
C.I. 1202333447**

**Tutor:**

**Dr. Joaquin Giménez Rodríguez (UB)**

**Azogues – Ecuador**

**14 de octubre**

**2018**

## RESUMEN

La realización de este proyecto, Midiendo Ángulos y Razón Trigonométrica, Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas de la Vida Cotidiana, es la puesta en práctica de clases de matemáticas, a estudiantes del 2do año de Bachillerato del área técnica, de la Unidad Educativa Babahoyo, de la ciudad de Babahoyo, quienes se enfocan a estrategias de producción (ventas, mercadeo, elaboración, investigación de mercado), dejando de lado el desarrollo matemático-lógico-vivencial; en él se identificarán las clases de ángulos y triángulos, diferencias, cálculo de razones trigonométricas directas e inversas; las actividades planteadas, mejoró el aprendizaje de las matemáticas, desarrollando hábitos del pensamiento racional utilizando reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones. Con los estudiantes se alcanzó el razonamiento matemático a la solución de problemas personales-sociales-naturales, aceptando el principio que existen diversos procedimientos para resolver problemas particulares, logrando formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, así como elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.

**Palabras Claves:** Construye conocimiento, material manipulativo, formular conjeturas.

## ABSTRACT

The realize of this project, measuring angles and trigonometric ratio, the knowledge based in the resolution of life problems, is the implementation of math classes, to students of 2<sup>nd</sup> high school of tech area, of the Babahoyo High School, from Babahoyo city, who faces in strategies of production (sales, market, elaboration, market research), leaving aside the mathematical-logical-experiential development; in this will be identified the kinds of angles and triangles, differences, calculation of direct and inverse trigonometric ratios; The activities proposed, improved the learning of mathematics, developing habits of rational thinking using rules of mathematical debate when formulating explanations or show solutions . With the students the mathematical reasoning to the solution of personal-social-natural problems was reached, accepting the principle that there are diverse procedures to solve particular problems, managing to formulate conjectures and procedures to solve problems, as well as to elaborate explanations for certain numerical or geometric facts.

**Keywords:** Build knowledge, manipulative material, formulate conjectures.

## INDICE

<b>PORTADA</b> .....	<b>1</b>
<b>RESUMEN Y PALABRAS CLAVES</b> .....	<b>2</b>
<b>INDICE</b> .....	<b>3</b>
<b>CESIÓN DE DERECHOS</b> .....	<b>4</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>5</b>
<b>1.1 Intereses y Contextualización de la labor docente del alumno</b> .....	<b>5</b>
<b>1.2 Estructura del dossier o memoria</b> .....	<b>6</b>
<b>2. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDACTICA IMPLEMENTADA...</b>	<b>7</b>
<b>2.1 Presentación del objetivo</b> .....	<b>7</b>
<b>2.2 Presentación de contenidos y su contextualización en los Currículos Oficiales</b> .....	<b>8</b>
<b>2.3 Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos</b> .....	<b>9</b>
<b>2.4 Presentación de las actividades de evaluación formativa</b> .....	<b>22</b>
<b>3. IMPLEMENTACION DE LA UNIDAD DIDACTICA</b> .....	<b>24</b>
<b>3.1 Lo matemático. Adecuación de los contenidos</b> .....	<b>27</b>
<b>3.2 Resultados de aprendizaje de los alumnos</b> .....	<b>28</b>
<b>3.3 Descripción del tipo de interacción</b> .....	<b>29</b>
<b>4. VALORACION DE LA IMPLEMENTACION Y PAUTAS DE REDISEÑO DE LA UNIDAD DIDACTICA</b> .....	<b>29</b>
<b>4.1 Valoración de la unidad didáctica y propuesta de mejora</b> .....	<b>29</b>
<b>5. REFLEXIONES FINALES</b> .....	<b>34</b>
<b>5.1 Autoevaluación del estudiante</b> .....	<b>34</b>
<b>6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</b> .....	<b>35</b>
<b>AUTOEVALUACION DE LOS APRENDIZAJES ADQUIRIDOS</b> .....	<b>38</b>
<b>7. ANEXOS</b> .....	<b>41</b>

Javier Loyola, Noviembre 26 del 2018

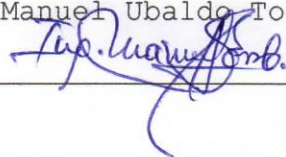
Yo, **Manuel Ubaldo Torres Cabrera**, autor del Trabajo Final de Maestría, titulado: **Midiendo Ángulos y Razón Trigonométrica, Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas de la Vida Cotidiana**, estudiante de la Maestría en Educación, mención **MATEMÁTICAS** con número de identificación **1202333447**, mediante el presente documento de constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet..

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Manuel Ubaldo Torres Cabrera

Firma:   
\_\_\_\_\_

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Intereses y Contextualización de la labor docente del alumno.

Mi labor docente inicia en el año 1990, cuando realicé las practicas pre-profesionales docentes para la obtención del Título de Profesor de Segunda Enseñanza, en el Colegio Particular Adolfo María Astudillo, en las disciplinas de matemáticas para primer año, y matemáticas y física para sexto año, institución que me brindó la oportunidad de desempeñarme por 3 años; el 23 de mayo de 1991, obtuve el Título de Profesor de Segunda Enseñanza, en Física y Matemáticas, otorgado por la Universidad Técnica de Babahoyo.

Simultáneamente realice estudios en la ciudad de Guayaquil, en la Universidad de Guayaquil, Facultad de Ingeniería Industrial. Obteniendo el Grado de Ingeniero Industrial el 23 de Septiembre de 1994. Por medio de esta carrera, laboré en la Empresa Eléctrica de Los Ríos, en el área de Compras, Comercialización y Reclamos en Facturación. Trabajo que al inicio lo realicé a medio tiempo y luego a tiempo completo, cuando tuve la disponibilidad de tiempo. En Noviembre de 1993, por medio de un concurso de méritos y oposición, ingresé a una de las instituciones financieras más importantes y fuertes del país, FILANBANCO El Banco del Ecuador, con cobertura a nivel nacional e internacional, desempeñándome en los cargos de Servicios Generales (Microfilmación), Asistente Servicios al Cliente, Servicio de Cajero Automático y luego como Oficial de Crédito Corporativo, hasta Julio del 2001, fecha en que por situaciones políticas y problemas económicos del país, el Banco es cerrado por las autoridades de gobierno.

Luego pase a la Academia Particular Naval Provincia de Los Ríos, en las disciplinas de matemáticas, física, dibujo, por un lapso de 4 años. En el Colegio Particular Alfa & Omega, con las disciplinas de matemáticas y física, por el lapso de 1 año. En la Unidad Educativa ALHUN, con las disciplinas de matemáticas y física, por el lapso de 1 año. El 5 de septiembre del 2006, obtuve el Título de Licenciado en Ciencias de

la Educación Mención Física – Matemáticas, otorgado por la Universidad Técnica de Babahoyo.

Luego pase a una institución fiscal, por medio de contrato, Unidad Educativa Clemente Baquerizo Cáceres, con las disciplinas de matemáticas, física, dibujo y administración, por un lapso de 2 años 7 meses. En el transcurrir del tiempo, también me desempeñe en cargos privados, sin dejar la labor educativa, y es así que participe en el concurso de méritos y oposición que ofertaba el Ministerio de Educación y Cultura, presentándome a pruebas de conocimiento, didáctica, psicológicas, y de personalidad donde gané el concurso, obteniendo el nombramiento el 01 de Noviembre del 2014 en la Unidad Educativa Babahoyo, con las disciplinas de matemáticas, física – química, y donde estoy hasta la actualidad. Mi experiencia docente al momento se da en matemáticas y física, para los cursos 2do y 3ro de Bachillerato General Unificado y Bachillerato Técnico (Aplicaciones Informática, y Contabilidad).

