



## UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

**Construcción de los conocimientos en los alumnos del 2do Año, de Bachillerato General Unificado, paralelo “B” de la Unidad Educativa y PCEI “General Rumiñahui” con relación a la circunferencia y la elipse dentro de la temática de las secciones cónicas y sus aplicaciones a problemas de la vida cotidiana.**

**Trabajo Fin de Máster de la maestría de Formación del profesorado de Educación**

**Secundaria en Ecuador**

**Especialidad de formación: Matemáticas**

Autor: Carlos Fernando Heredia Villamarín

CI: 1714995329

Tutor: Dr. Manel Sol, PhD.

**AZOGUES, 20 de octubre del 2018**

**RESUMEN**



La enseñanza de la matemática es indispensable hoy en día en cualquier ámbito del desarrollo humano sin importar la edad. Hago mención a este último texto, dado que mi trabajo se ha encaminado exclusivamente hacia personas de escolaridad inconclusa, pues la unidad educativa donde trabajo es exclusiva de este tipo de alumnado, dedicándome exclusivamente el aprendizaje de las curvas cónicas cerradas, como la circunferencia y la elipse, por medio de sus relaciones con objetos y situaciones de la vida cotidiana. Las sesiones de trabajo específicamente se trataban de cómo construir con técnicas con cuerdas, doblado de papel, hiloramas, etc. Sin dejar a un lado el ámbito matemático como son los procedimientos de deducción de ecuaciones de las curvas y cálculo respecto a la temática pues importante relacionar. La medición de logros y objetivos se presentan dentro del documento con rúbricas de porcentaje de cumplimiento y avances. Con respecto al uso de las tecnologías de información, dado que en el establecimiento donde trabajo es muy difícil acceder de forma continua a las mismas, puesto que las horas de asistencia eran pocas y la disponibilidad de medios era un tanto dificultosa, se dejó como medio de aprendizaje desde el hogar con links de video y programas de fácil uso y acceso para que el estudiante adquiriera la destreza y el conocimiento que pueda reforzar el logro ejecutado durante las clases presenciales y por ende satisfacer su necesidad de aprender y aplicar lo aprendido.

Palabras claves: Cónica, Circunferencia y elipse.

**ABSTRACT**

The teaching of mathematics is indispensable today in any field of human development regardless of age. I mention this last text, since my work has been directed exclusively towards people of unfinished schooling, because the educational unit where I work is exclusive of this type of student, dedicating myself exclusively to the learning of closed conic curves, such as circumference and ellipse, by means of its relations with objects and situations of daily life. The work sessions specifically dealt with how to build with techniques with ropes, paper folding, wireframes, etc. Without leaving aside the mathematical field as are the procedures of deduction of equations of the curves and calculation with respect to the subject, since it is important to relate. The measurement of achievements and objectives are presented within the document with items of compliance percentage and progress. With respect to the use of information technologies, given that in the establishment where I work it is very difficult to access them continuously, since the hours of attendance were few and the availability of means was somewhat difficult, it was left as a medium of learning from home with video links and easy-to-use programs and access for the student to acquire the skills and knowledge that can reinforce the achievement executed during the face-to-face classes and thus satisfy their need to learn and apply what they have learned.

Keywords: Conic, Circumference and ellipse.



## ÍNDICE

1. Introducción	6
1.1. Intereses y contextualización de la labor docente	6
1.2. Estructura del dossier o memoria	6
2. Presentación de la unidad didáctica implementada	10
2.1. Presentación de objetivos	10
2.2. Presentación de los contenidos y su contextualización en los currículos oficiales	11
2.3. Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos	13
2.4. Presentación de las actividades de evaluación formativa	14
3. Implementación de la unidad didáctica	17
3.1. Adecuación de los contenidos implementados y adaptaciones realizadas	17
3.2. Resultado de aprendizaje de los alumnos	18
3.3. Descripción del tipo de interacción	31
3.4. Dificultades observadas	32
4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica	34
4.1. Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora, siguiendo las pautas que cada especialidad ha proporcionado para guiar la práctica reflexiva	34
5. Reflexiones finales	40
5.1. En relación a las materias troncales de la maestría	40
5.2. En relación a las materias de especialidad de la Maestría	43
5.3. En relación a lo aprendido durante el TFM	45
6. Referencias bibliográficas	46
7. Autoevaluación	48
8. Anexos	53



## CESIÓN DE DERECHOS

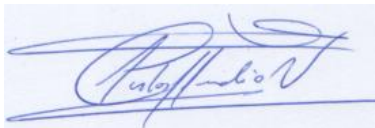
Javier Loyola, 30 de abril del 2019

Yo, Carlos Fernando Heredia Villamarín, autor/a del Trabajo Final de Maestría, titulado: **Construcción de los conocimientos en los alumnos del 2do Año, de Bachillerato General Unificado, paralelo “B” de la Unidad Educativa y PCEI “General Rumiñahui” con relación a la circunferencia y la elipse dentro de la temática de las secciones cónicas y sus aplicaciones a problemas de la vida cotidiana**, estudiante de la Maestría en Educación, mención **ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**, con número de identificación 1714995329, mediante el presente documento de constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.
2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.
3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Carlos Fernando Heredia Villamarín

Firma:





## **1. Introducción**

### **1.1. Intereses y contextualización de la labor docente**

Me gradué con título de Ingeniero, pero siempre mi vida profesional estuvo estrictamente ligada a la docencia debido a las oportunidades que se me fueron presentando por circunstancias netamente laborales, y desde aquel entonces he visto que ha sido la enseñanza una parte íntegra de mi vida, un elemento importante al cual he dedicado sacrificio y esfuerzo y por el cual me siento orgulloso de ejercer a nivel profesional. Gracias a la gestión del Gobierno de la República del Ecuador pude participar en el proceso de selección de personal docente para el fisco ecuatoriano, cuyo concurso fue denominado “Quiero ser maestro 3”, en el año 2014 y de cuyo proceso fui electo como uno de los ganadores, lo que me generó grata satisfacción al ser de ese selecto grupo y por, consecuentemente tener una fuente de empleo y de la cual me siento muy orgulloso, adicionalmente con los conocimientos adquiridos en el Máster, son el complemento perfecto para avanzar hacia objetivos firmes dentro de esta linda carrera, que es la docencia en el área de Matemática.

### **1.2 Estructura del dossier o memoria**

La estructura de este trabajo consta de una presentación del Centro de estudios, un análisis reflexivo sobre las asignaturas y lo aprendido de ellas dentro del curso de Master, Planificación de la unidad didáctica relacionada a las curvas cónicas; el plan de clase diario; metodología, uso de materiales por el alumnado, el proceso de evaluación; y el rediseño proponiendo actividades de mejora. En cada apartado va incluida la explicación referente a cada temática planteada. Cabe mencionar que toda estructura del documento está basada esencialmente en el esquema



propuesto por la comisión del TFM de la Universidad de Barcelona. Cabe indicar que este trabajo va enmarcado a lo que es la realidad del currículo Oficial Ecuatoriano.

Incluyo también las actividades de evaluación formativa tomando en cuenta las premisas y contextos del estudiantado al cual me dirigí, pues en la Unidad Educativa donde trabajo, está adecuado para personas de jornada semipresencial con escolaridad inconclusa.

Las asignaturas tomadas en el transcurso del Máster, me permitieron resaltar los aspectos más relevantes de algunas de ellas, que fueron fundamentales para enmarcar los objetivos que he planteado, cuyo resumen he redactado en el apartado correspondiente.

### **Justificación**

En el desarrollo de esta unidad se busca que el estudiante del 2do curso BGU paralelo “B” de la Unidad Educativa y PCEI “General Rumiñahui” de la jornada nocturna, ubicado en el centro de la ciudad de Quito, en las calles Chile y Baños, S/N, en la parroquia “El Tejar”, sector Centro Histórico, fundamente y él mismo se encargue de elaborar e interpretar los conceptos básicos del tema relacionado con las cónicas (circunferencia y elipse), pues el propósito de éste trabajo en sí, es hacer que dichos fundamentos sean vistos por el estudiante con gran utilidad, generando en ellos el gusto y el deseo de aprender e investigar. Las cónicas son muy frecuentes en los fenómenos de la naturaleza y de la actividad humana haciendo posible la construcción de fundamentos teóricos y prácticos de las curvas cónicas a partir de esta premisa. Siendo pues, los alumnos los encargados de construir las cónicas a partir de los elementos dados y por tanto ser partícipes de la construcción de su propio conocimiento. El alumnado por lo general muestra poco interés por los temas inherentes a la matemática. Los procesos tradicionales de enseñanza



hoy en día no deberían encajar dada la amplia gama de fuentes de ayuda y autoestudio que existen, de sobre manera en el ámbito digital.

Justifico el tema en virtud de que he decidido poner en práctica técnicas constructivistas con el propósito de que el alumno vaya asimilando los saberes conforme va construyendo su propio conocimiento mediante la visualización y el accionar. Matemáticas es un contexto mucho más amplio que una simple manipulación algebraica, pues cabe indicar que hacer matemática no significa hallar un resultado solamente, sino saber interpretarlo y relacionarlo con circunstancias de la vida real

Este trabajo está encaminado a que el estudiante se convierta en el actor principal de la construcción de un nuevo conocimiento afianzado mediante técnicas no convencionales como las que normalmente encontramos en el aula. La actividad lúdica con una intención formativa para el aprendizaje de las matemáticas hace que el doblado de papel o la utilización de cuerdas sea importante para romper esquemas tradicionales respecto a esta rama del conocimiento dentro de las matemáticas y sus aplicaciones en la vida real y haciendo que estos procedimientos sean acordes sean acordes a los planteamientos didácticos actuales, lo que va de la mano con la aportes proporcionados por las asignaturas de Metodología Didáctica de la Enseñanza y Didáctica de las matemáticas, basado en los siguientes aspectos:

- Conocer la diferencia entre la actividad matemática y las organizaciones de los productos de la actividad matemática.
- Entender las matemáticas como el resultado de una actividad social que va evolucionando históricamente.
- Considerar las matemáticas como una actividad humana realizada socialmente, que tiene por objetivo la resolución de problemas.





- Esta actividad nos sirve para hablar de qué entendemos por didáctica de las matemáticas.
- Problematizar la idea inicial (la didáctica de las matemáticas es la disciplina que aporta técnicas para mejorar la enseñanza de las matemáticas) para ir ampliándola mediante la incorporación de nuevos elementos.

Respecto al aprendizaje de matemáticas mediante constructivismo en adultos cabe resaltar dos importantes citas al respecto:

“Este grupo de habilidades y destrezas pueden lograrse si los mecanismos aplicados en la construcción de nuevos conocimientos implican cambios trascendentales en las estructuras cognitivas de estos adultos. Los facilitadores o educadores deben tener un claro entendimiento de la importancia de hacer significativos para el adulto los nuevos conocimientos.”  
(Zavala, 2008).

“El primer principio de la educación de personas adultas es que las personas adultas tienen que ser tratadas como tales, en cualquier actividad educativa”  
(O'Donogue, 2000, p. 229)



## 2. Presentación de la unidad didáctica implementada.

### 2.1. Presentación de objetivos

#### Objetivo Central:

Los alumnos del 2do Año de BGU paralelo B, jornada nocturna de la Unidad Educativa y PCEI “General Rumiñahui”, al concluir la unidad didáctica elaborada, deberán ser capaces de resolver problemas relacionados a las cónicas, de manera individual o en grupo, mediante la construcción de conocimientos referentes al tema.

#### Objetivos específicos:

- Explicar las propiedades geométricas de las curvas cónicas.
- Construir secciones cónicas elípticas y circulares mediante el uso de papel calco.
- Elaborar representaciones de las curvas cónicas, elípticas y circulares mediante el uso de cuerdas y puntos fijos.
- Relacionar las curvas cónicas con objetos y edificaciones que se aprecian en la vida cotidiana.
- Reconocer y exponer mediante la apreciación visual, características como simetría, ejes y rotaciones.
- Construir sus propios conocimientos, utilizando de forma adecuada los procedimientos aprendidos en clase.
- Reconocer los elementos de la elipse y la circunferencia y la interdependencia entre ellos.
- Resolver de manera grupal o individual, problemas de la vida cotidiana referentes al tema.



## 2.2. Presentación de los contenidos y su contextualización en los currículos oficiales

### TÍTULO DE LA UNIDAD: Secciones cónicas: la circunferencia y la elipse.

- Ecuaciones canónicas
- Superficies cónicas y su diferencia con una curva cónica.
- Elementos de la circunferencia
- Tipos de curvas (abiertas y cerradas)
- Principios geométricos de la circunferencia en la vida real
- Papiroflexia
- Gráficas, ecuaciones y traslaciones a través de los ejes
- Elipse con centro en el origen: Ecuación canónica
- Elipse con centro  $(h, k)$
- Excentricidad: Aplicaciones a problemas de la vida real (órbitas planetarias)
- Experimentación visual: La elipse en la vida cotidiana
- Construcción de elipses mediante papiroflexia
- Construcción de elipses usando la técnica del jardinero
- Autoevaluaciones

Al referirnos a las destrezas en general, decimos que son los aprendizajes básicos que se aspira a promover en los estudiantes en un área y subnivel o nivel determinado de su escolaridad. Las destrezas con criterios de desempeño refieren a contenidos de aprendizaje en sentido amplio — destrezas o habilidades, procedimientos de diferente nivel de complejidad, hechos, conceptos,



explicaciones, actitudes, valores, normas con un énfasis en el saber hacer y en la funcionalidad de lo aprendido.