He realizado cursos y seminarios ofertados por el MINEDUC, y actualmente estoy cursando la Maestría Máster de Formación del Profesorado en Educación Secundaria, especialización Matemáticas, obtenida por medio de una Beca otorgada por el Gobierno Nacional del Ecuador a través, del Ministerio de Educación impartidas por la Universidad Nacional de Educación (UNAE) y por la Universitat de Barcelona (UB).

Esta maestría para mí ha sido muy esperada, y el proceso de enseñanza - aprendizaje ha sido enriquecedor, la misma se desarrolló en base a actividades, y procesos lúdicos, permitiendo partir de lo general a lo particular, situación que no lo hacemos en nuestro medio, estrategia aplicable a mi labor como docente, permitiendo así hacer mejoras en el diseño de actividades.

## **1.2 Estructura del dossier o memoria.**

El dossier de este Trabajo de Fin de Master (TFM) es la recopilación de la experiencia en la institución donde laboro, sobre la propia práctica realizada como docente. Esta

estructurado siguiendo el esquema planteado para la elaboración del TFM de la Universitat de Barcelona y consta de 6 apartados.

El primer apartado es la Introducción.

El segundo apartado hace relación al análisis reflexivo de los aprendizajes competenciales realizado durante el Máster de formación del profesorado.

El tercer apartado trata de la valoración de la experimentación de la secuencia didáctica aplicada a los estudiantes del Segundo A, Bachillerato Técnico en Contabilidad de la Unidad Educativa Babahoyo.

El cuarto apartado trata de reflexiones finales.

En quinto apartado las referencias bibliográficas, y

El sexto apartado serían los anexos.

## **2. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDACTICA IMPLEMENTADA**

La presente unidad didáctica es sobre Funciones Trigonómicas a ser tratada con los alumnos del Segundo Año del Bachillerato Técnico en Contabilidad, de la Unidad Educativa Babahoyo. Para ello se reforzará conocimientos previos que tengan los estudiantes sobre el tema, desarrollo de habilidades y la aplicación de objetividad para solución de problemas de la vida diaria a tratar. Para llegar a esta comprensión se aplicará los conocimientos adquiridos y nuevas propuestas planteadas por los docentes de la Universidad de Barcelona, permitiendo que los alumnos construyan el conocimiento y puedan resolver problemas utilizando Funciones Trigonómicas, mejorando así la educación en matemáticas.

### **2.1 Presentación del objetivo**

Identificar las clases de ángulos y triángulos, expresando cuáles son las diferencias, e implementar estrategias metodológicas para calcular las razones trigonométricas directas e inversas de un ángulo en un triángulo rectángulo conocidos tres o dos lados, aplicados en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Efectuar operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).

Expresar ángulos en medida Sexagesimal y SI (radian).

Utilizar Funciones Trigonómicas para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana.

Plantear propuestas para identificar sus intereses individuales y grupales en el aula, al trabajar con funciones trigonométricas para la resolución de problemas de la vida cotidiana.

## **2.2 Presentación de contenidos y su contextualización en los Currículos Oficiales**

El currículo nacional, para el Segundo Año del Bachillerato Técnico en Contabilidad, cuenta con diferentes bloques temáticos. La unidad didáctica que se trabajará en el desarrollo del TFM es:

Funciones Trigonómicas.

- 1.- Medidas de Ángulos forma compleja e incompleja
  - 1.1. Medidas en el Sistema Internacional
  - 1.2. Equivalencia entre grados y radianes
- 2.- Las Funciones Trigonómicas (Razones Trigonómicas)
  - 2.1. Gráfico de la Curva trigonométrica Seno
  - 2.1. Gráfico de la Curva trigonométrica Coseno
  - 2.1. Gráfico de la Curva trigonométrica Tangente
  - 2.1. Gráfico de la Curva trigonométrica Cosecante
  - 2.1. Gráfico de la Curva trigonométrica Secante
  - 2.1. Gráfico de la Curva trigonométrica Cotangente



### **2.3 Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos**

La necesidad de que nuestros estudiantes puedan encontrar la proximidad del desarrollo de conceptos matemáticos para solución de problemas en su vida cotidiana, y mostrarles algunas aplicaciones de las matemáticas como herramienta práctica y útil, se implementarán las siguientes actividades.

Esto no es nada nuevo, lo que cambia es el contexto.

#### **Actividad # 1**

**Tema: Reconociendo y midiendo Ángulos en Instrumento, Juegos Geométricos.**

**Tiempo: 80 minutos.**

La actividad se inicia, con el Instrumento Juegos Geométricos (es un equipo de trabajo que se utiliza en matemáticas, para trazar figuras, medir ángulos y que los venden en las librerías), conformado por 2 escuadras, 1 regla y un transportador o graduador; para este caso será nuestro material manipulativo. Como son instrumentos que los han utilizado anteriormente, para trazar líneas o tomarlos como instrumento de medida, desconocían la información que facilitan para conocer los ángulos, y además la figura geométrica que ella determina.

#### Actividad # 1

##### **Reconociendo y midiendo Ángulos, en Instrumento, Juegos Geométricos**

Formar grupos de 4, y lo primero que realizaran es analizar el Juego Geométrico facilitado, preparándose a responder las siguientes preguntas:

¿Las figuras del Juego Geométrico son iguales?

¿Las escuadras son iguales?

¿Los ángulos son iguales?

Con la manipulación del Juego Geométrico y con el análisis individualizado, proceden a la discusión dentro de los grupos, y con la guía del docente, se va puliendo conocimientos previos que se encuentran en el subconsciente de los estudiantes que

no los indican por error a equivocarse, pero el mismo aporta a encontrar la solución a lo planteado.

En el desarrollo de las actividades y con la guía facilitada, se construye conocimiento y concluyen, que las figuras no son iguales, desglosando la información de la siguiente manera:

La Regla es un rectángulo, tiene 4 lados y 4 ángulos, ciertos grupos no recordaban el valor del ángulo que es de  $90^\circ$

Reconocen a las escuadras, como 2 triángulos distintos, que tienen un ángulo común de  $90^\circ$ , pero no identifican los ángulos de la escuadra que forma el triángulo, pero si los diferencian.

El transportador o graduador, es un objeto circular, que sirve para medir ángulos.

El objetivo planteado es reconocer los ángulos y conocer sus medidas, los estudiantes proceden a determinar los ángulos que forman a cada escuadra. Para ello toman una escuadra y con ayuda del graduador miden los ángulos respectivos, obteniendo la medida de  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ . Reconociendo que es un triángulo Isósceles.

Luego toman la otra escuadra y con ayuda del graduador miden los ángulos respectivos, obteniendo la medida de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ . Reconociendo que es un triángulo Escaleno.

Para reforzar los conocimientos, se solicitarán tomar ejemplos de su entorno, que formen ángulos, y procedan a medirlos, induciéndolos que ellos realicen sus procedimientos.

Trabajarán de forma grupal, colaborando y participando activamente, la fuente de conocimiento surgirá de la interacción entre compañeros con la realización de actividades propuestas. Ver **Anexo 1**

## Actividad # 2

**Tema: Midiendo Ángulos en expresión unidad Sexagesimal.**

**Tiempo: 80 minutos.**

Las situaciones vivenciales con diferentes objetos o artículos, que nos permite interactuar a diario, lo tomaremos como referente para realizar esta actividad como es de medir ángulos expresados en unidad sexagesimal. La misma que es utilizada para actividades diarias de la construcción y topografía.