Ponen su acento en la utilización y movilización de un amplio abanico de conocimientos, recursos, tanto internos (recursos psicosociales del aprendiz) como externos (recursos y saberes culturales).

Este bloque curricular en sus inicios parte del descubrimiento de las formas y figuras en dos y tres dimensiones que se encuentran en el entorno para analizar sus atributos y determinar características y propiedades que permitan a los jóvenes y adultos identificar conceptos básicos de la geometría así como la relación inseparable que estos tienen con las unidades de medida.

Si bien la geometría es muy abstracta, es fácil de visualizar por ello la importancia que el conocimiento de este bloque tenga siempre una relación con situaciones de la vida real para que se vuelva significativo. En el bachillerato se estudian las secciones cónicas en el plano (circunferencia, parábola, elipse, hipérbola) y aplicaciones geométricas en  $\mathbb{R}^2$ .

Todo esto se debe vincular interdisciplinariamente para aplicar soluciones a situaciones del entorno y contexto de la realidad nacional.

Se manejan las destrezas:

**M 5.2.16** Describir la circunferencia, la parábola, como lugares geométricos en el plano en relación con la naturaleza y los fenómenos que se producen en esta para comprenderla y cuidar de ella.

**M 5.2.17** Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, de la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas (por ejemplo en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.) identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.



El joven o adultos debe ser capaz de calcular la ecuación, describir la circunferencia y elipse (tanto en su forma cartesiana como en su forma paramétrica), y, en general, resolver aplicaciones geométricas mediante problemas de contexto, donde ponga a prueba sus destrezas y criterios aprendidos en el transcurso del desarrollo de la unidad didáctica.

### **2.3. Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.**

Los contenidos en su parte fundamental están relacionados con los establecidos por el ministerio de Educación del Ecuador, no solamente a resolver problemas de encontrar ecuaciones de las cónicas o simplemente graficarlas, sino que se hace una ruptura en el enfoque tradicional y se resalta la importancia de la resolución de problemas y su aplicabilidad en la vida real. Las matemáticas con enfoque moderno deben cumplir con el requisito de utilidad en las actividades cotidianas de los estudiantes, es decir sean contenidos de aplicación práctica. Al resolver los problemas se realizarán procesos tales como: experimentación, manipulación, comprensión de conceptos, formulación de conjeturas, justificaciones, descripciones, argumentaciones, conocimientos de procedimientos, análisis de resultados y comunicación activa. La temática va dirigida a estudiantes de la jornada nocturna del segundo curso de Bachillerato General Unificado “B”.

En la sección anexos esta adjunta la serie de actividades formativas que se emplearon en la elaboración del TFM

Para ello, se ha elaborado un cronograma acorde a las necesidades y los tiempos restantes dentro del periodo escolar, que se muestra a continuación:



Tabla 1  
*Cronograma de actividades*

<b>CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES</b>												
<b>(Cada sesión está estipulada en 2 horas pedagógicas, lo que correspondería a 6 sesiones)</b>												
<b>SESIONES</b>	<b>1</b>		<b>2</b>		<b>3</b>		<b>4</b>		<b>5</b>		<b>6</b>	
<b>HORAS PEDAGÓGICAS</b>	1h	2h	3h	4h	5h	6h	7h	8h	9h	10h	11h	12h
Actividades 1 y 2	X	X										
Actividades 3, 4 y 5			X	X								
Actividades 6 y 7					X	X						
Actividades 8, 9 y 10							X	X				
Actividades 11, 12, 13 y 14									X	X	X	X

#### 2.4. Presentación de las actividades de evaluación formativa

- **Sistema de evaluación:**

- a) **Criterios de evaluación.**

Adjunto la siguiente matriz que servirá de gran ayuda para medir los aspectos más importantes a evaluar:

Tabla 2  
**Criterios de evaluación**

<b>INDICADORES DE LOGRO</b>	<b>Criterios de evaluación (qué ese va a observar)</b>			
	<b>SUPERIOR (9.1 a 10)</b>	<b>ALTO (8.1 a 9)</b>	<b>MEDIO (7 a 8)</b>	<b>BAJO (menos de 7)</b>
Identifica las ecuaciones de la circunferencia y la elipse	Identifica fácilmente las ecuaciones de las dos cónicas.	Identifica la ecuación solo de la circunferencia o solo de la elipse	Identifica solo los elementos y no sus ecuaciones	No identifica ni sus elementos ni sus ecuaciones



Realiza las gráficas de las cónicas y halla sus elementos	Realiza la gráfica a partir de las ecuaciones dadas	Realiza la gráfica a partir de las ecuaciones solo de una de las curvas	No puede realizar la gráfica pero una vez presentada si es capaz de indicar sus elementos	Se le dificulta realizar las gráficas y ubicar sus elementos.
Escribe las ecuaciones mediante la observación de las gráficas	Escribe las ecuaciones inmediatamente al observar la gráfica	Solo es capaz de escribir una de las ecuaciones después de observar detenidamente las gráficas	Solo es capaz de relacionar las ecuaciones una vez escritas con las gráficas pero no de elaborarlas	Presenta dificultad al relacionar las ecuaciones con sus gráficas
Realiza las actividades prácticas (problemas), de manera responsable, que ayudan a afianzar los procesos de comprensión de los conceptos.	Realiza y entrega todas las actividades propuestas	Realiza y entrega la mayoría de actividades propuestas	Realiza solo algunas actividades sin justificar ni argumentar	Por falta de compromiso y responsabilidad en la entrega de trabajos

Se consideran pruebas o evaluaciones escritas, que darán indicadores cuantitativos de lo aprendido por el estudiante en el proceso.

La evaluación continua también es importante para ir midiendo los conocimientos o falencias conforme los avances de la materia sigan.

La prueba escrita, constituirán una buena estrategia para comprobar lo que saben los estudiantes, permitirá ver si la forma de trabajo es bueno o necesita ser reajustada o su respectiva retroalimentación durante el proceso de enseñanza, guiando a los estudiantes, y despejando sus dudas.

El trabajo en grupo donde puedan ayudarse o apoyarse en la resolución de problemas.

La Participación de los estudiantes en las actividades realizadas en clase.



Con toda la información obtenida de las evaluaciones realizadas se calificará la siguiente información obtenida:

**Tabla 3**  
**Criterios de calificación**

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN	
Actividad	Valoración
Evaluación formativa final (ANEXOS)	4 puntos
Trabajos académicos independientes (Tareas).	2 puntos
Actividades individuales	2 puntos
Actividades grupales	2 puntos

Las actividades evaluativas están diseñadas según las capacidades de los estudiantes en el estudio de las cónicas (circunferencia y elipse) tomando en cuenta los siguientes parámetros:

- Utilizar en forma correcta el vocabulario y el lenguaje matemático.
- Comprende el significado de cónica, los elementos que las conforman y su relación.
- Trabajar en forma individual en resolución de problemas ligados a las cónicas.
- Representación gráfica con sus elementos por medio de las ecuaciones.
- Escritura de ecuaciones a través de la observación de las gráficas.
- Plantear y resolver problemas de aplicación.

Con los criterios mencionados en la tabla anterior de este apartado y sus respectivos instrumentos de evaluación, planteo mejorar de aquí en adelante las técnicas de observación y evaluación respecto a las destrezas adquiridas por parte del estudiante pues el objetivo es ese, construir el conocimiento y el planteo y resolución de problemas es el camino más correcto aplicado al contexto en el cual llevé a cabo mi labor.





Al final el trabajo, en la sección Anexos he agregado los instrumentos que me permitieron evaluar el proceso de lo aprendido por el estudiante.

### **3. Implementación de la unidad didáctica**

#### **3.1. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones**

##### **realizadas**

##### **Contenidos implementados**

Los contenidos en su parte fundamental están relacionados con los establecidos por el ministerio de Educación del Ecuador, no solamente a resolver problemas de encontrar ecuaciones de las cónicas o simplemente graficarlas, sino que se hace una ruptura en el enfoque tradicional y se resalta la importancia de la resolución de problemas y su aplicabilidad en la vida real.

Las matemáticas con enfoque moderno deben cumplir con el requisito de utilidad en las actividades cotidianas de los estudiantes, es decir sean contenidos de aplicación práctica.

Al resolver los problemas se realizarán procesos tales como: experimentación, manipulación, comprensión de conceptos, formulación de conjeturas, justificaciones, descripciones, argumentaciones, conocimientos de procedimientos, análisis de resultados y comunicación activa.

##### **Adaptaciones realizadas**

El manejo de los tiempos debió ajustarse a la temática y actividades propuestas donde muchas veces tuve que tomar tiempo de otros compañeros docentes o excederme en pocos minutos a la hora del receso de los estudiantes. Los tiempos inicialmente fueron estipulados sin tomar en cuenta variables como la inasistencia, el atraso, la falta de material de trabajo y tiempos



adicionales asignados a tareas de retroalimentación y refuerzo académico. En la parte algebraica fue donde más tuve que optimizar los contenidos y omitir las expresiones que surgen de transformaciones y manipulaciones que pueden ser un inconveniente al momento de tratar con personas con escolaridad inconclusa o tardía como es el caso de mi colegio. El resto de actividades sí pudieron ser llevadas a cabo con satisfacción y en los tiempos establecidos.

### **3.2. Resultado de aprendizaje de los alumnos**

En cada una de las actividades presentadas se presentaron altibajos. Hubo algunas actividades que representaron menor y mayor complejidad por parte del estudiante.

Las evaluaciones fueron en parte un reflejo de dichas dificultades, sobre todo en la parte algebraica, que por lo general es un proceso que se viene acarreado de años anteriores, netamente por falta de preocupación y nivelación previa de parte del estudiante.

Las curvas y superficies cónicas tienen innumerables aplicaciones y relaciones algebraicas de igual variedad y magnitud, en donde a la vez, declaro que lo hecho en el trabajo es algo superficial pero puntual y trata sobre todo temas de mayor relevancia, por ejemplo lo he considerado más relevante aplicar la relación de una elipse con una piscina oval, que el mero hecho de tratar la representación algebraica de una elipse rotada por ejemplo.

En el tema de diferenciación entre una superficie y una curva cónica me resultó muy fácil trabajar con los estudiantes pues más que nada esta actividad requiere el reconocimiento visual.

La parte de las representaciones mediante manipulación fueron de mucha utilidad y centraron el mayor interés del alumno dentro del proceso.

En lo que tiene que ver con la utilización de GeoGebra, como había mencionada con antelación, representó en gran parte mucha displicencia de parte del alumno, debido al aspecto de la



ausencia de tics dentro del establecimiento y también en parte a que el estudiante por sus condiciones laborales o por mero desinterés no le dio la debida importancia que en cierta manera escapa ese control de las manos del docente.

Hice grandes esfuerzos para que los estudiantes adquirieran las bases de manera sólida y concisa pero el entorno a nivel general del estudiante ecuatoriano es de dejadez y algo de quemeimportismo así que la tarea de motivador paralela a la de facilitador se vuelve doblemente fuerte.

Comencé con una evaluación diagnóstica y una encuesta referente a la afinidad por las matemáticas previo al trabajo dentro de cada una de las actividades propuestas.

“Crear sentido significa, ante todo, que aquello que se está aprendiendo se entiende (en el sentido literal de la palabra), que es algo que las personas adultas siempre reivindican cuando se las entrevista.” (Díez-Palomar, 2004).

A continuación se exponen los resultados de aprendizaje obtenidos durante cada una de las actividades en las sesiones de clase:

La primera actividad a desarrollarse, dejó la siguiente información:

Tabla 4  
*Actividad 1: Ecuación de una circunferencia*

Tema	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
Ecuación de la circunferencia	Pregunta	%	Pregunta	%
R=1	1	90,5	1	9,5
R=r	3	55,4	3	44,5



R=2	2	70,3	2	29,7
R= ½	4	37,6	4	62,4

---

En la pregunta uno el contexto es muy fácil, pues al ser el radio 1 la mayoría de estudiantes pudieron responderla.

En la pregunta 2 hubo gente que omitió el cuadrado del radio al momento de escribir la expresión final.

En la pregunta 3, al no considerar que poner en lugar de un valor numérico en el radio se puso a la letra r, pensaron que había un planteo erróneo o que estaba mal escrita la pregunta y por eso había una letra en lugar de número.

En la pregunta 4 hubo estudiantes que se confundieron con el término fraccionario para el radio dado. Esto indicaba urgente la necesidad de retroalimentación breve en el aspecto de trabajo con fracciones y álgebra básica.

Continuando con las actividades, en la No.2 se obtuvieron los siguientes datos:

Tabla 5:

*Actividad 2: hallar la ecuación de una circunferencia dada una tabla de valores*

Tema	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
	Pregunta	%	Pregunta	%
Ecuación de la circunferencia				
Halle el radio de la circunferencia.	1	80 %	1	20%
Halle el diámetro de la circunferencia	2	70,5%	2	29,5%



Siguen habiendo confusiones pero menores, respecto a cómo escribir la ecuación dado el radio o el diámetro, pero hubo mejores respecto a la actividad anterior. Ese instante me comentaron que se les hace a veces confuso los símbolos  $\pm$  en las expresiones y por esa razón es que no interpretan adecuadamente al momento de diferenciar entre lo que es el diámetro y el radio para sacar la representación algebraica pedida.