Para iniciar esta actividad, los alumnos en su cuaderno de anotaciones realizarán,

### Actividad # 2

#### **Midiendo Ángulos en expresión unidad Sexagesimal**

Graficar ángulos, con apertura propuesta por ellos.

Toma de lectura de manera visual, con instrumento graduador

Cómo relaciona la medida, cuando ésta se incluye entre 2 medidas

Se debe aproximar, o realizar supuestos?

Expresar el ángulo medido en **unidad Sexagesimal**

Al trabajar individualmente, se afianzará conceptos. Con esta actividad, lo que se busca es la razonabilidad al tomar medidas para luego realizar cálculos matemáticos estandarizados y llegar a la unidad de expresión requerida, sin descuidar supuestos de aproximación.

Obviamente, las medidas ya no serán enteras exactas, con la aproximación, las medidas serán con decimales, y para llegar a la unidad sexagesimal solicitada se procederá a realizar el siguiente proceso matemático.

Para expresar ángulos en unidad Sexagesimal, se lo deberá representar en:

° (grado) ´ (minuto) ˆˆ (segundo)

Ej. Expresar el Angulo  $\alpha = 37,56$  en unidad Sexagesimal (Medida de un ángulo realizado)

Momentáneamente el Angulo es  $37^\circ$

Se tomará la parte decimal de 37,56 como un decimal y se multiplicara por 60 (1 hora = 60 minutos)

$$0,56 \times 60 = 33,60 \quad \text{La parte entera 33, será los minutos}$$

Entonces al momento tenemos  $37^\circ 33'$

Luego se tomará la parte decimal de 33,60 como un decimal y se multiplicara por 60 (1 minuto = 60 segundos)

$$0,60 \times 60 = 36 \quad \text{El producto obtenido será los segundos}$$

La respuesta es  $\alpha = 37^\circ 33' 36''$

Al terminar la actividad, los alumnos preguntaron:

Se podrá hacer lo contrario?

Nos saldrá lo mismo?

Como lo hago?

Con la guía del docente, se explicó que para llevar a la unidad Sexagesimal, multiplicamos la parte decimal por 60, por las relaciones indicadas anteriormente; ahora nos toca Dividir, e ir sumando los cocientes al minuto y al grado, el proceso es:

Ej. Expresar el Angulo  $\alpha = 37^\circ 33' 36''$  a grado decimal

Se tomará  $36''$  y se dividirá para 60 (1 minuto = 60 segundos)

$$36 \div 60 = 0,60 \quad \text{El cociente obtenido, se sumara a los minutos}$$

Entonces al momento tenemos  $37^\circ 33,60'$

Luego se tomará  $33,60'$  y se dividirá para 60 (1 hora = 60 minutos)

$$33,60 \div 60 = 0,56 \quad \text{El cociente obtenido, se sumará a los grados}$$

La respuesta es  $\alpha = 37,56^\circ$

Con esta actividad los jóvenes demostraron que pueden reforzar los contenidos y realizar estrategias metodológicas para conceptualizar procesos de operación matemática, con ello plantearán los pasos a seguir para obtener la solución.

Para reforzar lo tratado, se envía las tareas propuestas en el texto guía. Ver **Anexo 2**

### Actividad # 3

**Tema: Midiendo Ángulos en Sistema Internacional de Unidades.**

**Tiempo: 80 minutos.**

Las situaciones vivenciales, también se dan en espacios tridimensionales y con medida de ángulos circulares, será referente para realizar esta actividad como es de medir ángulos en el SI. La misma que es utilizada para cálculo de Velocidad, distancia entre satélites, distancia entre planetas, distancia a estaciones espaciales.

Para iniciar esta actividad, los alumnos en su cuaderno de anotaciones, graficarán ángulos, con apertura propuesta por ellos.

En base a la Actividad # 2 ya realizada por ellos, realizarán:

#### Actividad # 3

#### **Midiendo Ángulos en Sistema Internacional de Unidades**

Graficar ángulos, con apertura propuesta por ellos.

Toma de lectura de manera visual, con instrumento graduador

Cómo relaciona la medida, cuando ésta se incluye entre 2 medidas

Se debe aproximar, o realizar supuestos?

Expresar el ángulo medido en **unidad SI (radian)**

Para este trabajo los conceptos están afianzados, se aplica la razonabilidad al tomar medidas para luego realizar cálculos matemáticos estandarizados y llegar a la unidad de expresión requerida, sin descuidar supuestos de aproximación.

Se trabajará con medidas de ángulos exactos y aproximaciones y llegar a la unidad del SI, que es el Radian. Para llegar a la unidad solicitada se procederá a realizar el siguiente proceso matemático.

Para expresar ángulos en unidad SI radian, se lo deberá representar en:  $\Pi$  rad.

Ej. Expresar el Angulo  $\beta = 87^\circ$  en el SI

Como la longitud de la circunferencia es  $2\pi r$ , esta contiene  $2\pi$  veces la longitud del radio. Por tanto:  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$  Si simplificamos  $180^\circ = \pi \text{ rad}$

Escribimos la equivalencia entre grados y radianes en forma de factor de conversión, de manera que aparezcan los grados en el denominador:

$$87^\circ \times \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{87\pi \text{ rad}}{180} = \frac{29}{60} \pi \text{ rad} = 1,51 \text{ rad}$$

La respuesta expresada en  $\pi \text{ rad}$  es  $\beta = \frac{29}{60} \pi \text{ rad}$

La respuesta expresada en rad es  $\beta = 1,51 \text{ rad}$

Con la guía del docente, se explica que se puede llevar de la unidad SI radian a grados, el proceso es:

Ej. Expresar el Angulo  $\beta = \frac{29}{60} \pi \text{ rad}$   $\beta = 1,51 \text{ rad}$  a Sexagesimal (ángulos iguales)

Escribimos la equivalencia entre grados y radianes en forma de factor de conversión, pero ahora de manera que aparezcan los radianes en el denominador:

$$\frac{29}{60} \pi \text{ rad} \times \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 87^\circ$$

La respuesta utilizando unidad de  $\pi \text{ rad}$  es  $\beta = 87^\circ$

$$1,51 \text{ rad} \times \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = \frac{271,80^\circ}{\pi} = \frac{271,80^\circ}{3.14} = 86,56^\circ$$

La respuesta utilizando unidad de rad es  $\beta = 86,56^\circ$  (Hay perdida por decimales)

Se conceptualiza procesos de operación matemática, con ello plantearán los pasos a seguir para obtener la solución. Para reforzar lo tratado, se envía las tareas propuestas en el texto guía. Ver **Anexo 3**

#### Actividad # 4

**Tema: Reconocer la Razón Trigonométrica en el Triángulo Rectángulo**

**Tiempo: 80 minutos.**

Para esta actividad se activaran conocimientos manejando gráficos de triángulos rectángulos, y posicionándose referente al ángulo indicado para obtener la razón trigonométrica.

#### Actividad # 4

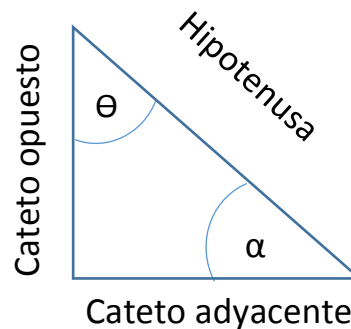
#### **Reconocer la Razón Trigonométrica en el Triángulo Rectángulo**

Dado el Triángulo rectángulo,  
determine la razón trigonométrica

Seno  $\theta$ ,

Coseno  $\alpha$

Tangente  $\theta$



Antes de realizar la Actividad, se da a conocer como se obtiene la razón trigonométrica.

Las razones trigonométricas son las relaciones que se crean entre los diferentes lados que componen un triángulo rectángulo (  $90^\circ$  ). Estas razones pueden ser tres.

**Seno.** Es la razón o relación que existe entre el cateto opuesto y la hipotenusa

**Coseno.** Es la razón o relación que existe entre el cateto adyacente y la hipotenusa

**Tangente.** Es la razón o relación que existe entre el cateto opuesto y su cateto adyacente.

Es posible que estas explicaciones resulten un poco confusas, porque desconozca cuáles son los catetos, opuestos y adyacentes, o la hipotenusa. Estos términos son:

**Cateto.** Se refiere a los lados menores que conforman un triángulo rectángulo. Estos lados son los que crean el ángulo de  $90^\circ$  o ángulo recto. Estos catetos son también conocidos como seno y coseno.

**Hipotenusa.** El lado más largo del triángulo, el que a su vez es opuesto al ángulo de  $90^\circ$  o ángulo recto, es el que conocemos como hipotenusa.

Aunque el seno, el coseno y la tangente son las razones o relaciones trigonométricas más utilizadas existen otras que también está en la rama de las matemáticas. Y, aunque menos conocidas, es importante hablar de ellas puesto que también son razones trigonométricas. Estas otras razones o relaciones trigonométricas son:

**Secante.** Es la razón o relación que existe entre la hipotenusa y el cateto adyacente. También podemos decir que es la razón o relación recíproca del coseno.

**Cosecante.** Es la relación o razón que existe entre la hipotenusa y el cateto opuesto. También se puede decir que es la razón o relación recíproca del seno.

**Cotangente.** Es la razón o relación entre ambos catetos. Es decir, el cateto adyacente y el cateto opuesto. También se puede hablar de la razón o relación recíproca de la tangente.

Una vez que los alumnos han identificado las razones en cualquier triángulo rectángulo, construirán su propio conocimiento, objetando que el mismo se facilitará si se reconoce la razón trigonométrica analizada. Luego se procede a realizar la Actividad # 4. Ver **Anexo 4**



### Actividad # 5

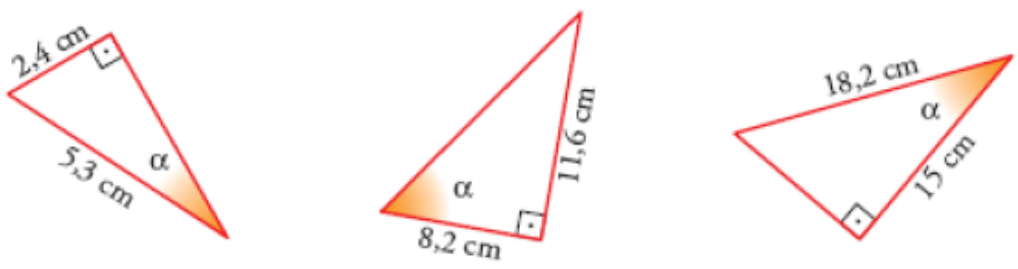
**Tema: Cálculo de Razón trigonométrica.**

**Tiempo: 80 minutos.**

Esta actividad es reproducción de conocimientos

Actividad # 5

**Cálculo de Razón Trigonométrica en Triángulos Rectángulos**



Calcula las razones trigonométricas del ángulo indicado, en cada uno de los triángulos

La actividad está pensada para practicar con la definición de razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.

Se considera que el nivel de dificultad es de reproducción, ya que el alumno, para resolver esta tarea, simplemente debe de tener conocimientos previos ya vistos en la actividad anterior, y aplicar la definición de razones trigonométricas tal y como se les ha presentado, con la única diferencia de que en este caso es necesario que apliquen previamente el teorema de Pitágoras, con el que se supone el alumno debe estar bien familiarizado. (Medina, 2010) Ver **Anexo 5**

### Actividad # 6

**Tema: Construimos Triángulos.**

**Tiempo: 80 minutos.**

La actividad a realizar, se centra en que los alumnos descubran cómo se produce la relación goniométrica (Suplementarios) en cualquier triángulo, es decir, qué la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo siempre es igual a  $180^\circ$ .

Para esta actividad se trabajará con material de tipo manipulativo semejante al de los puzles:

Triángulos dibujados en cartulina, y

Juego Geométrico.

Para la socialización del tema, el docente trabajará con el Juego geométrico, cada alumno contará con un juego, compuesto por una regla, dos triángulos (llamadas escuadras), y un graduador. Antes de empezar la explicación de la actividad, se les recuerda su uso, algunos de ellos ya los han utilizado en dibujo y en traslación de rectas y paralelas, mientras que otros no saben distinguir su uso, ni reconocer la escuadra del cartabón.

Los estudiantes proceden a medir los ángulos de los instrumentos que forman el Juego geométrico. De las escuadras utilizadas, se les indica que tomen aquella, que sus ángulos son iguales, y hacemos referencia a los triángulos Isósceles (dos ángulos iguales y uno desigual), medimos la escuadra con el graduador (o transportador) de ángulos, y la identificamos como la regla que tiene un ángulo recto y dos ángulos de  $45^\circ$ . Del mismo modo, medimos el cartabón y vemos que tiene igualmente un ángulo recto, pero que los otros dos ángulos, uno es de  $30^\circ$  y el otro de  $60^\circ$ , haciendo referencia al triángulo Escaleno.

Con ello se cumple que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a  $180^\circ$ . Una vez han practicado, se reparte la actividad a realizar, pero ahora utilizando cualquier tipo de triángulo, y demostrar que se cumple la relación Suplementaria. Ver **Anexo 6**

### Actividad # 6

#### **Construimos Triángulos**

Dibujar en la cartulina, cinco triángulos propuesto por Uds.

Numerar los ángulos

Determinar el ángulo recto (  $90^\circ$  ), si han realizado triángulos rectángulos

Si el Triángulo es rectángulo, Medir un ángulo, y halle su complementario

Ahora proceda a medir el otro ángulo y halle su complementario (comprobación)

Si el Triángulo No es rectángulo, Medir dos ángulos cualesquiera, y halle su suplementario

Ahora proceda a medir el ángulo (comprobación)

Los ángulos de los triángulos dibujados son Suplementarios (relación gonio métrica), por qué?

Para reforzar la actividad, se envía trabajo propuesto.

### **Actividad # 7 y 8**

**Tema: Resolución de problemas Vía Modelización (Vida cotidiana).**

**Tiempo: 160 minutos.**

La actividad planteada, se caracterizará con ejemplos de modelización en el aula y fuera de ella, haciendo supuestos lógicos, que con lo analizado en las actividades anteriores, se complementan en ésta, donde se hará resolución de problemas, basados en solución de triángulos rectángulos a partir de las razones trigonométricas.

En la resolución de problemas vía modelización, se presenta un análisis cognitivo, que para esta actividad se basa en interpretar correctamente los datos del enunciado para después necesariamente realizar un esquema gráfico en el que se recojan todos los datos. Normalmente este esquema se corresponderá con una figura triangular, o bien, con algún polígono, que podrá ser resuelto vía triangulación. En estos ejemplos de modelación, uno de los problemas que puede encontrar el alumno a la hora de interpretar el enunciado es entender (Medina, 2010) como ubicar los ángulos.