En la actividad No.3 se obtuvo la siguiente información:

Tabla 6  
*Actividad 3: principios geométricos y relaciones entre los elementos de la circunferencia*

Tema	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
	Pregunta	%	Pregunta	%
Principios geométricos de la circunferencia				
Principios geométricos de la circunferencia en la elaboración de ruedas	1	68 %	1	32%
Relación entre los principios geométricos	2	45%	2	55%
Determinar la ecuación estableciendo un sistema de referencia	3	40%	3	60%

Al estudiante le dificultó el identificar que del diámetro y radio depende el perímetro de la circunferencia de la rueda. Estos principios son básicos para el entendimiento de esta sección cónica.



Con el avanzar de las sesiones pudieron darse cuenta de que el tratado de estos temas no es solo simplemente el hecho de resolver ejercicios y hallar las respuestas sin explicar por qué ni las relaciones de estos elementos con la vida real.

En la tercera pregunta conceptos muy ligados a la circunferencia como la dependencia del diámetro en función del radio, produjeron la mayoría de errores en la realización de esta actividad.

En la siguiente actividad, es decir en la No.4, se obtuvieron los siguientes datos:

Tabla 7

*Actividad 4: Representación mediante papiroflexia*

Tema Circunferencia y papiroflexia	Mejores trabajos		Trabajos con falencias o mal presentados		No presentaron los trabajos	
	Actividad	%	Actividad	%	Actividad	%
Figura en papiroflexia	1	85%	1	10%	1	5%

En esta actividad más que nada se puso a prueba la habilidad y dedicación del estudiante, donde lo cuantificable es la calidad del resultado obtenido. Hubo otras personas que se equivocaron en el proceso de doblado y no obtuvieron los resultados deseados. Hubo otros muy pocos estudiantes que no presentaron la actividad por ausencia a la clase explicativa y otro por no haber traído los materiales necesarios para la elaboración del trabajo.

Continuando con la lista de actividades, en la 5 se obtuvieron los siguientes datos:

Tabla 8

*Actividad 5: Identificación de los elementos de una  
circunferencia*



Número de segmentos identificados	0	1	2	3	4	5
Porcentaje de alumnos que lo lograron	0%	5%	10%	10%	20%	55%

En esta actividad únicamente consistía en únicamente identificar los elementos de la circunferencia. El problema surge porque el estudiante acostumbra a memorizar pero no analiza los conceptos que llevan los nombres de esas líneas, como por ejemplo la secante, que atraviesa, o la tangente que pasa por únicamente un punto de la circunferencia. Es decir, la cuestión conceptual es la que había que retomar en varias ocasiones. Evidentemente todos acertaron al menos una pregunta pues el trabajo consistía en identificar través en un gráfico proporcionado. El estudiante hubiera tenido mayor dificultad en graficar y poner los nombres en caso de que se le hubiera propuesto graficar todo desde un inicio.

En la siguiente actividad, la 6, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 9

*Actividad 6: Circunferencia desplazada*

Tema: Ecuaciones y gráficas de la circunferencia desplazada respecto al origen	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
	Pregunta	%	Pregunta	%
Determinar elementos y bosquejar gráficas	1	68% (15)	1	32% (7)
Ecuación de un segmento de circunferencia	2	59% (13)	2	41% (9)



desplazado respecto al  
origen

Obtención de ecuación a través de observación de su gráfica	3	77% (17)	3	22% (9)
---	---	----------	---	---------

En aspectos algebraicos, en el medio que laboro y con el grupo al cual me dirijo, es recurrente el asunto de la confusión con signos, fracciones y sentido de desplazamiento en los ejes por ejemplo.

Por mencionar, si tenemos una ecuación  $(x - 4)^2 + (y + 5) = 16$ , muchos alumnos confunden el hecho de que el término “x-4” quiere decir que el signo antepuesto al menos 4 es porque la gráfica se desplaza 4 unidades hacia la izquierda del eje x, lo cual es muy incorrecto.

Observo también que siguen confundiendo el hecho de que el valor que está a la derecha del igual, es decir el 16, implica según algunos estudiantes que el radio es ese valor, cuando en realidad es la raíz cuadrada de dicho número como se los había mencionado en las sesiones.

En el caso de obtener una ecuación al mirar la gráfica el resultado fue mejor que en las anteriores preguntas puesto que el gráfico proporcionado con valores implica una observación directa en cuyo caso solo sería una actividad de “reemplazo” tomando en cuenta que pueden mantenerse las falencias descritas en los párrafos anteriores.

Continuando con la lista de actividades, en la 7 se obtuvieron los siguientes datos:

Tabla 10

*Actividad 7: reconocimiento visual de elementos*

	Bien Resuelto	Mal Resuelto
--	---------------	--------------





Tema: identificación de elementos de circunferencia en aspectos reales	Pregunta	%	Pregunta	%
Desgaste de una llanta	1	86% (19)	1	14% (3)
Grabación de pistas de un disco compacto	2	91% (20)	2	9% (2)

Este tema es una propuesta real de lo que ocurre con los elementos de la circunferencia en el caso de que esta varíase de dimensiones.

Al ser un ejercicio de reconocimiento visual, los porcentajes de aciertos fueron más altos que en las actividades anteriores.

Continuando con las actividades, en la No.8 se obtuvieron los siguientes datos:

Tabla 11  
*Actividad 8: Excentricidad de la elipse*

Número de aciertos	0	1	2	3	4
Porcentaje de alumnos que lo lograron	0%	9%(2)	27% (6)	14% (3)	50% (11)

Puede observarse que en muchos casos el estudiante responde al azar, que puede ser por varias razones:

No comprendió los contenidos, le restó importancia a lo aprendido o por alguna circunstancia como inasistencia o impuntualidad pudo no captar la temática planteada. En líneas generales este



tema es de los de más fácil comprensión de parte del estudiante ha existido y en mi calidad de profesor, el tema de más sencillez en explicar dentro de la elipse.

Para la actividad 12 se obtuvieron los siguientes resultados.

Tabla 12

*Actividad 9: Identificación de la ecuación de una elipse*

Tema: Identificación de ecuación de elipse con centro en el origen	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
	Pregunta	%	Pregunta	%
Elipse de elipse con eje focal horizontal	1	73% (16)	1	27% (6)
Ecuación de elipse con eje focal vertical	2	64% (14)	2	36% (8)

En la ecuación de la elipse el número de dificultades encontradas en el aprendizaje del alumno no fue muy elevado, toda vez que algunos procedimientos y conceptos fueron aprendidos en el apartado de la circunferencia, pero se siguieron encontrando las mismas falencias que en situaciones pasadas, aunque en menor número, como el manejo de los signos y la confusión de algunos estudiantes que todavía esperaban encontrar un elemento similar al radio que si está en la circunferencia. La similitud al escribir expresiones que en el caso de la circunferencia y la elipse hace que esta perspectiva visual a simple identifica suela confundir una expresión con la otra. Al estudiante al principio le cuesta más labor, trabajar con la figura de eje focal vertical ya que por defecto siempre se empieza con la figura de eje opuesto y tal vez, por esta costumbre de asimilar mejor la primera impresión, es que suele pasar estos inconvenientes.



Tablas 13:

*Actividad 10: Problema de aplicación de la elipse*

Tema: Resolver problemas de contexto real	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
	Pregunta	%	Pregunta	%
Problema basado en una representación de la ubicación de un lugar	1	64% (14)	1	36% (8)
Problema de bosquejo gráfico	2	55% (12)	2	45% (10)

Los problemas y su planteo y resolución en matemáticas generan cierto nivel de inconvenientes pues al estudiante en líneas generales no está muy acostumbrado a razonar.

En la primera parte se obtuvieron mejor porcentaje de aciertos que en la parte b, debido a que la segunda implica algo más de razonamiento para elaborar el gráfico solicitado.

En la siguiente actividad, la 11, se presentaron los siguientes resultados:

Tabla 14

*Actividad 11: ecuación de la elipse deslaza respecto al origen de coordenadas*

Tema: Resolver problemas de contexto real	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
	Pregunta	%	Pregunta	%
Describir la ecuación de una elipse con eje focal en Y	1	82% (17)	1	18% (4)
Describir la ecuación de la elipse anterior pero desplazada a partir del origen de coordenadas	2	55% (12)	2	45% (10)



En el primer caso se puso un ejercicio de retroalimentación y como complemento se agregó sobre la misma base una variante del ejercicio, en donde surgen para algunos estudiantes ciertos inconvenientes de tipo algebraico.

Lo que he tratado es de ir puliendo ciertas falencias, pero hay casos que son de índole externa al docente que se debe tratar con más empeño, pues siguen incurriendo en la misma serie de errores y confusiones respecto a los signos que debe llevar la ecuación y el desplazamiento que implica esto.

Respecto a la actividad 12 se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 15  
*Actividad 12: Problemas relacionados a la astronomía*

Tema: Resolver problemas de contexto real	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
	Pregunta	%	Pregunta	%
Parámetros de la órbita terrestre	1	54% (12)	1	46% (10)
Parámetros de la órbita lunar	2	59% (13)	2	41% (8)
Comparación de excentricidades de las órbitas y cercanía al sol	3	91% (20)	3	9% (2)

Puede comprobarse que dependiendo de la complejidad o cantidad de requerimientos que necesite aplicarse para cada problema planteado es directamente proporcional a la cantidad de ejercicios con aciertos y también a la cantidad de personas en responder correctamente.



El primer y segundo caso son afines en procedimientos pues se trataba de encontrar los elementos de las elipses cuyas órbitas representan a las de la tierra y la luna.

El tercer ejercicio de comparación de las excentricidades resultó más sencillo y fácil de entender para el alumno.

Durante la actividad 13, únicamente consistía en obtener reflejos elípticos a partir de la manipulación de objetos para obtener reflejos o sombras de dichas formas.

La actividad consistía en responder los factores que inciden en la distorsión de la imagen elíptica resultante.

Tabla 16  
*Actividad 13: Actividad de reconocimiento visual*

Tema: Resolver problemas de contexto real	Bien Resuelto		Mal Resuelto	
	Pregunta	%	Pregunta	%
Obtención de las figuras (actividad manual)	1	100% (22)	1	0% (0)
Parámetros de la sombra elíptica	2	68% (15)	2	32% (7)
Parámetros del reflejo elíptico	3	77% (17)	3	23% (5)

Significa que no hubo problema para obtener dicho reflejos elípticos pero donde hubo más desaciertos es en la parte de razonamiento donde se pidió determinar los parámetros intervinientes en la distorsión de la sombra y el reflejo.



La actividad 14, consistía en la elaboración de elipses mediante técnicas de manipulación manual.

Los resultados a continuación:

Tabla 17:

*Actividad 14: Construcción de elipses mediante técnicas de manipulación manual*

Tema Elipse: papiroflexia y cuerdas	Mejores trabajos		Trabajos con falencias o mal presentados		No presentaron los trabajos	
	Actividad	%	Actividad	%	Actividad	%
Figura en papiroflexia	1	82% (18)	1	18% (4)	1	0%
Método del jardinero	2	100% (22)	2	0% (0)	2	0% (0)

Las observaciones se dan más en la técnica de papiroflexia que requiera mayor paciencia, habilidad y destreza para poder llevar a cabo una figura “perfecta”. Mejoró el porcentaje eso sí, respecto a lo hecho con la circunferencia.

Con el método del jardinero se obtiene la figura muy rápida y fácilmente y bastaba la colaboración de dos personas y una cuerda y un marcador como instrumentos de elaboración. El resultado fue ampliamente favorable en la obtención de buenos trabajos.

Ejercicio con líquido en un vaso (Representación de elipse mediante la superficie expuesta)	3	100% (20)	3	0% (0)
---	---	--------------	---	--------



### 3.3. Descripción del tipo de interacción

En este apartado se dan a conocer las actividades realizadas con los estudiantes dentro del capítulo de las secciones cónicas.

“Sin embargo, hoy la institución escolar debe asumir nuevos requerimientos, no basta con que entregue saberes rudimentarios y básicos, pues hoy la relación con el conocimiento ha cambiado, ya no es cosa de expertos, científicos o universitarios, hoy pertenece a la comunidad y a la vida cotidiana, en cuanto sociedad posmoderna nos hemos convertido en una sociedad del conocimiento” (Barnett, 2001)

De acuerdo a lo planificado con las actividades lo he propuesto específicamente para gente con escolaridad tardía o inconclusa que como lo he mencionado me he centrado en situaciones básicas y fundamentales.

Comencé con evaluaciones de tipo diagnóstico y un cuestionario sobre la afinidad y gusto por las matemáticas para poder trabajar en los puntos más vulnerables de sus conocimientos matemáticos (sección Anexos).

El aspecto disciplinar dentro del aula es esencial para que las actividades mantengan un curso correcto y bien encaminado, siendo así que con mis estudiantes nos damos tiempo para un trato cordial y a la vez formal, pues de esto depende mucho el éxito de la propuesta.

He manejado un lenguaje sencillo y comprensible pues es gente que en muchos casos retoman los estudios después de varios años de haberse retirado de la vida escolar.

Las tareas y las actividades están planteadas acorde a la necesidad y contexto de los alumnos.

El aspecto de la interacción fue favorable y dentro de la cordialidad pues al ser gente adulta el trabajo disciplinar con ellos, se da por contado.



Las preguntas las realicé de forma permanente, incluso al comenzar la clase les planteaba siempre la posibilidad de una retroalimentación.

Creando el espacio correcto y el momento adecuado por medio de la motivación para hacer el trabajo de matemáticas una actividad entretenida y sin presiones negativas.

En algunos casos había gente con cierto tipo de habilidad o conocimientos que aunque empíricos, se les facilitó mucho comprender las actividades de construcción manual, sobre todo en el aspecto de la papiroflexia.

El trabajo lo he tratado de hacer lo más entendible y mancomunado (colaborativo) posible, siempre de la mano de una planificación adecuada y manteniendo la flexibilidad con cierto límite hacia personas que por diversas circunstancias llegaban tarde al salón o no asistían pero pedían refuerzo académico incluso fuera de las horas de clase asignadas.

### **3.4. Dificultades observadas.**

Algunas de las dificultades en el tratamiento de las curvas cónicas, sobre la representación de las ecuaciones y sus variantes, que fueron de un 20% de todo el alumnado involucrado en el proceso, se detallan a continuación:

1. Los alumnos tienen dificultades en la comprensión de conceptos, porque se utilizan palabras desconocidas o de difícil comprensión. Por ello en el momento oportuno es conveniente realizar las explicaciones y aclaraciones respectivas utilizando un lenguaje adecuado al nivel de los conocimientos del alumnado.
2. En cierto modo, estas figuras, sus ecuaciones y representaciones nunca han estado sujetos a su experiencia sensible, razón por la que fue necesario hacer hincapié en el trabajo dentro del aula y en casa del estudiante, con material de apoyo didáctico adicional para que





desarrolle incluso actividades de cuenta propia, por medio de los pasos detallados en las guías que incluyo en la sección de anexos.

3. La representación algebraica tradicional tiene ciertas dificultades de ser manejadas en su totalidad con destreza por el grupo en mención y en donde en lo posible, se enfocó plenamente en el planteo de cónicas con centro en el origen y de cómo se efectúan los desplazamientos. Para lograr una cónica con centro distinto a ese origen de coordenadas.

1. En la resolución de problemas las dificultades se observan en todos los pasos del proceso, desde la comprensión del enunciado del problema, luego en la concepción de un plan de solución y en la ejecución de ese plan, finalmente en la verificación de los resultados obtenidos.
2. La desconcentración en algunas de las actividades es notoria, sobre todo porque en el grupo que he manejado hay personas que tienen necesidades educativas especiales y con la escasez de medios y tiempo es un poco difícil, en calidad de maestro cubrir las necesidades educativas de todo el alumnado sin excepción.
3. La retroalimentación por lo general debió ser permanente, pues la gente en cuestión olvida con facilidad ya sea porque están todo el tiempo pendientes de sus actividades personales o familiares, vía celular, porque no entendieron o porque simplemente la actividad en cuestión no fue de su agrado.

Estas dificultades se solventan cuando el estudiante realiza varias actividades relacionadas entre sí, para que sea el propio alumno el que resuelva la cuestión planteada.



#### **4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica**

##### **4.1. Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora, siguiendo las pautas que cada especialidad ha proporcionado para guiar la práctica reflexiva**

El diseño de la unidad está basado exclusivamente para personas con escolaridad inconclusa, en la Unidad Educativa y PCEI “General Rumiñahui”, donde por las cuestiones explicadas en apartados anteriores, hay personas que no tienen las bases suficientemente sólidas que las tienen los estudiantes de jornadas educativas regulares. La retroalimentación y revisión de contenidos previos es absolutamente indispensable en este tipo de situaciones contextuales.

El estudio se realizó en un grupo de 22 estudiantes en el 2do año de Bachillerato General Unificado con edades comprendidas desde los 18 hasta los 50 años.

Las planificaciones las realicé en tiempos de 80 minutos aprovechando la oportunidad de que como las horas pedagógicas son de 40 minutos y el horario asignado que tuve con el curso era de dos horas seguidas los días miércoles y el jueves una hora de clase; fue un factor para que decidiera aplicar esta temática, designando tiempos para revisar conocimientos previos y valorar de mi parte al estudiante sobre lo que ha aprendido y en que partes de los contenidos tiene dificultades o problemas para continuar el estudio de la unidad con cierta facilidad.

##### **Reflexión descriptiva:**

Los criterios de idoneidad para la valoración del desarrollo de este proceso de instrucción son los siguientes:



- **Idoneidad epistémica:**

Los paradigmas establecidos para la enseñanza tradicional muchas veces se ven interrumpidos por situaciones en las que surge alguna alternativa que pueda dar paso a cambiar ese paradigma de manera positiva. A medida que se ha ido elaborando el trabajo, pensé que los temas escogidos fueron seleccionados de manera oportuna, porque uno en el proceso encuentra errores en ciertos temas que no pude profundizar ya que se encuentra con que tienen ciertos vacíos en partes muy elementales de los temas previos que se requieren para este tema, por ejemplo presentan fallas en el manejo de fracciones o temas básicos de álgebra como la factorización. Ya en la práctica pude evidenciar que el estudiante mecaniza los procesos, por ejemplo en la sesión 4 se hizo una pregunta sobre si la circunferencia era una variante de elipse a lo que los estudiantes incluso graficando llegaron a la conclusión de que no era, pero consecuentemente cayeron en un error puesto que efectivamente si es una elipse cuya excentricidad es cero. También pensaban que la única forma de dibujar o representar circunferencias era por medio de compás u objetos redondos, pero no habían visto métodos por cuerdas o doblado de papel. También me encontré al momento de relacionar la elipse con las órbitas de los planetas, por ejemplo, que era la primera vez que relacionaban estas figuras con situaciones de la vida real.

“La transición de un paradigma en crisis a otro nuevo del que pueda surgir una nueva tradición de ciencia normal está lejos de ser un proceso de acumulación, al que se llegue por medio de una articulación o una ampliación del antiguo paradigma. Es más bien una reconstrucción del campo a partir de nuevos fundamentos, reconstrucción que cambia algunas de las generalizaciones teóricas más elementales del campo, así



como también muchos de los métodos y aplicaciones del paradigma.”

(Kuhn, 1975, pág. 139)

**Idoneidad Cognitiva:** Al iniciar el estudio de la unidad se realizó un diagnóstico de los conocimientos previos que tienen los alumnos para en base a ellos proyectar el aprendizaje a nuevas situaciones que demandan relación con sus experiencias anteriores y provocar un aprendizaje significativo, dándome cuenta que existía muchas falencias. En este curso no hubo necesidad de hacer adaptaciones curriculares, pero si se realizó clases de refuerzo para una cabal comprensión y que no queden vacíos en el tratamiento de los contenidos.

Respecto a este tipo de idoneidad, pude notar que en las últimas sesiones se observó como el estudiante adquirió cierta destreza sobre todo al momento de plantear una situación real mediante la resolución de problemas. Con el avance de las sesiones este aspecto mejoró notablemente. Para hacer buenas matemáticas se necesita un buen nivel de entendimiento y aptitud mental.

**Idoneidad mediacional:** El uso de materiales tecnológicos como calculadoras y computadoras son una valiosa ayuda en la comprensión de conceptos y rapidez de procesos que nuestros estudiantes no disponen. En línea también hay interesantes herramientas que pueden ayudar al alumno a entender el aprendizaje respecto a la construcción de las cónicas como GeoGebra. Lastimosamente en este aspecto es en donde hubo más falencias, debido a la disponibilidad de medios, infraestructura, factores económicos del estudiante y la poca predisposición por realizar tareas extra fuera de las horas de clase.



La cantidad de objetivos que pudieron haberse trazado y completado el caso de haber todos los medios, fuera formidable, pues motivación y dedicación sobre todo para la actividad práctica, por parte del estudiante habían.

Este estudio sirve pues, para nuevas experiencias de compañeros docentes que deseen innovar y mejorar sus propuestas de trabajo dentro del aula.

### **Idoneidad Emocional:**

En cada clase se procuró dar una introducción motivacional, como por ejemplo, en que les va a servir, para que lo van a hacer. Al inicio de las sesiones se les indicó la importancia que deben darle los alumnos al cumplimiento de las tareas y las actuaciones en clase. Se les facilitó también imágenes e infografías en donde se relacionan a las cónicas con situaciones reales para que entiendan que el estudio de estos temas es muy importante dentro de las matemáticas. Desde el primer día se les hizo mención que el objetivo a más de representar las curvas con papel o cuerdas, era aplicar estos conceptos a situaciones de resolución de problemas dentro de la vida real. También había motivación extra para los mejores trabajos de representación artística como puntos adicionales en la asignatura o colocar sus fotos en la cartelera del curso. En todo momento se fomentó un ambiente de confianza para fortalecer la participación y espontaneidad del alumno. Se elogió las actitudes, logros y comportamientos del estudiante frente a sí mismo y en el grupo. El objetivo del trabajo es que se genere confianza con los demás y con los resultados de los trabajos sobre las cónicas.

**Idoneidad Interaccional:** La relación entre profesor y alumnos se realiza en un ambiente de mutuo respeto y de confianza para que puedan realizar las consultas pertinentes y solventar sus



dudas o inquietudes. Las preguntas planteadas por los alumnos son fundamentales para perseguir con la temática. Preguntas como: ¿Por qué se les llama cónicas?, ¿Pueden obtenerse figuras a partir de un cilindro?, ¿Dónde puedo apreciar estas figuras en situaciones reales? ¿Puede llevarse la forma de una elipse a una circunferencia y viceversa? ¿Cuál es la función de los focos y los vértices en una elipse?, etc. Son determinantes al momento de desarrollar las temáticas propuestas. El objeto de esto es generar dudas para debatirlas y llegar a consensos. De mi parte había proporcionado figuras en papel doblado para que ellos mismo analicen por ejemplo si elementos como el tamaño de la hoja o la ubicación del centro de la figura influyen al momento de determinar el tamaño que tendrán. Es necesaria la interacción entre alumna y profesor y entre pares para incluso comparar si los resultados obtenidos son los esperados. Justamente a partir de estos debates es que se pudo llegar a concluir que existe relación entre circunferencia y elipse así como saber también que existen cónicas degeneradas.

**Idoneidad ecológica:** Los contenidos corresponden a lo que propone el Ministerio de Educación en el bloque numérico y se realizó la conexión con el álgebra básica al analizar las bases de las ecuaciones representativas así como con la geometría plana al momento de identificar los elementos de las curvas y sus relaciones.

Son temas de gran relevancia al momento de relacionar con otras áreas como por ejemplo la química (torres nucleares), la física (movimiento circular uniforme, movimiento ondulatorio), educación artística (representación de círculos y óvalos, formas de instrumentos, etc.), ciencias naturales (formas de los planetas, el arco iris, órbitas de cuerpos celestes, etc.). También es necesario fomentar la competencia sana matemática donde se busca que cada uno mejore y produzca más efectividad y mejores resultados a la hora de elaborar sus tareas.


**Resumen de los criterios de idoneidad en las sesiones planificadas:**

Tabla 19

*Criterios de idoneidad*

<b>Criterios de idoneidad</b>	<b>sesiones</b>					
	1	2	3	4	5	6
<b>Epistémica</b>	alta	media	alta	baja	baja	alta
<b>Cognitiva</b>	baja	baja	baja	media	media	alta
<b>Mediacional</b>	media	alta	alta	media	media	alta
<b>Emocional</b>	media	media	alta	alta	alta	alta
<b>Interaccional</b>	media	alta	alta	alta	alta	alta
<b>Ecológica</b>	baja	media	alta	alta	alta	alta

Finalmente como propuesta de mejora de la unidad planificada expuesta en este trabajo se resume en los siguientes puntos:

- Realizar pruebas o evaluaciones de diagnóstico de conocimientos previos para medir la predisposición cognitiva del estudiante hacia la temática que se vaya a plantear.
- Convenir con los docentes de otras áreas para que las actividades sean ejecutadas interdisciplinariamente.
- En las planificaciones incluir permanentemente la retroalimentación.
- Fomentar el trabajo autónomo con el alumno fuera de las horas de clase e incluso vía telemática.



- Hacer un estudio de la factibilidad mediacional y económica para que la actividad programada sea optimizada en cuestión de tiempos y costos con la debida antelación.
- Realizar un análisis detallado del contexto en el que se va a trabajar para analizar la viabilidad de la propuesta; por ejemplo si el estudiante vive cerca, o lejos, o como mencioné en mi caso de calidad de docente, tenía la gran mayoría de estudiantes laborando y dedicando mucho tiempo a cosas que no tiene nada que ver con la instrucción formal.
- La metodología de enseñanza debe ser clara y concisa, sin ambigüedades.
- Elaborar estrategias de adaptación curricular en caso de tener estudiante con cierto tipo de necesidades cognitivas o físicas.
- Hacer de la modelización y representación de problemas reales como medio de vida permanente dentro del ámbito matemático.
- Coordinar con autoridades del plantel la posibilidad de recurrir constantemente a actividades lúdicas incluso fuera del aula, si el caso lo requiere, sobre todo para la identificación de fenómenos relacionados a la vida cotidiana.