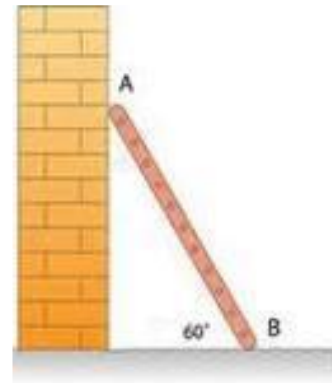
Con la metodología basada en la resolución de problemas vía modelización, los estudiantes resolverán las siguientes actividades. Ver **Anexo 7**

Actividad # 7 y 8

**Resolución de problemas Vía Modelización (Vida cotidiana)**

Según las indicaciones de seguridad, al usar una escalera, esta debe formar un ángulo de  $60^\circ$  con el suelo.

- a) ¿Hasta qué altura podremos llegar siguiendo esta indicación con una escalera de 2,5 metros de largo?
- b) ¿A qué distancia de la pared deberíamos apoyar el pie de la escalera para que se cumpla la nombrada indicación?



**Actividad # 7 y 8 Resolución de problemas Vía Modelización (Vida cotidiana)**

La distancia hasta el último piso de un edificio, es de 1,250 m. Si desde ese mismo punto, el ángulo de elevación hasta el último piso del edificio es de  $26^\circ$ . ¿Cuál es la altura del edificio?

**Metodología:**

Para la aplicación de las actividades propuestas, se utilizará las siguientes metodologías:

Metodología Heurística: Buscan solución a problemas planteados, utilizando gráficos, dibujos, aplicando los cuatro pasos estudiados del método de Polya.

Método inductivo: Por cuenta propia buscan alternativas de solución, valiéndose de los conocimientos previos, del trabajo en equipo y de la interacción entre ellos.

Método deductivo: Al aplicar procesos ya definidos, es reforzado por el guía, docente, o material de apoyo (texto).

Análítico sintético: Se centran en el tema de estudio.

Trabajo independiente: De forma independiente, buscan información, la analizan y proponen alternativas de solución.

Método del Aula Invertida: La lección impartida por el profesor se invierte. Los materiales educativos son estudiados por los alumnos en casa y, luego, se trabajan en el aula. (Touzani, 2016)

### **Técnicas:**

Se utilizó diversas técnicas como: Trabajo grupal, Lluvia de ideas. Análisis. Aprendizaje basado en problemas. Visualización. Aprendizaje colaborativo.

### **Estrategias:**

Estrategias de enseñanza para estimular competencias cognitivas en los alumnos.

Orientar las actividades: Guiarlos a través de preguntas, o pistas

Indagar los conocimientos previos: Que saben del tema a través de preguntas.

Mantener la atención de los estudiantes: Uso de materiales, palabras importantes, gráficos, imágenes.

Material manipulativo para experimentar objetos (Juego Geométrico)

Actitud analítica y reflexiva: Deberán tener presente, para la aplicación de estrategias de solución.

Refrescar conocimientos previos.

### **Estrategias de apoyo:**

Generar un buen ambiente aulico.

Favorecer uso integrar de las TICs

Lluvia de ideas a la solución del problema.

Favorece la comunicación oral y escrita de lo aprendido.

Impulsar lo aprendido en el aula

### **Recursos:**

Comunidad educativa: Docente, estudiantes y padres de familia.

### **Materiales:**

Texto de matemática, Juego geométrico, cartulina, tijeras, calculadora, pizarra.

**Tecnológicos:** Laptop.

## **2.4 Presentación de las actividades de evaluación formativa**

### **Sistema de Evaluación**

Comprobar en qué medida se han interiorizado los conceptos de la asignatura (**SABER, cognitiva**).

Observar dominio de habilidades secuenciadas, para resoluciones de problemas (**SABER HACER, destrezas**).

Determinar el grado de actitud y práctica de valores de identidad cultural (**SABER SER, valor**).

**Criterios de evaluación:**

Formular y/o resolver problemas referidos a situaciones reales o simuladas.

Reconocer las diferentes formas para medir ángulos.

Reconocer las razones trigonométricas, respecto al punto de ubicación del ángulo.

Incentivar en la búsqueda de soluciones.

Utilizar lenguaje matemático para expresar estrategias y razonamientos utilizados en la resolución del problema

**Criterios de calificación:**

a) Evaluación inicial:

Conocimientos previos, conocer los preconceptos de los estudiantes.

b) Evaluación formativa: Se va dando en el desarrollo de la actividad, donde se observará:

Actividades desarrolladas en clase. Actividades individuales. Actividades grupales. Tareas enviadas.

c) Evaluación sumativa:

Participación en clase. Prueba escrita

### 3. IMPLEMENTACION DE LA UNIDAD DIDACTICA

Las evidencias de aprendizaje, fueron realizadas en las clases de matemática a los alumnos del Segundo Año del Bachillerato Técnico en Contabilidad, de la Unidad Educativa Babahoyo, apreciando dificultades al momento de trabajar con medición de ángulos y razones trigonométricas, aplicados para la solución de problemas de la vida cotidiana.

Las dificultades se evidencian en los estudiantes, porque a pesar de ser un área técnica, se enfocan a estrategias de producción, dejando a un lado el desarrollo matemático – lógico - vivencial, que se da en las actividades que se realizan diariamente, lo que implica una desaceleración en el avance cognitivo de los aprendizajes sobre lo planteado. Por ello, se pone en práctica lo aprendido en el Máster.

Los lineamientos curriculares y estándares básicos de matemáticas, son expedidos por el Ministerio de Educación y Cultura (MINEDUC), en la que establece la solución de problemas como uno de los procesos generales que se debe desarrollar durante el año académico. Se plantea conocimientos básicos que todo estudiante debe manejar distribuidos por años. En Segundo Año de Bachillerato se plantea la enseñanza de Trigonometría, expresado en la medición de ángulos, razón trigonométrica y gráficos de funciones trigonométricas, asociado a la solución de situaciones problemas, que deben enfocarse en lo cognitivo, desarrollo destrezas que se aplican día a día en todos los entornos tales como el razonamiento, el pensamiento crítico, el pensamiento lógico y la resolución de problemas. El planteamiento curricular es abierto y flexible, donde el profesor, es quien realiza el desarrollo del currículo en su actividad docente y en el aula. El aprendizaje basado en problemas (ABP) nos permite combinar la adquisición de conocimientos con el aprendizaje de competencias. Es un método de enseñanza-aprendizaje centrado en el estudiante en el que éste adquiere conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la vida real. Su finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los problemas de la misma manera en que lo hará durante su actividad profesional, es decir, valorando e integrando el saber que los conducirá a la adquisición de competencias profesionales. (Cònsul, 2015)



El docente en este método adopta diferentes roles; el principal es el de tutor que facilita y fomenta en el estudiante las actividades de reflexión para que identifique sus propias necesidades de aprendizaje. El papel del tutor no es el de docente experto en la temática de la situación/problema, sino que su principal función es la de ayudar a pensar críticamente sobre los temas que se están discutiendo y ser, a la vez, un catalizador de la investigación y del descubrimiento. (Cònsul, 2015)

Es evidente que el tutor debe poseer un conocimiento de los objetivos de aprendizaje y un dominio de las técnicas y estrategias necesarias para desarrollar el proceso. (Cònsul, 2015)

Las características que requiere un docente en el ABP son:

- Una actitud positiva respecto al método, es decir, estar convencido de que es una estrategia de aprendizaje viable y aplicable. (Cònsul, 2015)
- Estar formado y capacitado para aplicar el método, es decir, poseer las habilidades, actitudes, valores y conocimientos necesarios para la puesta en marcha del ABP. (Cònsul, 2015)

En esta realidad, el tutor es el guía del proceso de gestión del conocimiento, y el estudiante es el responsable de «aprender a aprender». (Cònsul, 2015)

Además no se debe descuidar las aptitudes emocionales, familiares y sociales de los estudiantes involucrados, con quienes se realiza el proceso enseñanza-aprendizaje, teniendo presente que un profesional en educación está preparado para afrontar este tipo de dificultades, aplicando la Psicología, Sociología, y para una mejor solución a estos inconvenientes nos apoyaremos con el trabajo que realice en conjunto con el Departamento de Consejería Estudiantil (DECE). De esta manera lograremos punto de equilibrio en los procesos de las actividades a realizar.