## **5. Reflexiones finales**

### **5.1. En relación a las materias troncales de la maestría**

A continuación detallo como cada una de las asignaturas impartidas me beneficiaron en la elaboración del trabajo de fin de master, teniendo en cuenta la innovación e implementación de nuevas estrategias, manteniéndose dentro del marco legal y el currículo del sistema educacional ecuatoriano.





### *Psicología:*

El grupo en el cual he trabajado, dado su madurez emocional y física, ha contribuido enormemente a las cuestiones planteadas durante el desarrollo de los temas planteados a pesar de que no se los pudo cubrir en su totalidad.

La motivación como un elemento sustancial en el aprendizaje, es el estado de ánimo de la persona, el mismo que se sustenta en los motivos, los mismos que responden a las interrogantes, por qué y para qué quiero aprender.

### *Orientación y Tutoría Educativa*

El docente y el tutor tienen a su haber algunas opciones didácticas que tienden a responder la necesidad del estudiante, entre ellas están:

- Innovar permanentemente.
- Disponer de ciertas habilidades de comunicación.
- Predisposición a trabajar en equipo.
- Asumir un liderazgo democrático.
- Ser confidente y respetuoso de los demás.
- Mantener el respeto y el buen ambiente de estudios.
- Coordinar las labores dentro de la clase en los tiempos indicados.

### *Sociología de la Educación:*

Esta asignatura nos permite analizar detenidamente el contexto social del alumnado involucrado en todo este proceso. Normalmente en el tipo de establecimiento donde laboro, el estrato social del alumnado en general es humilde y sencillo, para lo cual uno debe adaptar



mecanismos de enseñanza pertinentes y adecuados a la situación de contexto. En el ambiente que trabajé influye mucho el aspecto sociológico, sobre todo con gente adulta.

### *Metodología Didáctica de la Enseñanza*

La planificación está para evitar situaciones de improvisación, tanto en la metodología como en la necesidad de insumos didácticos, donde se tratan de acoplar los tiempos para el aprendizaje y la práctica.

La planificación permite organizar el trabajo del docente y de los alumnos, evita la improvisación y la rutina como ya se había hecho mención y para ello me permito citar breves extractos de las lecturas de reconocidos autores dentro del ámbito de la enseñanza.

A continuación resalto una cita importante:

“Puede parecer que si el alumnado participa el profesor o la profesora no tenga que hacer nada y pierda el tiempo. Al contrario, ya que animar al alumnado a participar requiere preparar mejor el diseño de la actividad, un seguimiento de su ejecución y una correcta puesta en común. Las pautas que se entregan al alumnado para el trabajo deben estar bien elaboradas y ser precisas”. (Medina & Francisco, 2008).

Los procesos de enseñanza aprendizaje deben ser los mas acertados y acordes al grupo con el cual se esta trabajando.

### *Sistema Educativo Ecuatoriano y Contexto Internacional*

Aprendí que el mejoramiento de la calidad del servicio educativo, se propone con tres aspectos prioritarios.

1.-El propósito de la educación es brindar igualdad de oportunidades a todos los ecuatorianos.



2.- Revalorización de la carrera docente.

3.- Intervención del estado para que las instituciones educativas sean los principales agentes del cambio.

## 5.2. En relación a las materias de Especialidad de la maestría.

En el bloque específico de la especialidad de matemáticas se trataron las siguientes asignaturas didácticas:

- *Introducción a la didáctica de las matemáticas:*

Este aspecto es determinante sobre todo si el alumno tiene dificultades para el razonamiento, pues se plantean metodologías que pueden ser de mucha ayuda dentro del aula.

Resolver un ejercicio no equivale a resolver un problema.

- *Didáctica de las matemáticas de secundaria I*

Se trataron temas específicos sobre los cuales aprender didáctica pero con la dificultad de que el docente estuvo ausente por la mayoría del tiempo que fue la fase presencial de esta materia, por sus problemas de salud.

- *Didáctica de las matemáticas de secundaria II*

Esta asignatura trata profundamente de relacionar a la matemática con aspectos de la vida real, como por ejemplo la representación de sucesiones mediante obras de arte o la relación existente entre los diseños de los pisos de un edificio. Nos abre los ojos a contextos más amplios de como valorar a las matemáticas dentro de la vida cotidiana.

- *Didáctica de las matemáticas de media superior (Bachillerato)*



Trata de temas más que nada de temas de modelización de problemas de índole media o avanzada pero con el propósito de resolverlos haciendo matemática.

- *Innovación e investigación sobre la propia práctica.*

Ésta asignatura nos muestra que no existen caminos únicos para plantear y resolver problemas y por lo tanto nos deja saber que la matemática ofrece un gran abanico de posibilidades cuando entra en escena algún problema que puede ser considerado como de resolución única pero puede ver que no es así.

- *Complementos disciplinares en matemáticas I*

Aquí aprendimos contexto de matemática avanzada para nivel de bachillerato pero muy ligada a la parte de deducción mediante técnicas de demostración basada en propiedades y axiomas. Nos ayuda profundamente a desarrollar el razonamiento y abrir la mente a muchas posibilidades de demostrar situaciones matemáticas. Esta materia me pareció la más interesante y la que más curiosidad despertó en mi persona. Es importante también la maravilla que resultan los conjuntos numéricos y su interdependencia. Como adicional también aprendí historias novedosas sobre los orígenes de las cuestiones matemáticas.

- *Complementos disciplinares en matemáticas II*

Esta materia trata sobre temas de matemática avanzados para secundaria, donde a mi punto de vista, nos preparan para la vida matemática universitaria o de nivel superior, entendiendo conceptos como la geometría de la derivada y el concepto de límite en donde se aplican conceptos para llegar a deducir las expresiones que luego pasan a ser fórmulas, como el caso del concepto de límite de una función.



Como dato adicional me pareció un poco curioso que esta materia se la haya dado antes que su antecesora, Complementos I.

### **5.3. En relación a lo aprendido durante el TFM.**

El aprendizaje suscitado como docente al realizar el trabajo final del master constituye una experiencia espectacular por cuanto al realizar lecturas de investigación se descubre siempre algo nuevo que enriquece los conocimientos de los profesores, que siempre debemos estar capacitándonos y ser ejemplo de autoeducación.

Las actividades que se desarrollan por sencillas que aparezcan se las trata relacionándolas con las experiencias previas de los alumnos de tal manera que se logra una efectiva participación de todo el alumnado, también se cumplen con los objetivos propuestos y ellos se sienten felices, satisfechos, motivados, y por lo tanto sus actitudes cambian para bien, son alegres, participativos, colaboradores, disciplinados, proactivos.

Me fascina la idea de las propuestas innovadoras que he aprendido a lo largo del Máster, que en honor a la verdad, no las sabía ni las había conocido tampoco. Se me han abierto un sinnúmero de posibilidades dentro de la exposición temática que de aquí en adelante las expondré a mis estudiantes.



## 6. Referencias bibliográficas.

### BIBLIOGRAFÍA

Font, V. (2007). *Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas*.

Barcelona: La Gaceta de la RSME, 10.2, 427–442.

Giménez, J; Vanegas y, Font, V. (2012). *El papel del trabajo final de Máster en la formación del profesorado de Matemáticas. UNO*. . Barcelona: Revista de Didáctica de las Matemática.

Godino J. D. Vincen Font (2003), *Razonamiento algebraico y su Didáctica para Maestros*, Granada, España, editorial Departamento de Didáctica de la Matemática

Ministerio de Educación del Ecuador, (2016), *Texto del Estudiante de Matemática 2do año de Bachillerato*, Quito, Ecuador

Río-Sánchez, J. del. (1996). *Lugares geométricos. Cónicas*. Madrid: Síntesis



## WEBGRAFÍA

Web: <https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/781/3/1487.pdf>

Web: <http://funes.uniandes.edu.co/770/1/construccion2.pdf>

Web: <http://rincondelaciencia.educa.madrid.org/Practica/pr-43/PR-43.html>

Web: <http://www.ehu.eus/~mtpalezp/conicas.pdf>

Web: <https://asignaturasonline.jimdo.com/matem%C3%A1ticas/trimestre-1/c%C3%B3nicas-vida-real/>

Web: <https://revistasuma.es/IMG/pdf/46/071-077.pdf>

Web: <https://seccionesconicasayuda.wordpress.com/la-circunferencia-en-la-vida-real/>



## 7. Autoevaluación general de los aprendizajes adquiridos

Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
<b>Actividades realizadas durante la elaboración del TFM</b>	Tutorías presenciales en Quito	Falté a las tutorías en Quito sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justifiqué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales en Quito y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a.	9
	Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	8
<b>Versión final del TFM</b>	Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido	9
	Estructura de la unidad	La unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada contiene	La unidad didáctica	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la	9





AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	didáctica implementada	carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	
	Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor) además de un análisis del contexto y las posibles causas.	10
	Conclusiones de la reflexión sobre la	Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de	Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica	Las conclusiones a las que he llegado están bien	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan	9



	implementación	la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	reflexiva pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales.	fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	
	Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad	9
	Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El texto	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable	10



		contiene faltas graves de la normativa española		texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española		
	Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente	10
	Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente	Hay documentación anexa básica y suficiente	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	9



		<p>Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM</p>	<p>No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.</p>	<p>Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.</p>	<p>Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.</p>	<p>Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.</p>	9
--	--	---	--	---	---	---	---

NOTA FINAL SOBRE 1,5:

1.38 /1.5



## 8. ANEXOS

### ANEXO 1

#### Esquema de las actividades propuestas durante el desarrollo del TFM

- Determine la ecuación canónica de una circunferencia con centro en el origen y radios:

a) $R=1$	b) $R=2$	c) $R=r$	d) $R= \frac{1}{2}$
----------	----------	----------	---------------------

- De acuerdo a la siguiente tabla de valores, determine la ecuación de la circunferencia correspondiente, si es con centro en el origen:

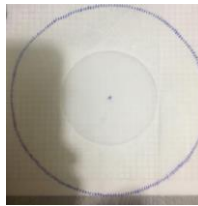
X	$\pm 5$	0
Y	0	$\pm 5$

- ¿Cuál es el radio de la circunferencia obtenida?
  - ¿cuál es el diámetro de la circunferencia descrita?
- La rapidez de aceleración de una bicicleta aumenta si las llantas son más ligeras, por esta razón las bicicletas de carretera y las de pista tienen ruedas ligeras y finas y neumáticos estrechos. En cambio, que las bicicletas de montaña, que se utilizan para saltar rocas y depresiones del terreno, requieren –por ende– de mayor resistencia y exigen mayor destreza en su manejo; éstas usan ruedas más anchas, pesadas y neumáticos más robustos.
    - ¿Qué principios geométricos crees que se utilizan en la construcción de las ruedas de la bicicleta?
    - ¿Qué relación se puede establecer entre el diámetro de la rueda de la bicicleta y la capacidad de aceleración y de velocidad?



- Si la rueda está estática y tomamos como referencia ese punto donde se encuentra para tomarlo como el origen de coordenadas. Determine la ecuación representativa si la misma se desplaza un metro.

**4. Representación mediante papiroflexia:**



5.

<p>En la figura adjunta, indique cuales son los elementos de la circunferencia señalando con flechas a los segmentos correspondientes:</p>	
--	--

**6. Ecuación de la circunferencia y sus gráficas**

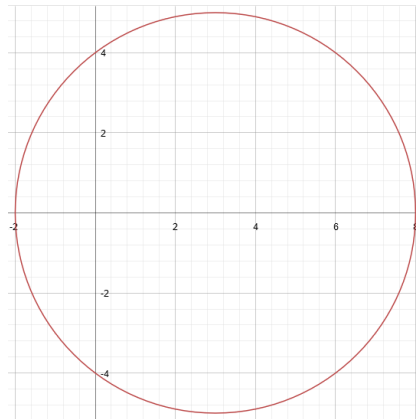
- a) En la siguiente ecuación  $(x - 4)^2 - 5 = -y^2$ , determine el centro y el radio de la circunferencia correspondiente. Además bosqueje la gráfica de la curva.



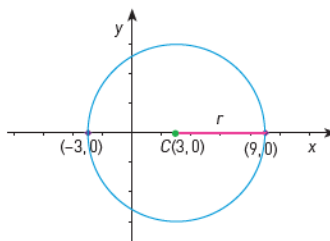
b) Asuma la siguiente sección de circunferencia, que está ubicada en el cuarto cuadrante:

	<p>Determine la ecuación de la circunferencia si el centro se desplaza en 3 unidades hacia la izquierda, unidades hacia arriba y si el radio se duplica. Haga un bosquejo del gráfico correspondiente.</p>
--	--

c) Mediante la observación del siguiente gráfico, determine la ecuación de la circunferencia y el valor del radio:



d) Halle la ecuación de la circunferencia, talque el radio sea  $\frac{3}{4}$  del valor del radio de la circunferencia de la figura adjunta:



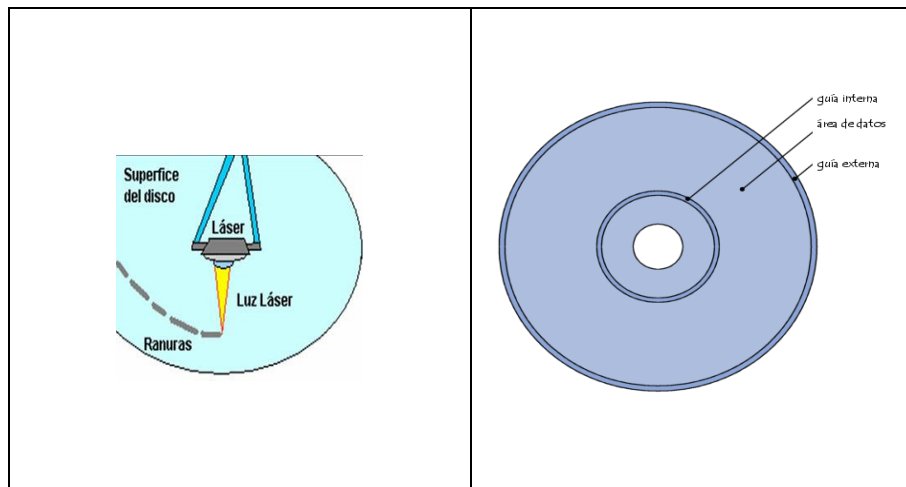


7. La siguiente figura de un neumático, vista de frente, hace referencia a una circunferencia:



Mencione que elementos de dicha circunferencia se verían alterados conforme al desgaste de la llanta.

Haga una analogía similar a la grabación de pistas de un disco compacto y mencione que elementos se verían alterados si comparamos la circunferencia de la primera y última pista.









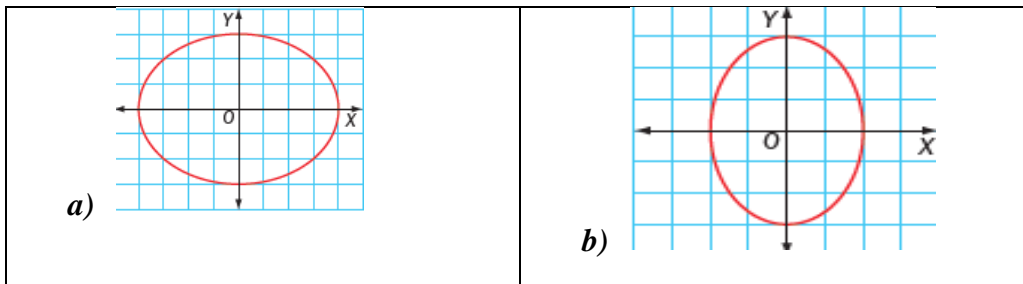


8. *Excentricidad de la elipse:*

De acuerdo a su apreciación visual y a los conceptos indicados una con una línea el valor de la excentricidad con la figura que usted crea correspondiente.

	• $e = 0.68$
	• $e = 0.5$
	• $e = 0.86$
	• $e = 0.1$

9. Para cada una de las elipses, indica las medidas de sus semiejes y de su semi distancia focal, escribe las coordenadas de los vértices y de los focos, y calcula el valor de la excentricidad, tomando en cuenta que cada cuadro de la cuadrícula representa una unidad. Escribe su ecuación.



10. Problemas de aplicación de la elipse



Un salón está construido sobre una base elíptica plana a partir de rotar  $180^\circ$  una semi elipse alrededor de su eje mayor. Por la propiedad de reflexión de la elipse, algo que se ha susurrado en un foco se oirá nítidamente en el otro foco.

- a. Si la altura es de 5,5 metros y la longitud es de 12,8 metros, halla la ubicación del susurro y el lugar donde se escucha. Justifica tu respuesta.
- b. Una persona se sitúa en el foco de una galería de murmullos a 6 m de la pared y su pareja se encuentra a 100 m de distancia, en el otro foco. Determina la longitud de la galería y la altura que tiene el techo en el centro. Explica tu respuesta a partir de la gráfica de la situación.

**11. Ecuación de una elipse desplazada:**

	<p>En el gráfico adjunto la ecuación suponiendo que el centro de la elipse se traslada 2 unidades hacia a la derecha y 3 unidades hacia abajo</p>
--	---

**12. Problemas varios relacionados a la astronomía:**



- a) La órbita de la Tierra tiene un semeje mayor  $a \approx 149.598$  Gm (giga metros) y una excentricidad de  $e \approx 0.0167$ . Calcule e interprete  $b$  y  $c$ .
- b) El apogeo de la Luna (la distancia más grande hacia la Tierra) es 252,710 millas y el perigeo (la distancia más cercana a la Tierra) es 221,463 millas. Suponiendo que la órbita de la Luna a la Tierra es elíptica con la Tierra como un foco, calcule e interprete  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $e$ .
- c) Utilizando los datos de la tabla adjunta pruebe que el planeta con la órbita más excéntrica algunas veces es más cercana al Sol que el planeta con la órbita excéntrica más pequeña.

<i>Planeta</i>	<i>Semi eje mayor (x 10<sup>6</sup> Km)</i>	<i>Excentricidad (e)</i>
<i>Mercurio</i>	<i>57.9</i>	<i>0.2056</i>
<i>Venus</i>	<i>108.2</i>	<i>0.0068</i>
<i>Tierra</i>	<i>149.6</i>	<i>0.0167</i>
<i>Marte</i>	<i>227.9</i>	<i>0.0934</i>
<i>Júpiter</i>	<i>778.3</i>	<i>0.0485</i>
<i>Saturno</i>	<i>1427</i>	<i>0.0560</i>
<i>Urano</i>	<i>2873</i>	<i>0.0461</i>
<i>Neptuno</i>	<i>4497</i>	<i>0.0050</i>
<i>Plutón</i>	<i>5900</i>	<i>0.2484</i>

### 13. Experimentación visual

- a) Trate de recrear la siguiente imagen con algún objeto esférico así:





- Explique que debería ocurrir para que la sombra proyectada por la esfera de piedra sea más o menos excéntrica.
  - ¿depende únicamente de factores de movimiento del cuerpo o cree que influyen aspectos físicos externos? Justifique su respuesta.
- b) Recree el par de siguientes experimentos de apreciación visual:
- Coloque un CD de tal manera que produzca el reflejo indicado en la imagen:



¿Por qué razón la elipse proyectada se hace más angosta al inclinar el disco compacto?

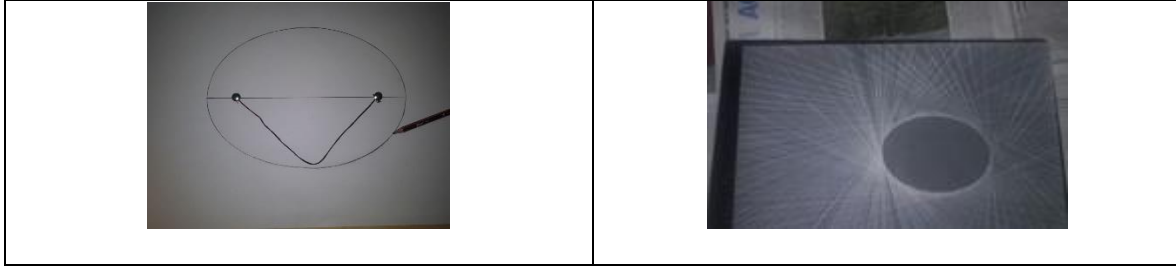
- c) Otra manera de representar elipses es mediante la inclinación de un vaso con agua:



Adjunta una foto del resultado que obtuviste y comenta y con para con tus compañeros sobre la excentricidad de las imágenes que han obtenido.

#### 14. Construcción de elipses con técnicas manuales.

- a) Construya una elipse mediante el método del jardinero
- b) Construya la representación de una elipse mediante la técnica de la papiroflexia.

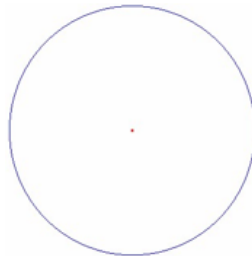


## Anexo 2. Técnicas de representación manual

### Construcción de elipses con papiroflexia

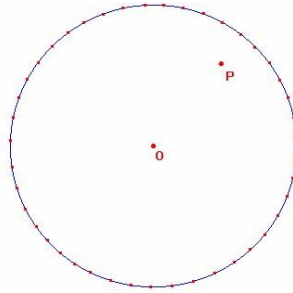
Descripción: El método de papiroflexia sirve para construir varias figuras geométricas. El proceso de construcción de una circunferencia es bastante simple y similar al de la elipse. Con la diferencia que el centro de la circunferencia es el que se lo va presionando por cada uno de los puntos señalados hasta tratar de cubrir en su totalidad el perímetro de la misma, como se muestra en la fotografía de la izquierda de la tabla. El proceso es detallado a continuación:

Realizamos un trazo circular en el papel A4 de modo que el centro de la figura coincida con el centro de la hoja

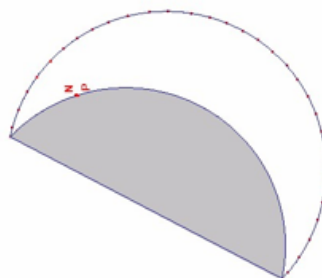
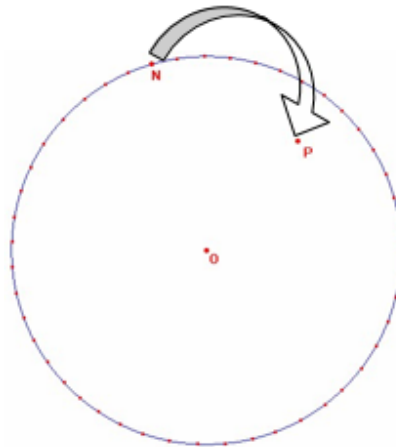




Nombremos con la letra O el centro del círculo. Señalamos un punto P cercano al borde de éste al igual que una secuencia de puntos (con una separación aproximada de un centímetro) sobre la circunferencia.

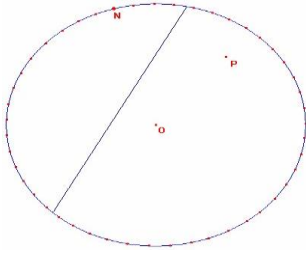


Ahora, designamos con la letra N a cada uno de los puntos que están sobre la circunferencia. El proceso de doblado consiste en llevar el punto P hacia cada uno de los puntos N. Los dobleces deben ser presionados con firmeza para que la figura tenga consistencia y sea muy definida.

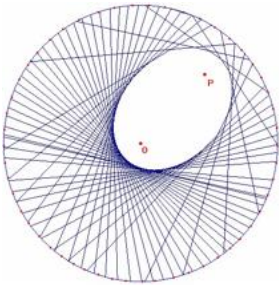




Marcar el doblar y desdoblar. Se observará un trazo similar al de la figura:



El proceso de doblar y desdoblado es repetitivo, continuo, de tal forma que se llegará a tener la siguiente representación:



**Proyecto en equipo:** Cada equipo necesitará un lápiz, una regla graduada en centímetros, tijeras, un cordón, varias hojas en blanco, dos tachuelas y un tablero de hule espuma u otro material apropiado.

- Ate los extremos de un cordón de 20 centímetros y forme una circunferencia.
- Coloque una hoja en blanco en el tablero y cuidadosamente ponga las dos tachuelas cada una alejada del centro 2 cm. Construya una elipse utilizando el cordón y un lápiz como se muestra en la figura 8.13.



- Mida y anote los valores resultantes de  $a$ ,  $b$  y  $c$  de la elipse y calcule las razones  $e = c/a$  y  $b/a$  para la misma.
- Repita el paso 2 tres veces en hojas separadas, colocando las tachuelas a 4, 6 y 8 cm de separación. Anote los valores  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , y las razones  $e$  y  $b/a$  para cada elipse.
- Escriba sus observaciones acerca de la razón  $b/a$  conforme la razón  $e$  (la excentricidad) aumenta. ¿Cuál de estas dos razones mide la forma de la elipse? ¿Cuál de estas dos razones expresa qué tan lejos están los focos del centro?
- Elabore un diagrama de los pares ordenados  $(e, b/a)$ , determine una fórmula para la razón  $b/a$  como una función de la excentricidad  $e$  y sobreponga la gráfica de la función al diagrama de dispersión.

### ANEXO 3: Reseña histórica

Además de las rectas, los planos y las esferas, los griegos se interesaron por las curvas obtenidas como secciones de un cono (circunferencias, parábolas, elipses e hipérbolas).

Menecmo (320 a. C) parece ser el primero en encontrar éstas curvas en sus esfuerzos por resolver el problema de Delos (la duplicación del cubo) de manera geométrica. No es claro cómo pudo llegar a estas curvas; es probable que fuera de manera similar a la manera en que Apolonio de Perga (262 a. C) las deduce en sus libros.

En el siglo III a. C, Apolonio estudió las cónicas como una sección de un cono circular y caracterizó los puntos de las cónicas según sus distancias a dos líneas y dedujo una gran cantidad





de propiedades geométricas a partir de su caracterización, todo en términos geométricos, sin notación algebraica. Sus tratados sobre las cónicas fueron una joya de la matemática antigua. Pappus de Alejandría (290 D.C – 350 D.C) publicó una obra en la que se resumen los conocimientos matemáticos de su época, recogiendo a veces fragmentos a veces íntegros, de las obras que constituían los fundamentos de la enseñanza de las matemáticas en la ciudad de Alejandría, hoy en gran parte, perdidas. En lo que respecta a cónicas, su contribución más importante fue la introducción de los conceptos de foco, directriz y excentricidad de una cónica, con lo que se puede dar una definición en términos de la proporción entre la distancia de los puntos de la cónica a un foco y la distancia a una directriz, esta proporción es constante y se nota con  $e$  y se llama excentricidad de la cónica.