Podemos decir que la planificación curricular es parte integrante del planeamiento educativo y de los éxitos esperados en el aprendizaje de los estudiantes, obviamente

aplicando las mejores estrategias para alcanzar el desarrollo de sus destrezas. “La diversidad investigadora sobre y con el profesorado que nos muestra hoy en día la educación, indica no únicamente normalidad en un terreno social y complejo como el educativo, sino una riqueza de procesos, y no un estancamiento ni una paralización” (Imbernón, 2012, pág. 1)

Por ello el maestro tiene necesidad de investigar, de realizar diagnósticos acerca del nivel real que poseen los estudiantes, dando la pauta para determinar factores sociales y familiares que influyen en el aprendizaje, (Cònsul, 2015) ayudándonos a elevar la calidad de la educación.

En el proceso del Máster, expusimos nuestra manera de dar clases, la misma que en el transcurso, fuimos aplicando correcciones y realizando mejoras en los procesos para alcanzar la transmisión de conocimientos a los alumnos, de una manera más acorde y adecuada. Alcanzando desarrollo de habilidades, resolución de situaciones problemas, permitiendo que los estudiantes vean la matemática como un lenguaje universal a su alcance, que responde al contexto de su vida real. (Mercedes Hermelinda Zúñiga Chusán, 2014)

El diseño y aplicación de actividades necesarias, permitirán un buen ambiente de trabajo centrado en el alumno, mejorando su comunicación e ir construyendo conocimientos para aplicar la trigonometría a casos prácticos de la vida cotidiana. Lo indicado se aplica a procesos matemáticos para la resolución de problemas:

**a) Comprender el problema:** El estudiante tiene que leer el problema con un pensamiento analítico-crítico, con el fin de establecer cuáles las condiciones del problema, qué se está planteando, cuáles son los datos que se están proporcionando, activando así sus conocimientos previos.

Como complemento puedo decir que se puede ayudar con gráficas y patrones, como los establecidos en clase, comprendiendo así la situación planteada.

**b) Elaborar un plan:** Los alumnos establecen y regulan estrategias, ordenando datos e ideas para alcanzar la solución, implicando operaciones matemáticas.

El estudiante pondrá en práctica el carácter exploratorio y descriptivo, teniendo contacto a nuevas experiencias, readaptando conocimientos previos.

**c) Ejecutar un plan:** Aquí se establece el orden de las operaciones planteadas, y verificar que el resultado a obtener sea el correcto. Si el mismo no satisface a la solución requerida, se deberá iniciar nuevamente el proceso. Aquí resalta las estrategias utilizadas, más no las operaciones. Una vez establecido el plan los estudiantes lo llevarán a cabo, implementando las estrategias que se escogieron hasta solucionar completamente el problema. Si el mismo es infructuoso, se deberán emplear otras técnicas para resolver el problema y lograr ejecutar el plan.

**d) Examinar la solución obtenida:** Se analizará la solución obtenida, se pueden establecer otras estrategias para la solución, además se comparará si la respuesta es coherente con el contexto del problema planteado.

Se analizará cómo se obtuvo el resultado (como lo hizo), aplicando una evaluación crítica de los resultados, tomando referente los trabajos de otros compañeros y el propio.

Al finalizar cada actividad de trabajo los alumnos fueron evaluados, apreciando en el proceso que los alumnos poseen distintos estilos cognitivos, ritmos de aprendizaje e intereses diferentes; algunos de ellos con más capacidad para resolver problemas que otros de su misma edad. (Víctor Manuel Padilla Montemayor, 2007) Encontrando que los alumnos presentan problemas por la falta de estrategias para resolver problemas matemáticos.

### **3.1 Lo matemático. Adecuación de los contenidos.**

Los contenidos planificados en la presente unidad didáctica, propone la entrega de un material con una variedad de actividades, basados en diferentes formas de trabajo para que el alumnado pueda alcanzar un aprendizaje significativo a distinto nivel,

tomando en cuenta el punto de partida y las capacidades individuales y grupales del alumnado. Es decir, lo que se quiere alcanzar con esta secuencia de actividades es una adecuación de los contenidos a la situación y características de la población estudiantil de la institución, aplicados a problemas de la vida cotidiana.

Finalmente para que todo el alumnado logre asimilar los contenidos planificados y atender posibles necesidades de aprendizaje, se han planteado variedad actividades con niveles de complejidad en cada una de las sesiones, con el propósito de que ejerciten y consoliden el tema estudiado se cuenta con una gama de tareas graduadas con diferentes niveles de dificultad.

El rol activo del alumno en la concepción constructivista, enfatiza que construye su conocimiento, pasando por actividades de asimilación y acomodación. Aprende contenidos desde la teoría constructivista, que implica comprenderlo, es decir, le atribuye significado, *“buscando involucrar la participación permanente de los estudiantes, para fortalecer así el aprendizaje significativo. Así mismo, aporta significativamente a cumplir los propósitos del aprendizaje basado en problemas, es decir, ayudar a los estudiantes a desarrollar conocimientos flexibles que pueden ser aplicados a muchas situaciones a diferencia del conocimiento inerte (Woolfolk, 2010: 318). (Cònsul, 2015).*

### **3.2 Resultados de aprendizaje de los alumnos**

Las novedades en los estudiantes donde se implementa la unidad didáctica, en el aprendizaje de las funciones trigonométricas son las siguientes:

Confunden la lectura de los ángulos en sexagesimal y en SI (radian)

Se dificulta, el proceso de conversión de unidades de ángulos de sexagesimal a SI (radian) y viceversa.

Dificultad en el uso del lenguaje matemático.

No relacionan las razones trigonométricas, teniendo problemas de ubicación espacial.

### **3.3 Descripción del tipo de interacción**

#### **En lo interaccional:**

La comunicación y confianza, añadida con el respeto, permitirá un buen desempeño áulico y el proceso de enseñanza-aprendizaje se llevara de una forma óptima, superando así los aprendizajes significativos, permitiendo ampliar el área del conocimiento.

“Desde esta perspectiva la interacción profesor-alumnos; la organización de la clase; la pertinencia y relevancia de contenidos curriculares; el uso del tiempo y el clima de aula, entre otros, tienen una fuerte incidencia en las prácticas pedagógicas y en el logro de mejores aprendizajes”(Martinic, S., & Vergara, C., 2007).

#### **Lo bueno de los medios empleados.**

La utilización de los materiales manipulativos, permite al alumno adaptarse al medio en que se desenvuelve, y a través de la experiencia logra aprendizajes significativos.

Esto conlleva a una participación, sea individual o grupal, más activa y dinámica, durante las actividades desarrolladas, logrando así la solución de problemas propuestos, y favoreciendo el desarrollo de habilidades, destrezas, con una mejor comprensión de lo estudiado.

## **4. VALORACION DE LA IMPLEMENTACION Y PAUTAS DE REDISEÑO DE LA UNIDAD DIDACTICA**

### **4.1 Valoración de la unidad didáctica y propuesta de mejora**

La implementación de la unidad didáctica Funciones Trigonométricas al Segundo Año del Bachillerato Técnico en Contabilidad, de la Unidad Educativa Babahoyo, ha significado un gran aporte tanto para la enseñanza-aprendizaje de los alumnos como para mi crecimiento profesional, poniendo en práctica lo aprendido durante el transcurso de este Master y a la vez impulsar el cambio en la forma de impartir clases, observando un avance en el proceso educativo.