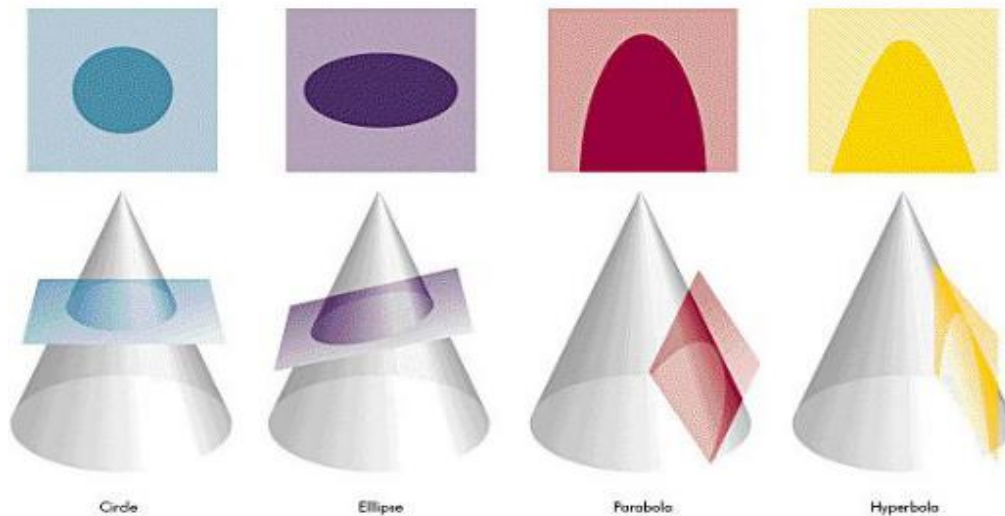
Después de Pappus pasaron doce siglos en los que hubo total pérdida de interés por las cónicas. Luego vino un renovado interés en una época en que se tenía nuevos métodos matemáticos y las necesidades de la nueva astronomía. Para los pioneros de la ciencia en la edad moderna (Galileo, Kepler, Huyghens y Newton), los estudios de Apolonio sobre la parábola, hipérbola y la elipse fueron el punto de partida para su exploración de las leyes de la naturaleza.

Antes del siglo XVI, el álgebra y la geometría se consideraban materias independientes. El filósofo y matemático francés René Descartes (1596-1650) fue el primero en observar que éstas disciplinas se podían unificar, para lo cual introdujo el sistema de coordenadas rectangulares, resultando que las líneas más sencillas, como la recta, la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola se pueden analizar en forma sistemática, mediante una ecuación que puede graficarse en el sistema de coordenadas rectangulares. Ese es el origen de lo que actualmente conocemos como geometría analítica.



Con la introducción de la geometría analítica, las curvas planas se podían definir por una ecuación de dos variables. J. Wallis fue el primero en probar, de manera clara, en 1655 que la ecuación cuadrática en dos variables permite describir a todas las cónicas en distintas posiciones, dependiendo de todos los valores que tomen ciertos parámetros.

En la actualidad, la Geometría Analítica, es una rama que permite realizar muchas aplicaciones en la Ingeniería, la Arquitectura, el arte, entre otras.



ELIPSE: Plano de corte no es paralelo a ninguna generatriz.



PARÁBOLA: Plano de corte paralelo a una de las generatrices.

HIPÉRBOLA: Plano de corte paralelo a las dos generatrices.

Los términos con los que se nombra a cada cónica, procedían del lenguaje pitagórico. Así, elipse significa deficiencia; hipérbola significa exceso; y parábola significa equiparación.

El cambio de nomenclatura de las cónicas de Menecmo incluía un cambio conceptual: las cónicas pasarían a ser descritas a través de relaciones de áreas y longitudes, que daban en cada caso la propiedad característica de definición de la curva y expresaba sus propiedades intrínsecas.

Además para cada una de ellas, Apolonio escribiría una proposición que quedaría reducida en una ecuación.

## **ANEXO 4: EVALUACIÓN DE DIAGNÓSTICO**



Actividades de diagnóstico a realizar con los estudiantes:

1. Define con tus propias palabras que entiendes por los siguientes términos:

a) Lugar geométrico:

.....  
.....

b) Plano cartesiano:

.....  
.....  
.....

c) ¿Qué es un conjunto?

.....  
.....

d) ¿Qué es el centro de una figura geométrica?

.....  
.....

e) ¿Qué es simetría?

.....  
.....

f) ¿Qué se entiende por par ordenado?

.....  
.....

g) ¿Qué se entiende por cono?

.....  
.....

h) ¿Qué entiendes por técnica de doblado en papel?

.....  
.....

i) ¿Qué se entiende por eje?

.....  
.....



ANEXO 5: ENCUESTA REFERENTE AL GUSTO POR LAS MATEMÁTICAS

**COLEGIO Y UNIDAD EDUCATIVA Y POEI GENERAL MIMINAHUUR**  
**PROCESO DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

Encuesta a los estudiantes del 2do curso BQJ de la jornada nocturna, paralelo "F".

**Apreciado estudiante:**  
Estudiantes de bachillerato, estamos llevando a cabo una investigación para indagar sobre las metodologías empleadas por los docentes en la enseñanza de las Matemáticas. Por eso, le pedimos el favor de responder esta encuesta con toda la sinceridad del caso. El estudio de ésta será incluido en la monografía "El uso del doblado de papel en la construcción e identificación de algunas de las características de las secciones cónicas" y se le informará de los resultados.  
De antemano, muchas gracias.  
Marque con una X la respuesta que considere apropiada o complete el espacio en los casos que lo requiera.

1. Edad: \_\_\_\_\_
2. Sexo: F \_\_\_ M \_\_\_
3. ¿Le agradan las matemáticas? Si \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué?
4. Su dedicación en la clase de Matemáticas es:  
Muy buena \_\_\_ Buena \_\_\_ Regular \_\_\_ Mala \_\_\_ Muy mala \_\_\_ 5. Su dedicación extra clase al estudio de las Matemáticas es: Muy buena \_\_\_ Buena \_\_\_ Regular \_\_\_ Mala \_\_\_ Muy mala \_\_\_
6. La metodología del profesor que más le ha gustado es: (puede señalar varias opciones)  
Con talleres, módulos o guías \_\_\_ Con exposición del docente \_\_\_  
Con exposición de los estudiantes \_\_\_ Con otras actividades \_\_\_  
¿Cuáles? \_\_\_\_\_
7. ¿Le gusta recibir clases de matemáticas? En las primeras horas de la jornada \_\_\_  
En las últimas horas de la jornada \_\_\_  
En las horas centrales de la jornada \_\_\_
8. En general ¿qué jornada prefiere para estudiar matemáticas? Mañana \_\_\_ Tarde \_\_\_ Noche \_\_\_
9. Actualmente, la metodología de su profesor de matemáticas es: (puede señalar varias opciones)  
Con talleres, módulos o guías \_\_\_ Con exposición del docente \_\_\_  
Con exposición de los estudiantes \_\_\_ Con otras actividades \_\_\_

**MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN**

10. El proceso de evaluación en matemáticas lo valoro:  
Muy adecuado \_\_\_ Adecuado \_\_\_ Ni adecuado, ni inadecuado \_\_\_ Inadecuado \_\_\_ Muy inadecuado \_\_\_  
— Evaluaciones de periodo \_\_\_ Cuantitativas \_\_\_  
— Trabajos en equipo \_\_\_ Entrega del cuaderno \_\_\_ Participación \_\_\_  
— Otras actividades \_\_\_ ¿Cuáles? \_\_\_\_\_
11. Ha sido evaluado en matemáticas con: (puede señalar varias opciones) Talleres \_\_\_ Proyectos \_\_\_  
— Libro guía \_\_\_ Software educativos \_\_\_ Guías \_\_\_ Internet \_\_\_  
— Otros materiales \_\_\_ ¿Cuáles? \_\_\_\_\_
12. En la clase de matemáticas se utilizan materiales como: (puede señalar varias opciones)  
Libro guía \_\_\_ Software educativos \_\_\_ Guías \_\_\_ Internet \_\_\_  
— Otros materiales \_\_\_ ¿Cuáles? \_\_\_\_\_
13. ¿Ha recibido clases de matemáticas con algún tipo de actividades lúdicas? Si \_\_\_ No \_\_\_ ¿Cuáles? \_\_\_\_\_
14. ¿En la clase de matemáticas ha hecho algún tipo de construcciones con materiales tangibles? Si \_\_\_ No \_\_\_ ¿Cuáles? \_\_\_\_\_
15. ¿Ha recibido alguna clase de matemáticas en la que se manipule una hoja de papel para hacer algún tipo de construcción? Si \_\_\_ No \_\_\_
16. ¿Le parece que el doblado de papel podría ser una buena herramienta para la enseñanza de la matemática? Si \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_
17. ¿Cree que existe (o) algún (os) inconveniente (s) para enseñar matemáticas utilizando el doblado de papel? Si \_\_\_ No \_\_\_ (Cuál (es)? \_\_\_\_\_



## ANEXO 6: EVALUACIÓN FINAL FORMATIVA



UNIDAD EDUCATIVA PCEI “GENERAL RUMIÑAHUI”

*(BACHILLERATO GENERAL UNIFICADA)*

AÑO LECTIVO 2017– 2018

EXAMEN QUIMESTRAL DE MATEMÁTICA SECCIÓN NOCTURNA-VESPERTINA

NOMBRE: \_\_\_\_\_

PROFESOR: ING. CARLOS HEREDIA

CURSO: 2do PARALELO: \_\_\_\_\_

JORNADA: NOCTURNA-VESPERTINA

FECHA. \_\_\_\_\_

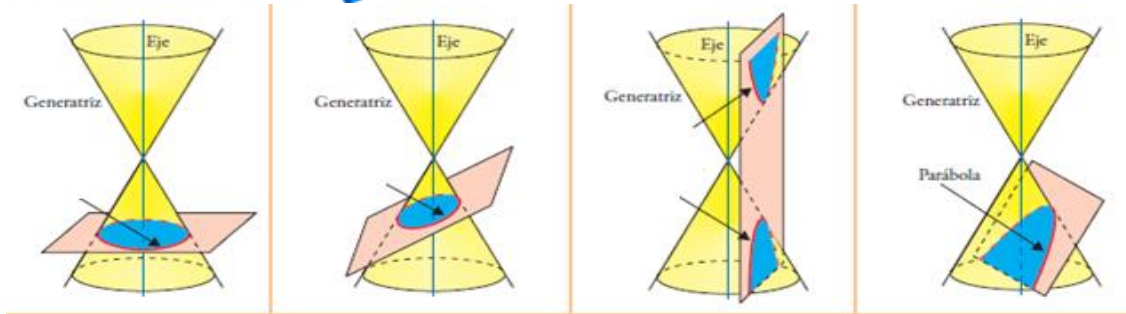
CALIFICACIÓN:

INDICACIONES GENERALES:

- 1.- Lea detenidamente las órdenes y las preguntas antes de contestar.
- 2.- Evite borrones y tachones pues anularán su respuesta.
- 3.- Use esfero azul o negro.
- 4.- Ante cualquier intento de copia le será retirado el examen y se calificará con 01/10.
- 5.- La evaluación dura 60 minutos.

NOTA: de acuerdo a la naturaleza de la asignatura, se puede añadir más parámetros

- I. Escriba con la respuesta correcta, debajo de cada figura, el nombre de la figura correspondiente: (1 PUNTO CADA RESPUESTA)(TOTAL DE 4 PUNTOS)



**II. SUBRAYE LA RESPUESTA CORRECTA: (1 punto cada respuesta) (4 PUNTOS)**

a) La siguiente curva es  $16y^2 - x^2 = 1$  es una:

- Elipse con centro en el origen
- Elipse con centro (h, k)
- Circunferencia con centro en el origen
- Circunferencia con centro (h, k)

b) Las coordenadas del centro y radio de la circunferencia  $x^2 - 9 = -(y - 3)^2$  son respectivamente:

- (0;3) y 3
- (0;-3) y 3
- (3;0) y 3
- (-3;0) y 3

c) El siguiente par de curvas son abierta y cerrada respectivamente:

- Circunferencia e hipérbola
- Parábola e hipérbola





- Parábola y elipse
- Circunferencia y parábola

d) Si se tiene que  $\frac{l}{2} = 5$  y  $l = 6$ , la excentricidad de la elipse correspondiente está dada por:

- $e = \frac{4}{5}$
- $e = \frac{5}{4}$
- $e = \frac{5}{6}$
- $e = \frac{3}{5}$

III. Señale con una línea la respuesta correcta: (identificación de curvas cónicas mediante sus ecuaciones) (1 PUNTO CADA RESPUESTA: TOTAL 5 PUNTOS)

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| • Circunferencia con centro en el origen | • $2x^2 + (y - 4)^2 = 0$    |
| • Elipse vertical                        | • $4x^2 + 8(y^2 - 3) = 24$  |
| • Circunferencia de radio 3              | • $x^2 - 16 = -y^2$         |
| • Cónica degenerada                      | • $16x^2 + 4(y^2 + 5) = 32$ |
| • Elipse horizontal                      | • $x^2 - 9 = -y^2$          |

IV. Escriba dentro del paréntesis una V si es Verdadero o F si es Falso: (0,5 cada respuesta; Total 3 puntos)

- a) El círculo es una elipse de excentricidad igual a 0 ( )