### **Mejora epistémica.**

La valoración personal sobre la implementación de la unidad didáctica en el aula, ha sido positiva y enriquecedora, al **adaptar la programación, a las necesidades del grupo**, me ha llevado a proponer nuevas estrategias de trabajo así como actividades relacionadas con el quehacer cotidiano en la que los alumnos **desarrollan conocimientos, incrementándose el nivel de comprensión y abstracción** de los alumnos, además este cambio en la forma de impartir clases ha motivado a los estudiantes logrando una mayor participación en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Otro elemento importante para la mejora epistémica, es la mejora de los procesos de contextualización. Un aspecto importante de esta unidad didáctica es la necesidad de influir en los estudiantes la importancia que tiene el estudio de las matemáticas, porque se encuentra presente en el desarrollo de nuestro diario vivir.

**En cuanto a lo cognitivo.-** La unidad didáctica, se desarrolla utilizando estrategias junto a material manipulativo, para recordarles y obtener los conocimientos previos, permitiendo desarrollar competencias asociadas las funciones trigonométricas.

Así, coincide con “El discurso matemático escolar refleja una ideología sobre la forma de presentar y tratar (didácticamente) los objetos matemáticos en clase y que a la larga se convierte en un conjunto de restricciones, implícitas o explícitas, que norman la actividad áulica y al discurso escolar mismo” (Montiel, 2005, pág. 113), citado en Cruz, Macías y Sánchez (2013) ).

Es necesario incluir actividades de refuerzos, aplicando evaluaciones formativas continuas en forma de autoevaluación, orientando así el proceso de enseñanza-aprendizaje y de esta manera apropiarse de los contenidos enseñados.

**En cuanto a las interacciones.** Para el tipo de actividad planteada, resulta adecuada para ser realizada en grupo, posibilitando un entrenamiento del comportamiento social cooperativo y haciéndose necesaria la colaboración entre los miembros del grupo. Se consigue de esta manera que los alumnos se animen mutuamente, se ayuden, hablen entre ellos, aclaren sus dudas, etc. También se fomentan sus capacidades comunicativas y de dirección, y aprenden a aceptar críticas y a manejar y superar conflictos, (Moral, 2009) aplicándose la metodología del aprendizaje cooperativo.

Resultando que cada uno reflexione a partir de lo que aportan sus compañeros, incentivando el espíritu creativo y participativo y se aleja la asignatura del concepto académico y frío que se tiene de ella.

**En cuanto a los medios y recursos.** Además del material proporcionado a los estudiantes para las actividades, permitió crear un clima favorable en el aula, lo cual ha favorecido el trabajo individual y colectivo, mejorando el trabajo y la comprensión de cada tema que conforman la unidad didáctica aplicada.

La institución Unidad Educativa Babahoyo, tiene el área de matemáticas pero la misma no esta equipada, además el uso del celular está prohibido por los inconvenientes a nivel disciplinario y no todos los alumnos cuentan con él, por tal motivo no se pudo utilizar las Tics siendo un obstáculo para el aprendizaje de los alumnos, para ello facilité mi Laptop para proyectar artículos acorde al tema, y manipular gráficos de las razones trigonométricas a través de Geogebra. Se están haciendo las gestiones del caso para equipar el área de matemáticas, para que todos los alumnos tengan las mismas oportunidades y facilidades para poder en ella desarrollar y estimular el interés por las matemáticas.

Los procesos de enseñanza deben adaptarse a cada alumno, atendiendo en la mayor medida posible a sus capacidades individuales. Es por ello que el docente debe realizar

un seguimiento a lo más individualizado posible de cada alumno para detectar alumnos que tengan problemas para seguir el normal desarrollo de la unidad, así como para detectar alumnos que tengan altas capacidades y puedan (y quieran) profundizar en la materia. Todas estas medidas de flexibilización están supeditadas a la adquisición de los contenidos mínimos, consecución de los objetivos y al logro de las competencias. (Medina, 2010)

Se hace entonces necesario tener preparadas una serie de actividades de refuerzo y de ampliación con las que poder atender los alumnos que lo requieran. (Medina, 2010)

Basándonos en los resultados obtenidos durante el desarrollo y aplicación de la unidad didáctica, las mejoras serán en base de la práctica reflexiva para hacerla más atractiva, motivadora, y que el alumno siga siendo el protagonista de su proceso de aprendizaje.

Para la mejora de evaluación, realizar actividades de síntesis como un mapa procedimental de las operaciones, en la que se incluyan preguntas a los estudiantes para que se sientan motivados:

Deductivo.- Resuelve Cálculo de las razones trigonométricas en 2°, 3° y 4° cuadrante.

Inductivo.- Reconoce fórmulas por el método de ensayo error.

Analógico.- A partir de la fórmula del seno del ángulo, obtener la fórmula del coseno, en ejemplos propuestos.

Figurativo.- Estima la medida del valor de un ángulo y de sus razones trigonométricas a partir de su representación gráfica.

Otra propuesta de mejora para la evaluación sería implementar la rúbrica, permite al alumno autoevaluarse, y al docente obtener criterios de objetividad y riqueza a la evaluación de competencias.

Por ejemplo.



<b>Criterios</b>	<b>Algunas Veces (6 – 7 puntos)</b>	<b>Frecuente (8 – 9 puntos)</b>	<b>Siempre (10 puntos)</b>
Se interesa en aprender			
Es participativo			
Liderazgo			
Aporta conocimientos previos			
Realiza procedimientos			
Desarrolla operaciones			
Distingue medidas de ángulos			
Reconoce razones trigonométricas			
Discute soluciones			

## 5. REFLEXIONES FINALES

### 5.1 Autoevaluación del estudiante

Con el apoyo de las estrategias didácticas se logró la comprensión y asimilación en la enseñanza de las mediciones de ángulos y razones trigonométricas, fue una experiencia muy significativa ya que permitió integrar a todo el grupo con las actividades aplicadas en el salón de clases, también se pudo evidenciar que lo que motiva el interés de aprender de los estudiantes es la didáctica. La aplicación de metodologías nuevas permitió al estudiante estimular sus competencias. (Medina, 2010) Las actividades diseñadas fueron recopiladas de acuerdo al contexto y la constante renovación de la metodología a la hora de dar clases.

Se ha puesto en práctica la mayoría de conocimientos adquiridos en las diferentes asignaturas impartidas, tales como: Didáctica de las matemáticas de media superior, Complementos disciplinares I y II, Didáctica de la matemática en secundaria I y II, Innovación e investigación sobre la propia practica e Introducción a la didáctica de la matemática.

Los protocolos llevados a cabo por parte del DECE, son los compromisos de contribuir al desarrollo de la educación, entre el estudiante, padres de familia e institución educativa, se cumplen con respecto a las asignaturas de Psicología de la Educación, Sociología de la Educación, Tutoría y Orientación Educativa, Metodología didáctica de la enseñanza, Seminario de investigación.

La buena observación que haga el docente en el aula de clase, conlleva a un mayor interés de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas. También puedo afirmar que la enseñanza articulada a otros campos o disciplinas genera mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes. Debido a ello se logró disminuir la apatía que se tiene de las matemáticas que son el área del conocimiento más difícil de asimilar, puesto que los estudiantes reconocen que las debilidades suscitadas en ellos, radican en la desatención y desmotivación. Se logró notar también que la enseñanza

transversalizada a otras áreas genera mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes.