UNIVERSITAT DE  
BARCELONA

*Ing. Carlos Heredia*

*DOCENTE*



Máster de  
formación del profesorado  
de Educación Secundaria  
en Ecuador

*Ing. Ciro Calero*

*COORDINADOR DEL*

*AREA*



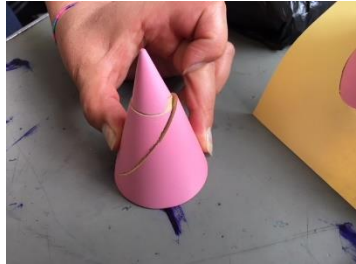
*Lic. Katia Figueroa*

*VICERRECTORA*





Anexo 7: Análisis de las clases desarrolladas y evidencias fotográficas por sesiones de trabajo

SESIÓN 1:

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>En esta sesión, previa a la iniciación del tema referente al tratado en esta unidad, a los alumnos se les tomó una evaluación de diagnóstico, para medir las habilidades y conocimientos básicos que debe manejar, con visión al manejo de la unidad planteada. Adicionalmente se elaboró una encuesta al estudiante para medir el grado de afinidad y gusto que éste siente por las</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Como en toda clase, de esta serie de sesiones, se favoreció mucho la interacción profesor-estudiante. Se comenzó por explicar en consiste el nombre de “cónica” y como se obtiene estas figuras a través de cortes en figuras.</li> <li>Como auto recomendación se sugirió al estudiante hacer grupos para contestar la evaluación diagnóstica, con el propósito de comentar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Por ser grupos de personas adultas, las actividades no incurrieron en contratiempos.</li> <li>El trabajo grupal favoreció sobre todo la optimización del tiempo para no emplearlo en actividades de retroalimentación.</li> </ul> 



<p>matemáticas, con el propósito de adicionar actividades motivacionales que le fomenten la curiosidad y la habilidad en el manejo de los conceptos circundantes a la temática tratada. Además se comenzó elaborando la primera actividad de tipo manual para el estudiante donde se le pedía que reconociera las cónicas a través de cortes seccionales de un cono de madera.</p>	<p>e intercambiar ideas e inquietudes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La encuesta sobre afinidad de las matemáticas en general se realizó de manera individual, con el propósito de hallar motivaciones más adelante para que el estudiante reflexione y relacione los aspectos matemáticos con situaciones de la vida real.</li> </ul>	 
--	---	---

**SESIÓN 2:**



DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se indicó al alumno la importancia de diferenciar las curvas abiertas y cerradas. Se hizo una actividad relacionada a identificar las curvas y superficies según su tipo.</li> <li>• Más que nada se trató un tema de apreciación visual de parte del estudiante.</li> <li>• En la continuación de las actividades se le hizo dibujar al estudiante un cilindro y una esfera y que grafique mediante planos secantes para</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente empieza por tratar los aspectos geométricos y matemáticos relacionados con lo que es la circunferencia.</li> <li>• El profesor asigna las tareas de manera individual pues en este caso el trabajo manual al ser sencillo requiere de una sola persona para su elaboración.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se puede notar la dedicación del estudiante hacia estas tareas, que para sus actividades y vida estudiantiles no habían sido tratadas.</li> <li>• El aspecto motivacional es de vital importancia para seguir con las siguientes sesiones.</li> <li>• Consecuentemente es importante construir conocimientos a través de actividades que impliquen elaboración manual y proyectos de reconocimiento visual.</li> </ul>



<p>que logre identificar la superficie obtenida producto de esos cortes, que en el caso fueron circunferencias, que es el tema tratado en la clase.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Adicionalmente hizo una actividad de reconocimiento de los elementos de la circunferencia.</li> </ul>		
--	--	--

**SESIÓN 3:**

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>La parte algebraica es fundamental sobre todo cuando se va a</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente siempre espera que esta parte sea la que ocasione</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Las actividades propuestas se acataron de manera</li> </ul>





<p>tratar temas de ecuaciones y sus representaciones gráficas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El aporte del alumno es reconocer las expresiones que representan a la circunferencia de manera análoga, que mediante el reconocimiento de una gráfica determine la ecuación correspondiente.</li> <li>• El estudiante también aprende a familiarizarse con lo que son aplicaciones prácticas, rompiendo el paradigma tradicional.</li> </ul>	<p>un poco más de dificultad, dado que por la dificultad que siempre representan los procedimientos algebraicos, sobre todo para estudiantes que son de la modalidad de la institución en que laboro,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente imparte una serie de pasos que resulta muy útil al momento de resolver problemas y que consiste en los siguientes pasos: Comprender, propuesta, ejecutar y evaluar.</li> </ul>	<p>favorable, se trabaja de manera grupal e individual.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se comprobó que la metodología para resolución de problemas implementada, es muy útil a la hora de desarrollar ejercicios prácticos.</li> <li>• Los alumnos se dan cuenta que los conceptos por si solos no representan nada, sino van ligados a la parte práctica correspondiente.</li> </ul>
---	--	---



#### SESIÓN 4:

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• En lo que respecta a las cónicas, es importante saber que cada una conlleva sus técnicas de construcción como por ejemplo la papiroflexia, el hiloramas, etc.</li> <li>• Esta actividad despierta curiosidad en el alumno sobre el porqué y como se obtienen las figuras a través de dobleces de papel.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente resalta la importancia de elaborar estas figuras por medio de técnicas manuales.</li> <li>• En este caso el profesor guía al estudiante con las bases del proceso, y al tratarse de un procedimiento repetitivo, el alumno continua con el resto hasta concluir el trabajo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las técnicas de representación mediante actividades manuales resultan muy favorables a la hora de comprender las cónicas.</li> <li>• La cuestión de tiempo es determinante para crear este tipo de trabajos, dado que por las cuestiones de la modalidad de estudios mencionada, resulta a veces imposible abarcar el sinnúmero de métodos a seguir en este tipo de temáticas.</li> </ul>



<ul style="list-style-type: none"> <li>Esta actividad de construcción mediante trabajos manuales, se la hizo de manera individual dado que la cantidad de recursos empleada es mínima.</li> </ul>		
---	--	--

**SESIÓN 5:**

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>En lo que tiene que ver con la elipse, se</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Como se había hecho mención, el aspecto</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Esta actividad se la volvió a retomar más</li> </ul>



<p>da de manera introductoria los elementos y su correlación.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Al hablar de excentricidad, es importante poner en práctica las ideas obtenidas al respecto, así que se procede de manera grupal a analizar una serie de preguntas en base a esta característica de la elipse.</li> <li>Se solicita además que los estudiantes no memoricen los conceptos sino que los plasmen directamente desde su mente, es decir que es necesario saber que</li> </ul>	<p>matemático es esencial y si se habla de excentricidad se habla de manipulación numérico, relacionando dos parámetros propios de la elipse.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La actividad se la organiza en grupos de dos personas, pero no se debe esto a que sea muy compleja sino a que se den diversidad de opiniones y comentarios al respecto sobre lo que se entendió por excentricidad.</li> <li>También se hizo mención acerca de la</li> </ul>	<p>adelante para ponerla en práctica sobre los objetos elípticos construidos por parte de los estudiantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Se trabajó con las figuras incluidas en la propuesta de trabajo de la sesión considerando que la respectiva relación gráfica es de vital importancia para entender los conceptos.</li> </ul> <div data-bbox="1117 1465 1356 1675" style="text-align: center;"> <p><math>e = 0.01</math></p> </div>
---	--	--

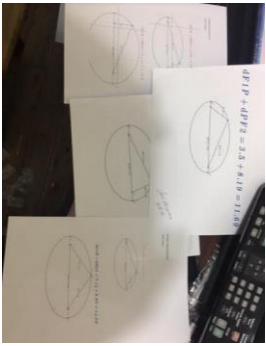


<p>es la excentricidad sino que representa o que comportamiento toma la elipse al regirse por tal parámetro.</p>	<p>propiedad reflectora que implica la interrelación entre los elementos principales de la elipse como lo son el vértice y los focos.</p>	
--	---	--

### SESIÓN 6:

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>El estudiante siempre recibe los conocimientos de manera individual pero el objetivo de cada sesión es que sepa asimilarlos y al trabajar en grupo comparta lo que sabe y retroalimente o</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El profesor ya tiene sus grupos de trabajo así que es más fácil organizar ésta actividad.</li> <li>El profesor evalúa que todos los estudiantes se involucren en el</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Como la modalidad de estudios en cuestión no permite elaborar tareas muy largas ni complejas, se hace hincapié en los conceptos más básicos pero que son fundamentales al momento de querer</li> </ul>



<p>pregunte a sus compañeros sobre conceptos que no entienda o no recuerde o no sabe.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La representación algebraica y su relación gráfica están presentes nuevamente y conlleva siempre un grado de dificultad mayor que por ejemplo en las actividades de carácter manual.</li> <li>• Organizados en grupos, comienza la resolución de un ejercicio o problema práctico en donde plasme los conceptos como metodología de</li> </ul>	<p>proceso de planteo y resolución.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La idea del tipo de problemas planteados es que el profesor se convierta también en coparticipante de la actividad planteada.</li> </ul>	<p>avanzar a resolver situaciones más complejas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• También se recomienda al estudiante utilizar desde su casa GeoGebra con el propósito de fortalecer sus conocimientos.</li> </ul> 
---	---	--



ayuda en dicha resolución.		
-------------------------------	--	--

**SESIÓN 6: (continuación)**

<b>DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS</b>	<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR</b>	<b>COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El alumno organizado en grupos tratará de resolver problemas relacionados a la elipse.</li> <li>• Los conceptos algebraicos deben estar siempre presentes.</li> <li>• El estudiante indaga la similitud que existe en las expresiones de la</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A diferencia de la circunferencia, el campo de aplicación es muy amplio y más diverso con lo referente a la elipse</li> <li>• El profesor guía al estudiante con el método señalado anteriormente en el caso de la circunferencia y que es muy útil para la resolución de problemas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En esta clase como en la mayoría de las anteriores, se trabajó en la modalidad grupal.</li> <li>• Se ha dicho que el estudiante recurra a herramientas en línea o tics que le permitan reforzar y comprender lo hecho en clase, como en el caso de GeoGebra.</li> <li>• Se dio paso también a que el estudiante formule preguntas relacionadas a la elipse y sus aplicaciones.</li> </ul>



<p>elipse con la de la circunferencia.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada grupo expone su criterio respecto al problema planteado, que en este caso es un problema relacionado a algo real, como lo es la órbita terrestre cuyo concepto se define muy arraigado a lo que es una elipse.</li> </ul>	<p>matemáticos de cualquier tipo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• También se hace mención a otro tipo de ámbitos donde se pueden aplicar estos conceptos como lo es la medicina.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•</li> </ul>
--	--	---

### SESIÓN 6: (continuación)

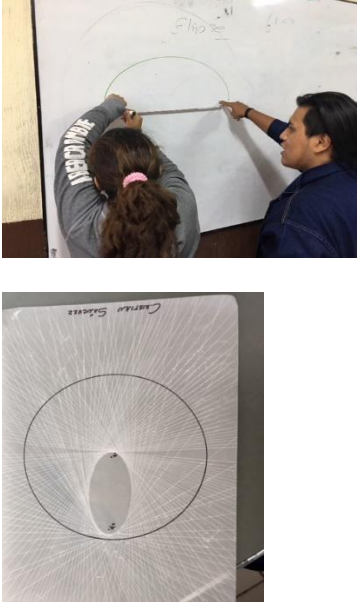
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD DEL PROFESOR	COMENTARIOS SOBRE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• En lo relacionado a la elipse existen gran cantidad de representaciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor previamente indica los materiales que hay que traer y el</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Por cuestiones de tiempo no fue posible extenderme más allá, pues los estudiantes se mostraron muy</li> </ul>





<p>artísticas que pueden hacer como la papiroflexia, el trabajo en hilado, etc. Hay actividades como el doblado de papel que requieren la acción individual.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En el aula se formaron grupos para únicamente comparar los resultados obtenidos y que el estudiante saque sus propias conclusiones.</li> <li>• En esta sección el estudiante también aplica la “regla del jardinero”, que es una técnica sencilla de graficar y relacionar los</li> </ul>	<p>procedimiento a seguir.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos cada vez se adentran más en estos temas y por ende cada vez también proponen más preguntas.</li> <li>• El profesor da a entender que con estas prácticas las matemáticas ofrecen un sin número de “<i>actividades de laboratorio</i>”, que rompen el esquema tradicional de enseñanza pues lo algebraico es solo una parte pequeña respecto al campo de aplicación que</li> </ul>	<p>entusiasmado con la idea de la aplicación de las técnicas de traficación de las elipses.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Como tarea de cuenta propia se deja el trazo de elipses con regla y compás, eso como parte de la sección investigativa que debe realizar el estudiante, puesto que no solo lo que se vea en el aula va a ser todo lo que concierna a su actividades de aprendizaje, sino que también el alumno debe estar encaminado a construir e investigar de cuenta propia.</li> </ul>
---	---	---



<p>elementos de la elipse al mismo tiempo. Esta técnica realizada en la pizarra siempre requerirá de la intervención de dos personas.</p>	<p>existe para las matemáticas.</p>	
---	-------------------------------------	--

### Anexo 7: Sección fotográfica