Se rompió el paradigma que las matemáticas son el área del conocimiento más difícil de asimilar, puesto que los estudiantes reconocen que las debilidades suscitadas en ellos, radican en la desatención y desmotivación. También, es relevante decir que el problema de falta de atención no se presenta por el desinterés del estudiante, sino por falta de creatividad en las Interacciones y planeaciones de las clases. (Medina, 2010)

La creatividad del docente facilita la orientación al estudiante a interactuar constantemente con el contexto para alcanzar nuevas técnicas de enseñanza - aprendizaje que como eje innovador satisfaga las necesidades académicas del proceso educativo. (Medina, 2010)

Mi agradecimiento a todos los Doctores en Educación que conformaron la plana de docentes para este Máster, quienes transmitieron conocimientos, contribuyendo con nuestra formación profesional en pro de la educación de los jóvenes del Ecuador.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Beltran Soria, Ma del Pilar; Montiel Espinosa, Gisela. (2016). La modelación en el desarrollo del pensamiento funcional - trigonométrico en estudiantes mexicanas de nivel medio superior. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol 19, núm. 3., 19(3).

Cònsul, M. D. (2015). *Aprendizaje basado en problemas: El Método ABP*. Obtenido de Educrea: <https://educrea.cl/aprendizaje-basado-en-problemas-el-metodo-abp/>

Graells, D. P. (9 de Agosto de 2011). EL APRENDIZAJE: REQUISITOS Y FACTORES. OPERACIONES COGNITIVAS. ROLES DE LOS ESTUDIANTES. *Los procesos de aprendizaje*. DIM. Obtenido de

<http://peremarques.net/actodidaprende3.htm>:

<http://peremarques.net/actodidaprende3.htm>

Imbernón, F. (2012). *<http://www.encuentrojournal.org/textos/8.1pdf>*.

Javier, G. T. (2016). El empleo de estrategias en el aprendizaje de las Matemáticas en Enseñanza Secundaria Obligatoria. *Revista de Investigación Educativa*, 487-502.

Martínez Sierra, G. (2012). Concepciones y Matemática Escolar: Unidades de medida de las Funciones Trigonométricas en el Nivel Medio Superior. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.*, 35-62.

Martinic, S. &. (2007). *Gestión del Tiempo e Interacción del Profesor-Alumno en la sala de clases de establecimientos con jornada escolar completa*. REICE.

Medina, F. J. (2010). TFM. UNIDAD DIDÁCTICA: Trigonometría. *TFM. UNIDAD DIDÁCTICA: Trigonometría*. Granada, España.

Mercedes Hermelinda Zúñiga Chusán, S. D. (Julio de 2014). Incidencia de la metodología de resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento lógico-crítico en la asignatura de matemática. *Proyecto: Incidencia de la metodología de resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento lógico-crítico en la asignatura de matemática*. Milagro, Guayas, Ecuador.

Montiel. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica*. Tesis de doctorado, no publicada, 113. DME-Cinvestav-IPN, México.

Montiel Espinoza, G., & Jácome Cortéz, G. (2014). Significado Trigonométrico en el Profesor. *Boletim de Educacao Matemática*, 28 (50), 1193-1216.

Montoro, A. B. y Gil, F. (2011). Concentración y Disfrute con actividades matemáticas.

Investigación en educación matemática XV. *SEIEM*, 451-460.

Moral, D. M. (2009). *EL TRABAJO COOPERATIVO, SU DISEÑO Y SU EVALUACIÓN*.

. Girona: UniVest 09.

Pérez Gómez, Y., & Martínez Betancourt, C., & Castellanos Torres, R. (2015).

Sugerencias Metodológicas para el tratamiento a la solución de problemas.

*Edusol*, 15 (50), 101-109.

Puga Peña Luis ALberto; Jaramillo Naranjo Lilian Mercedes. (2015). *Metodoogía Activa*

*en la Construcción del Conocimiento Matemático* (Vols. Colección de Filosofía

de la Educación, págs 291-314). Sophia.

Rico Luis. (2013). El método del Análisis Didáctico. *Revista Iberoamericana de*

*Educación Matemática*, 33, 11-27.

Touzani, M. (17 de Marzo de 2016). *Realinfluencers Always Learning*. Obtenido de

Realinfluencers: <https://www.realinfluencers.es/2016/03/17/modelo-flipped-classroom-5-razones-usarlo/>

Víctor Manuel Padilla Montemayor, M. C. (2007). Estilos cognitivos y aprendizaje. *La*

*voz de los investigadores en Psicología Educativa*. México: Ed. Cultura de

Veracruz.

## AUTOEVALUACION DE LOS APRENDIZAJES ADQUIRIDOS

### Evaluación general

	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	Actividades realizadas durante la elaboración del TFM	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justificué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a.	10
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	10
	Versión final del TFM	Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	10
		Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	10
		Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de	

		(adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	10
	Conclusiones de la reflexión sobre la implementación	Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales.	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	10
	Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	10
	Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	10
	Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los	10

		formales establecidos por la APA.	los requisitos formales establecidos por la APA	requisitos formales establecidos por la APA.	requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente.	
	Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes.	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	10
	Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM	No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	10

Nota final global (sobre 1,5):

1,5

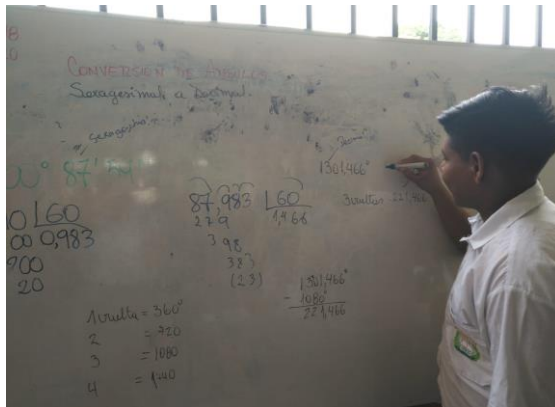


## 7. ANEXOS

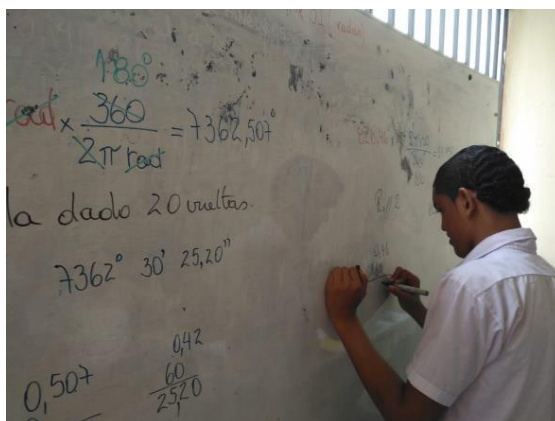
### ANEXO # 1



### ANEXO # 2



### ANEXO # 3



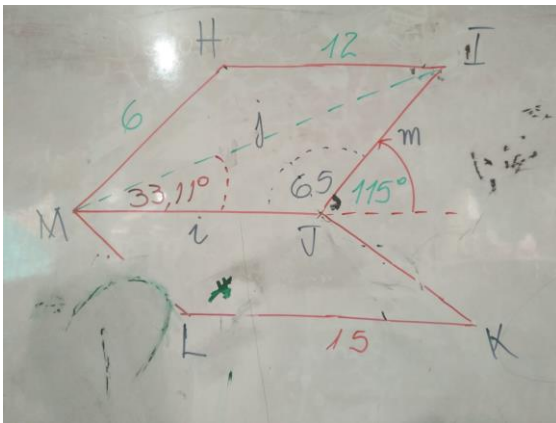
**ANEXO # 4**



**ANEXO # 5**



**ANEXO # 6**



**ANEXO # 7**

